参考答案

一、选择题.共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 【答案】B

【解析】

【分析】根据补集运算即可.

【详解】因为全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $M=\{1,2,3,4\}$，

所以 $\complement_U M=\{5\}$，

故选：B

2. 【答案】C

【解析】

【分析】根据全称命题的否定即可得解.

【详解】由全称命题的否定知，

命题 $p:\forall a>0,a^2\geq 0$，则 $\neg p$：$\exists a>0,a^2<0$.

故选：C

3. 【答案】B

【解析】

【分析】由函数的单调性逐一判断即可求解

【详解】对于 A：$y=-x$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递减，故 A 错误；

对于 B：$y=\sqrt{x}$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，故 B 正确；

对于 C：$y=x^2-2x$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，故 C 错误；

对于 D：$y=\frac{1}{x}$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递减，故 D 错误；

故选：B

4. 【答案】A

【解析】

【分析】根据偶函数的定义逐项判断即可.

【详解】对于 A：$y=|x|$ 的定义域为 R，$f(-x)=|-x|=|x|=f(x)$，故 $f(x)$ 为偶函数，A 正确；

对于 B：$y=2x+1$的定义域为 R，$f(-x)=2(-x)+1=-2x+1$，即 $f(-x)\neq f(x)$，或 $f(-x)\neq -f(x)$，故 $f(x)$ 为非奇非偶函数，B 错误；

对于 C：$y=\dfrac{1}{x-2}$ 的定义域为 $(-\infty,2)\cup(2,+\infty)$，故 $f(x)$ 为非奇非偶函数，C 错误；

对于 D：因为 $f(-x)=\begin{cases}-x+1, & -x>0\\ -x-1, & -x<0\end{cases}$，即 $f(-x)=\begin{cases}-(x-1), & x<0\\ -(x+1), & x>0\end{cases}$，所以 $f(-x)=-f(x)$，故 $f(x)$ 为奇函数，D 错误.

故选：A.

5. 【答案】C

【解析】

【分析】利用均值不等式求最值即可得解.

【详解】因为 $x>0$，

所以 $y=2x+\dfrac{2}{x}\geq 2\sqrt{2x\cdot\dfrac{2}{x}}=4$，当且仅当 $2x=\dfrac{2}{x}$，即 $x=1$ 时等号成立，

故函数最小值为 4，无最大值.

故选：C

6. 【答案】D

【解析】

【分析】取特殊值判断 ABC，根据不等式的性质判断 D.

【详解】当 $c=0$ 时，$ac=bc=0$，故 A 错误；

当 $a=-1>b=-2$ 时，$a^2=1>b^2=4$ 不成立，故 B 错误；

当 $a=1>b=-1$ 时，$\dfrac{1}{a}=1<\dfrac{1}{b}=-1$ 不成立，故 C 错误；

由 $a>b>c$ 可得 $a-c>b-c>0$，所以 $\dfrac{1}{(a-c)(b-c)}>0$，

所以 $(a-c)\cdot\dfrac{1}{(a-c)(b-c)}>(b-c)\cdot\dfrac{1}{(a-c)(b-c)}$，即 $\dfrac{1}{a-c}<\dfrac{1}{b-c}$，故 D 正确.

故选：D

7. 【答案】D

【解析】

【分析】绝对值不等式分类讨论即可.

【详解】$|x-1|>2$ 等价于 $x-1>2$ 或者 $x-1<-2$，

解得 $x>3$ 或者 $x<-1$，

故选：D

8. 【答案】A

【解析】

【分析】将一元二次不等式的解集转化为一元二次方程的系数与根的关系，根据韦达定理列方程组即可求解.

【详解】因为不等式 $x^2+bx+c<0$ 的解集为 $\{x|1<x<2\}$，所以方程 $x^2+bx+c=0$ 的两个根分别为 1，2，

由判别式和韦达定理可得 $\begin{cases} b^2-4c>0 \\ 1+2=-b \\ 1\times 2=c \end{cases}$，即 $\begin{cases} b=-3 \\ c=2 \end{cases}$.

故选：A.

9. 【答案】A

【解析】

【分析】结合函数在 $(0,+\infty)$ 的奇偶性，单调性和零点判断在 $(-\infty,0)$ 上的单调性和零点，再结合不等式的性质即可求解.

【详解】因为 $f(x)$ 是 R 上奇函数，满足 $f\left(\frac{1}{2}\right)=0$，在 $(-\infty,0)$ 是减函数，所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 减函数，且 $f(0)=0, f(-\frac{1}{2})=0$，

由 $f(x)>0$ 得 $x<-\frac{1}{2}$ 或 $0<x<\frac{1}{2}$，由 $f(x)<0$ 得 $-\frac{1}{2}<x<0$ 或 $x>\frac{1}{2}$，

又 $xf(x)<0$，则 $\begin{cases} x>0 \\ f(x)<0 \end{cases}$，即 $x>\frac{1}{2}$，或 $\begin{cases} x<0 \\ f(x)>0 \end{cases}$，即 $x<-\frac{1}{2}$.

所以 $xf(x)<0$ 的解集为 $\left\{x \middle| x<-\frac{1}{2}\text{或}x>\frac{1}{2}\right\}$.

故选：A.

10. 【答案】C

【解析】

【分析】根据“2 阶准偶函数”定义，分 $a<0$，$a>0$，$a=0$ 三种情况分析即可得答案.

【详解】根据题意，函数 $f(x)=\begin{cases}-3x-2,x\le a\\ x^2,x>a\end{cases}$ 是"2 阶准偶函数"，

则集合 $\{x|\ x>0,f(x)=f(-x)\}$ 中恰有 2 个元素.

当 $a<0$ 时，函数 $f(x)=\begin{cases}-3x-2,x\le a\\ x^2,x>a\end{cases}$ 有一段部分为 $y=x^2,x>a$，注意的函数 $y=x^2$ 本身具有偶函数性质，故集合 $\{x|\ x>0,f(x)=f(-x)\}$ 中不止有两个元素，矛盾，

当 $a>0$ 时，根据"2 阶准偶函数"的定义得 $f(x)$ 的可能取值为 x^2 或 $-3x-2$，$f(-x)$ 为 $3x-2,3x-2=-3x-2$，故当 $x=0$，方程无解，当 $x^2=3x-2$，解得 $x=2$ 或 $x=1$，故要使得集合 $\{x|\ x>0,f(x)=f(-x)\}$ 中恰有 2 个元素，则需要满足 $a<2$，即 $0<a<2$；

当 $a=0$ 时，函数 $f(x)=\begin{cases}-3x-2,x\le 0\\ x^2,x>0\end{cases}$，$f(x)$ 的取值为 x^2，$f(-x)$ 为 $f(-x)=3x-2$，根据题意得 $3x-2=x^2$，解得 $x=2$ 或 $x=1$，满足恰有两个元素，故 $a=0$ 满足条件.

综上，实数 a 的取值范围是 $[0,2)$.

故选：C.

二、填空题.共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 【答案】$[-1,1]$

【解析】

【分析】利用函数有意义，列出不等式求解即得.

【详解】函数 $f(x)=\sqrt{1-x}+\sqrt{x+1}$ 有意义，则 $\begin{cases}1-x\ge 0\\ x+1\ge 0\end{cases}$，解得 $-1\le x\le 1$，

所以函数 $f(x)=\sqrt{1-x}+\sqrt{x+1}$ 的定义域为 $[-1,1]$.

故答案为：$[-1,1]$

12. 【答案】x^2

【解析】

【分析】根据解析式直接代入即可.

【详解】因为 $f(x)=(x+1)^2$，所以 $f(x-1)=[(x-1)+1]^2=x^2$.

故答案为：x^2.

13. 【答案】$x>2$（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据充分不必要条件的要求，所求应该为$\left\{x \mid x>\frac{3}{2}\right\}$的真子集，根据真子集要求写出答案.

【详解】因为$2x>3$，所以$x>\frac{3}{2}$，

所以$2x>3$成立的一个充分不必要条件构成的集合为$\left\{x \mid x>\frac{3}{2}\right\}$的真子集，

所以充分不必要条件可以为$x>2$（答案不唯一），

故答案为：$x>2$（答案不唯一）.

14. 【答案】 ①. -1 ②. $(-\infty,-8]\cup\{0\}$

【解析】

【分析】①根据自变量所在的分段区间代入相应解析式求值即可；②$f(x)$在R上单调递增，首先在各分段区间上单调递增，再比较区间端点处的取值大小.

【详解】①若$a=0$，则$f(x)=\begin{cases}-x^2, x\le 0\\ 8x, x>0\end{cases}$，

由$-1\le 0$，则$f(-1)=-(-1)^2=-1$；

②若$f(x)$在R上单调递增，

则$\begin{cases}a\le 0\\ -a^2\le 8a\end{cases}$，解得$a\le -8$，或$a=0$. 则$a$的取值范围是$(-\infty,-8]\cup\{0\}$.

故答案为：$-1;(-\infty,-8]\cup\{0\}$.

15. 【答案】②③

【解析】

【分析】根据“L条件”的定义，结合特殊值法、函数的单调性、最值等对各个命题逐一分析，即可判断得解.

【详解】对于①，$f(x)=-x$，$x\in(-1,1)$，取$x_1=\frac{1}{2}$，$x_2=-\frac{1}{2}$，则

$\left|f(x_1)-f(x_2)\right|=\left|f\left(\frac{1}{2}\right)-f\left(-\frac{1}{2}\right)\right|=1$，

因此函数 $f\left(x\right)=-x,x\in\left(-1,1\right)$ 不满足"L 条件";

对于②，$f\left(x\right)=x+\frac{2}{x}$，$x\in\left[1,2\right]$，由对勾函数性质知，函数 $f\left(x\right)$ 在 $[1,\sqrt{2}]$ 上递减，在 $[\sqrt{2},2]$ 上递增，

则 $f(x)_{\min}=f(\sqrt{2})=2\sqrt{2}$，$f(x)_{\max}=f(1)=f(2)=3$，

因此对任意的 $x_1,x_2\in\left[1,2\right]$，都有 $\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|\le 3-2\sqrt{2}<1$，则 $f\left(x\right)=x+\frac{2}{x}$，$x\in\left[1,2\right]$ 满足"L 条件";

对于③，$f\left(x\right)=x^2-\frac{3}{2}$ 在 $(-\frac{1}{2},0]$ 上单调递减，在 $[0,\frac{1}{2})$ 上单调递增，$f(x)_{\min}=f(0)=-\frac{3}{2}$，

$\forall x\in(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$，$f(x)<f(-\frac{1}{2})=f(\frac{1}{2})=-\frac{5}{4}$，因此 $\forall x_1,x_2\in(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$，

$|f(x_1)-f(x_2)|<-\frac{5}{4}-(-\frac{3}{2})=\frac{1}{4}<1$，则 $f\left(x\right)=x^2-\frac{3}{2},x\in(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ 满足"L 条件";

对于④，$f\left(x\right)=\frac{1}{x},x\in\left(0,1\right)$，取 $x_1=\frac{1}{2}$，$x_2=\frac{1}{4}$，则 $\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|=\left|f(\frac{1}{2})-f(\frac{1}{4})\right|=2>1$，

因此函数 $f\left(x\right)=\frac{1}{x},x\in\left(0,1\right)$ 不满足"L 条件"，

所以满足"L 条件"的函数是②③.

故答案为：②③

三、解答题.共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

16. 【答案】（1）$A\cap B=\left[2,3\right)$ $A\cup B=\left(-1,4\right)$；

（2）$C=\left\{0,1\right\}$，子集见解析；

（3） $0<a\le 2$.

【解析】

【分析】（1）直接写出集合 B，再求 $A\cap B,A\cup B$ 即可.

（2）先写出集合 C，再直接写出集合 C 的所有子集即可；

（3）由 $A\cup B=A$ 得出 $B\subseteq A$，再列出不等式计算即可.

【小问 1 详解】

若 $a=3$，$A=\{x|-1<x<3\},B=\left[2,4\right)$，

则 $A\cap B=\left[2,3\right)$，$A\cup B=\left(-1,4\right)$；

【小问 2 详解】

若 $C=\{x\in\mathrm{N}|-1\le x<2\}$，则 $C=\left\{0,1\right\}$，

C 的所有子集为：$\varnothing,\{1\},\{0\},\{0,1\}$.

【小问 3 详解】

若 $A\cup B=A$，则 $B\subseteq A$，

则 $\begin{cases}a+1\le 3\\ a-1>-1\end{cases}$，

$\therefore 0<a\le 2$

17. 【答案】（1）奇函数；$\{-1,0,1\}$

（2）$\{x|x<0 或 x>1\}$

（3）$\{a|-2\le a\le 2\}$

【解析】

【分析】（1）先利用奇偶性的定义判断函数 $f(x)=2x^3-2x$ 的奇偶性，再解方程得 $f(x)=0$ 的解集.

（2）将 $a=1$ 代入后解分式不等式即可.

（3）将 $p:\forall x\in\mathrm{R},f(x)\le g(x)$ 为真命题，转化为一元二次不等式恒成立问题即可求解.

【小问 1 详解】

将 $a=-2$ 代入可得 $f(x)=2x^3-2x$，定义域为 R，

$f(-x)=2(-x)^3-2(-x)=-(2x^3-2x)=-f(x)$，所以 $f(x)$ 为奇函数.

由 $f(x)=0$ 得 $2x^3-2x=0$，即 $2x(x-1)(x-1)=0$，解得 $x=0$ 或 $x=\pm1$，

故方程 $f(x)=0$ 的解集为 $\{-1,0,1\}$.

【小问 2 详解】

将 $a=1$ 代入可得 $f(x)=2x^3+x$，定义域为 R，

由 $f(x)+1>2x^3+x+\dfrac{1}{x}$ 得 $2x^3+x+1>2x^3+x+\dfrac{1}{x}$，整理得 $1-\dfrac{1}{x}>0$，即 $\dfrac{x-1}{x}>0$，

此不等式与 $x(x-1)>0$ 同解，解得 $\{x|x<0 或 x>1\}$.

故不等式 $f(x)+1>2x^3+x+\dfrac{1}{x}$ 的解集 $\{x|x<0 或 x>1\}$.

【小问 3 详解】

因为 P 为真命，所以不等式 $2x^3+ax\le 2x^3+x^2+1$，即 $x^2-ax+1\ge 0$ 在 R 上恒成立，

因此，$\Delta \le 0$，即 $\Delta = (-a)^2 - 4 \le 0$，解得 $-2 \le a \le 2$，

故实数 a 的取值范围 $\{a | -2 \le a \le 2\}$.

18. 【答案】（1）$(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$；

（2）条件选择，答案见解析；

（3）答案见解析.

【解析】

【分析】（1）把 $a=1$ 代入，解一元二次不等式即得.

（2）求出函数 $f(x)$ 在 $(1,4)$ 上有最小值的条件，再选条件求出最小值及单调区间.

（3）分类讨论解一元二次不等式即得.

【小问 1 详解】

当 $a=1$ 时，$f(x)=x^2-2x-3$，由 $f(x)>0$，得 $x^2-2x-3>0$，解得 $x<-1$ 或 $x>3$，

所以不等式 $f(x)>0$ 的解集是 $(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$.

【小问 2 详解】

函数 $f(x)=x^2-2ax-3a^2$ 的图象对称轴为 $x=a$，由函数 $f(x)$ 在 $(1,4)$ 上有最小值，得 $1<a<4$，

选条件②，$a=2$，函数 $f(x)=x^2-4x-12=(x-2)^2-16$，

所以函数 $f(x)$ 在 $(1,2]$ 上单调递减，在 $[2,4)$ 上单调递增，$f(x)_{\min}=f(2)=-16$.

选条件③，$a=3$，函数 $f(x)=x^2-6x-27=(x-3)^2-36$，

所以函数 $f(x)$ 在 $(1,3]$ 上单调递减，在 $[3,4)$ 上单调递增，$f(x)_{\min}=f(3)=-36$.

【小问 3 详解】

不等式 $f(x)<0$，化为 $x^2-2ax-3a^2<0$，即 $(x+a)(x-3a)<0$，

当 $a<0$ 时，$3a<0<-a$，解得 $3a<x<-a$；

当 $a=0$ 时，不等式无解；

当 $a>0$ 时，$-a<0<3a$，解得 $-a<x<3a$，

所以当 $a<0$ 时，原不等式解集为 $(3a,-a)$；当 $a=0$ 时，原不等式解集为 $\varnothing$；当 $a>0$ 时，原不等式解集为 $(-a,3a)$.

19. 【答案】（1）$a=-2$；

（2）定义域为$(-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$，函数$h(x)$在$(1,+\infty)$上单调递减，证明见解析；

（3）$-\frac{1}{3}\le a\le 1$

【解析】

【分析】（1）根据一元二次方程有且仅有一个根需满足$\Delta=0$即可求解；

（2）根据分母不能为 0 求出定义域，再根据定义法判断函数单调性；

（3）画出图像，根据图像判断a的取值范围即可.

【小问 1 详解】

$f(x)-g(x)=x^2-2x-ax=x^2-(2+a)x=0$，因为方程有且仅有一个根，

所以$\Delta=(2+a)^2-0=0$，解得$a=-2$；

【小问 2 详解】

$h(x)=\frac{1}{x^2-1}$需满足$x^2-1\ne 0\Rightarrow x^2\ne 1$，所以$h(x)$得定义域为$(-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$；

$h(x)$在$(1,+\infty)$上单调递减，证明如下：

设x_1,x_2是函数区间$(1,+\infty)$上的任意两点且满足$1<x_1<x_2$，

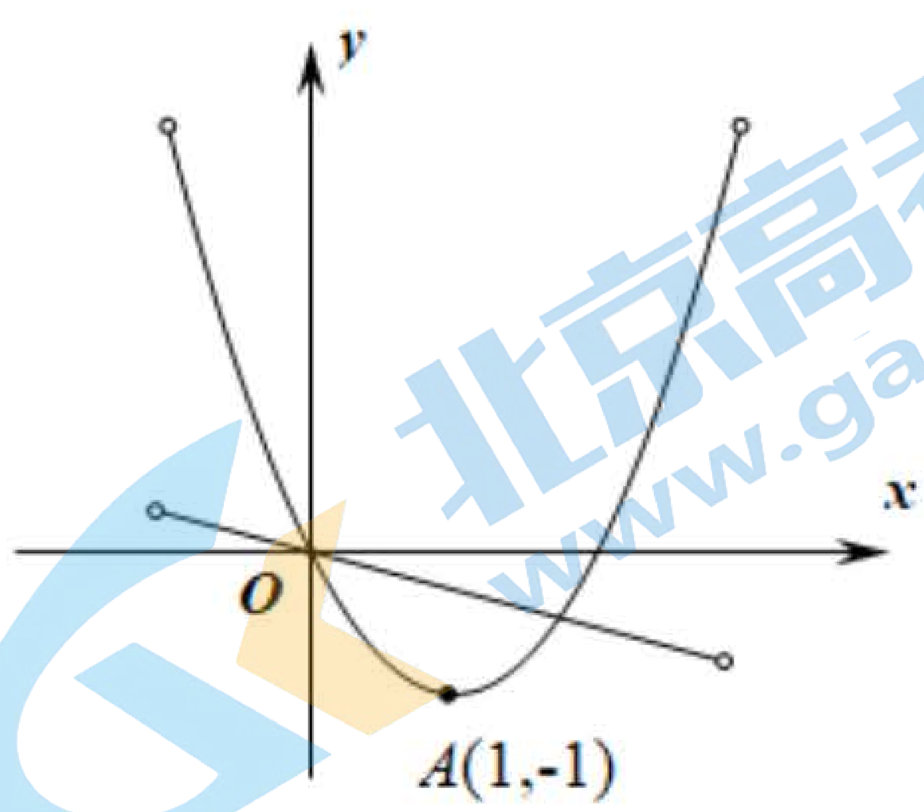
则$h(x_1)-h(x_2)=\frac{1}{x_1^2-1}-\frac{1}{x_2^2-1}=\frac{x_2^2-x_1^2}{(x_1^2-1)(x_2^2-1)}=\frac{(x_2-x_1)(x_2+x_1)}{(x_1^2-1)(x_2^2-1)}$，

因为$1<x_1<x_2$，所以$\begin{cases}x_1^2-1>0\\x_2^2-1>0\\x_2-x_1>0\\x_2+x_1>0\end{cases}$，所以$h(x_1)-h(x_2)>0\Rightarrow h(x_1)>h(x_2)$，

所以$h(x)$在区间$(1,+\infty)$上单调递减；

【小问 3 详解】

如图所示，



要使得若 $m(x)$ 有最小值，因为定义域为开区间，取不到端点，所以函数的最小值为点 A 时取到 -1，

所以需满足 $\begin{cases} -a \geq -1 \\ 3a \geq -1 \end{cases}$，解得 $-\frac{1}{3} \leq a \leq 1$

20. 【答案】（1） $a=1, b=1$

（2） $\frac{2\sqrt{7}}{3}$

（3）1 或 $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】（1）将程组的一个解 $(1,2)$ 代入方程组，解方程组得 a, b 的值.

（2）将 $a=1, b=2$ 代入方程组，消去 y 后得到一元二次方程，利用韦达定理求 x_1+x_2 和 $x_1 \cdot x_2$ 的值，最后利用 $|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1 \cdot x_2}$ 即可求解.

（3）将利用条件转化为一元二次方程的系数与根的关系，再利用 $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1^2 \cdot x_2^2}=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1 \cdot x_2}{(x_1 \cdot x_2)^2}=(\frac{x_1+x_2}{x_1 \cdot x_2})^2-\frac{2}{x_1 \cdot x_2}$ 求 a 的值.

【小问 1 详解】

因为方程组的一个解为 $(1,2)$，所以 $\begin{cases} a+4b=5 \\ a+b=2 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$.

故 $a=1, b=1$.

【小问 2 详解】

若 $a=1, b=2$ 时，则 $\begin{cases} x^2+2y^2=5 \\ y=x+2 \end{cases}$，得 $x^2+2(x+2)^2=5$，整理得 $3x^2+8x+3=0$，

因为 $\Delta=8^2-4\times3\times3=28>0$，所以方程有两个不相等的实数根，即 $x_1, x_2 (x_1 \neq x_2)$，由韦达定理得

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{8}{3}, \\ x_1 \cdot x_2=1 \end{cases}$$

所以 $|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1 \cdot x_2}=\sqrt{(-\frac{8}{3})^2-4}=\frac{2\sqrt{7}}{3}$.

故$|x_1-x_2|=\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$.

【小问 3 详解】

当$a>0,b=1$时$\begin{cases}ax^2+y^2=5\\ y=ax+1\end{cases}$，整理得$(a^2+a)x^2+2ax-4=0$，

因为当$a>0$时，$\Delta=(2a)^2+16(a^2+a)=20a^2+16a>0$，所以方程有两个不相等的实数根，即

$x_1,x_2(x_1\neq x_2)$，由韦达定理得$\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{2a}{a^2+a}\\ x_1\cdot x_2=\dfrac{-4}{a^2+a}\end{cases}$，

$$\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1^2\cdot x_2^2}=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2}{(x_1\cdot x_2)^2}=(\frac{x_1+x_2}{x_1\cdot x_2})^2-\frac{2}{x_1\cdot x_2},$$

把$\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{2a}{a^2+a}\\ x_1\cdot x_2=\dfrac{-4}{a^2+a}\end{cases}$代入可得$\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}=(\dfrac{-2a}{-4})^2-\dfrac{2(a^2+a)}{-4}=\dfrac{3a^2+2a}{4}$，

又因为$\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}=\dfrac{a^4+2a+2}{4}$，所以$\dfrac{3a^2+2a}{4}=\dfrac{a^4+2a+2}{4}$，

整理得$a^4-3a^2+2=(a^2-1)(a^2-2)=0$，解得$a^2=1$，$a^2=2$，

因为$a>0$，所以$a=1$或$a=\sqrt{2}$.

【点睛】不解方程，利用一元二次方程根与系数的关系求关于x_1,x_2的代数式的值，关键是把所给的代数式经过恒等变形，化为含x_1+x_2,x_1x_2的形式，然后x_1+x_2,x_1x_2的值代入，即可求出所求代数式的值.

常见的代数式变形有：

（1）$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2$；

（2）$\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2}$；

（3）$\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}=\dfrac{x_1^2+x_2^2}{x_1^2\cdot x_2^2}=\dfrac{(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2}{(x_1\cdot x_2)^2}$；

（4）$\dfrac{x_2}{x_1}+\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}$；

（5）$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1\cdot x_2}$.

21. 【答案】（1）答案见解析

（2）答案见解析　　（3）$k=0$，$p=1$或$k=1$，$p=2$，理由见解析

【解析】

【分析】（1）根据题意，集合 $A_k=\{x\,|\,x=|a-k|,a\in A\}$，利用列举法，即可求得 A_1,A_2,A_3；

（2）由 $x=|a-k|$，得到$|1-k|,|2-k|,|3-k|,\cdots,|n-k|$，得到$|1-k|=|n-k|$时，此时 A_k 中的元素个数最少，分类讨论，即可求解；

（3）根据题意，分 $p=1$、$p=2$ 和 $p\geq 3$ 三种情况分类讨论，结合题设条件，即可求解.

【小问 1 详解】

由题意，集合 $A_k=\{x\,|\,x=|a-k|,a\in A\}$，且 $A=\{1,2,3,4\}$，

当$k=1$时，可得 $A_1=\{x\,|\,x=|a-1|,a\in A\}=\{0,1,2,3\}$；

当 $k=2$ 时，可得 $A_2=\{x\,|\,x=|a-2|,a\in A\}=\{0,1,2\}$；

当 $k=3$时，可得 $A_3=\{x\,|\,x=|a-3|,a\in A\}=\{0,1,2\}$.

【小问 2 详解】

由题意，集合 $A_k=\{x\,|\,x=|a-k|,a\in A\}$，

对于$|1-k|,|2-k|,|3-k|,\cdots,|n-k|$，其中$n\in\mathrm{N}^*$，

当$|1-k|=|n-k|$时，此时 A_k 中的元素个数最少，

若n为奇数，则$k=\dfrac{n+1}{2}$时，A_k 中的元素个数最少；

若n为偶数，则$k=\dfrac{n}{2}$或$k=\dfrac{n}{2}+1$时，A_k 中的元素个数最少.

【小问 3 详解】

若 $p=1$时，可得 $A=\{m|m\in\mathrm{N}\}$，此时 $\mathrm{N}\subseteq(A\cup A_k)$，且$k\geq 0$，所以$k=0$；

若 $p=2$ 时，可得 $A=\{2m|m\in\mathrm{N}\}$，要使得 $\mathrm{N}\subseteq(A\cup A_k)$ 且 $k\geq 0$，

则$k=1$，即 $A_k=\{|2m-1|\,|\,m\in\mathrm{N}\}$.

若 $p\geq 3$ 时，此时 $A=\{pm|m\in\mathrm{N}\}$，显然 $A\cup A_k$ 中有很多自然数空缺，所以不成立.

综上可得：$k=0$，$p=1$或$k=1$，$p=2$.

【点睛】关键点点睛：对于集合新定义问题，关键在于理解所给新定义，根据所给新定义，创新性解决问题.

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！