

2019 北京市普通高中第二次合格性考试

数 学

一、选择题（每小题 3 分，共 81 分）在每个小题给出的四个备选答案中，只有一个是符合题目要求的。

1. （3 分）已知集合 $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 3\}$, 那么 $M \cap N$ 等于（ ）

- A. $\emptyset$ B. $\{1\}$ C. $\{2\}$ D. $\{3\}$

2. （3 分）已知向量 $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (0, -2)$, 那么 $\vec{a} + \vec{b}$ 等于（ ）

- A. $(2, 3)$ B. $(2, 1)$ C. $(2, 0)$ D. $(2, -1)$

3. （3 分）2019 年中国北京世界园艺博览会于 4 月 29 日至 10 月 7 日在北京市延庆区举办. 如果小明从中国馆、国际馆、植物馆、生活体验馆四个展馆中随机选择一个进行参观, 那么他选择的展馆恰为中国馆的概率为（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{16}$

4. （3 分）圆心为 $A(2, -3)$, 半径等于 5 的圆的方程是（ ）

- A. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$ B. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 5$
C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$ D. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$

5. （3 分）已知向量 $\vec{a} = (-2, 1)$, $\vec{b} = (1, m)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 那么 m 等于（ ）

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

6. （3 分）直线 $x+y-3=0$ 与直线 $x-y+1=0$ 的交点坐标是（ ）

- A. $(2, 2)$ B. $(-2, 2)$ C. $(-1, 3)$ D. $(1, 2)$

7. （3 分）已知平面向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角为 60° , 那么 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 等于（ ）

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

8. （3 分）函数 $f(x) = \lg(x-1)$ 的定义域为（ ）

- A. $(0, +\infty)$ B. $(-\infty, 0)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, 1)$

9. (3分) 已知点 $A(-1, 1)$, $B(2, 4)$, 那么直线 AB 的斜率为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

10. (3分) 为庆祝中华人民共和国成立 70 周年, 某学院欲从 A, B 两个专业共 600 名学生中, 采用分层抽样的方法抽取 120 人组成国庆宣传团队, 已知 A 专业有 200 名学生, 那么在该专业抽取的学生人数为 ()

- A. 20 B. 30 C. 40 D. 50

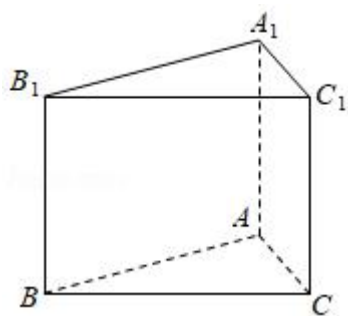
11. (3分) $\cos(\alpha - \beta)$ 等于 ()

- A. $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ B. $\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
C. $\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ D. $\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$

12. (3分) 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数, 且 $f(-1) = -2$, 那么 $f(1)$ 的值为 ()

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

13. (3分) 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC$, 如果 $AB=3$, $AC=1$, $AA_1=2$, 那么直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积为 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

14. (3分) $\sin \frac{13\pi}{6}$ 的值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

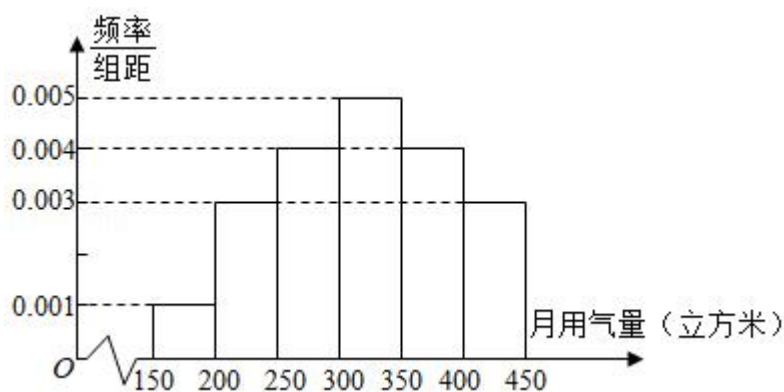
15. (3分) 函数 $f(x) = x^3 - x$ 的零点的个数是 ()
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
16. (3分) 要得到函数 $y = 2\sin(x + \frac{\pi}{3})$ 的图象, 只需要将函数 $y = 2\sin x$ 的图象 ()
- A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位
- C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位
17. (3分) 直线 l 经过点 $A(1, 1)$, 且与直线 $2x - y - 3 = 0$ 平行, 则 l 的方程为 ()
- A. $y = 2x + 1$ B. $y = \frac{1}{2}x + 1$ C. $y = -\frac{1}{2}x - 1$ D. $y = 2x - 1$
18. (3分) 如果函数 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象经过点 $(4, 2)$, 那么 a 的值为 ()
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 4
19. (3分) 已知 $a = 2^{0.3}$, $b = 2^3$, $c = 2^{-1}$, 那么 a, b, c 的大小关系为 ()
- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$
20. (3分) 函数 $f(x) = \sin x \cos x$ 的最小正周期为 ()
- A. 1 B. 2 C. π D. 2π
21. (3分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c , 如果 $A = 30^\circ$, $B = 45^\circ$, $b = 2$, 那么 a 等于 ()
- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{6}$ D. 3
22. (3分) 已知 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 那么 $\cos(\pi - \alpha)$ 等于 ()
- A. $-\frac{4}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
23. (3分) 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 6x = 0$ 与直线 $l: x - y + 1 = 0$, 那么圆心 C 到直线 l 的距离为 ()

- A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

24. (3分) 已知幂函数 $f(x) = x^a$ ，它的图象过点 $(2, 8)$ ，那么 $f(\frac{1}{2})$ 的值为 ()

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

25. (3分) 生态环境部环境规划院研究表明，京津冀区域 $PM_{2.5}$ 主要来自工业和民用污染，其中冬季民用污染占比超过 50%，最主要的源头是散煤燃烧。因此，推进煤改清洁能源成为三地协同治理大气污染的重要举措。2018 年是北京市压减燃煤收官年，450 个平原村完成了煤改清洁能源，全市集中供热清洁化比例达到 99% 以上，平原地区基本实现“无煤化”，为了解“煤改气”后居民在采暖季里每月用气量的情况，现从某村随机抽取 100 户居民进行调查，发现每户的用气量都在 150 立方米到 450 立方米之间，得到如图所示的频率分布直方图。在这些用户中，用气量在区间 $[300, 350)$ 的户数为 ()



- A. 5 B. 15 C. 20 D. 25

26. (3分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c ，如果 $A=60^\circ$ ， $b=3$ ， $\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{3}{2}\sqrt{3}$ ，那么 a 等于 ()

- A. $\sqrt{7}$ B. 7 C. $\sqrt{17}$ D. 17

27. (3分) 设 m, n 是两条不同的直线， α, β 是两个不同的平面，给出下列四个命题：

- ①如果 $m \parallel \alpha$ ， $n \subset \alpha$ ，那么 $m \parallel n$ ；②如果 $m \perp \alpha$ ， $n \perp \alpha$ ，那么 $m \parallel n$ ；
③如果 $\alpha \parallel \beta$ ， $m \subset \alpha$ ，那么 $m \parallel \beta$ ；④如果 $\alpha \perp \beta$ ， $m \subset \alpha$ ，那么 $m \perp \beta$ 。

其中正确的命题是 ()

A. ①②

B. ②③

C. ③④

D. ①④

二、解答题（共 19 分）

28. （5 分）某同学解答一道三角函数题：“已知函数 $f(x)=2\sin(x+\phi)$ ($-\frac{\pi}{2}<\phi<\frac{\pi}{2}$), 且 $f(0)=\sqrt{3}$.

（I）求 ϕ 的值；（II）求函数 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上的最大值及相应 x 的值.”

该同学解答过程如下：

解答：（I）因为 $f(0)=2\sin\phi=\sqrt{3}$,

所以 $\sin\phi=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

因为 $-\frac{\pi}{2}<\phi<\frac{\pi}{2}$,

所以 $\phi=\frac{\pi}{3}$.

（II）因为 $-\frac{5\pi}{6}\leq x\leq\frac{\pi}{3}$,

所以 $-\frac{\pi}{2}\leq x+\frac{\pi}{3}\leq\frac{2\pi}{3}$.

令 $t=x+\frac{\pi}{3}$, 则 $-\frac{\pi}{2}\leq t\leq\frac{2\pi}{3}$.

画出函数 $y=2\sin t$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}]$ 上的图象,

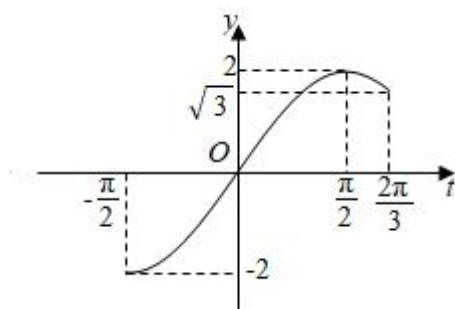
由图象可知, 当 $t=\frac{\pi}{2}$, 即 $x=\frac{\pi}{6}$ 时, 函数 $f(x)$ 的最大值为 $f(x)_{\max}=2$.

下表列出了某些数学知识:

任意角的概念	任意角的正弦、余弦、正切的定义
--------	-----------------

弧度制的概念	$\frac{\pi}{2} \pm \alpha$, $\pi \pm \alpha$ 的正弦、余弦、正切的诱导公式
弧度与角度的互化	函数 $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$ 的图象
三角函数的周期性	正弦函数、余弦函数在区间 $[0, 2\pi]$ 上的性质
同角三角函数的基本关系式	正切函数在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的性质
两角差的余弦公式	函数 $y=A\sin(\omega x+\phi)$ 的实际意义
两角差的正弦、正切公式	参数 A , ω , ϕ 对函数 $y=A\sin(\omega x+\phi)$ 图象变化的影响
两角和的正弦、余弦、正切公式	二倍角的正弦、余弦、正切公式

请写出该同学在解答过程中用到了此表中的哪些数学知识.



29. (5分) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , 点 D , E , F 分别为 PC , AB , AC 的中点.

(I) 求证: $BC \parallel$ 平面 DEF ;

(II) 求证: $DF \perp BC$.

阅读下面给出的解答过程及思路分析.

解答: (I) 证明: 在 $\triangle ABC$ 中, 因为 E , F 分别为 AB , AC 的中点,

所以①.

因为 $BC \not\subset$ 平面 DEF , $EF \subset$ 平面 DEF ,

所以 $BC \parallel$ 平面 DEF .

(II) 证明: 因为 $PA \perp$ 平面 ABC , $BC \subset$ 平面 ABC ,

所以②.

因为 D, F 分别为 PC, AC 的中点,

所以 $DF \parallel PA$.

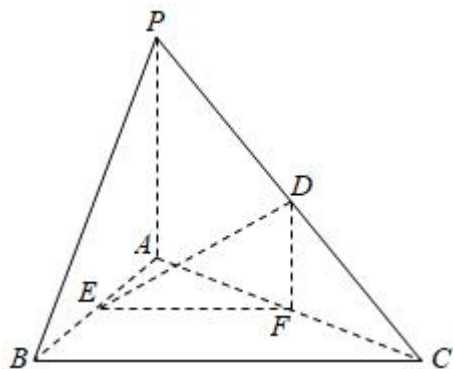
所以 $DF \perp BC$.

思路分析: 第 (I) 问是先证③, 再证“线面平行”;

第 (II) 问是先证④, 再证⑤, 最后证“线线垂直”.

以上证明过程及思路分析中, 设置了①~⑤五个空格, 如下的表格中为每个空格给出了三个选项, 其中只有一个正确, 请选出你认为正确的选项, 并填写在答题卡的指定位置.

空格	选项		
①	A. $EF \parallel BC$	B. $BE \parallel FC$	C. $BC \parallel DE$
②	A. $PB \perp EF$	B. $PA \perp BC$	C. $PC \perp EF$
③	A. 线线垂直	B. 线面垂直	C. 线线平行
④	A. 线线垂直	B. 线面垂直	C. 线线平行
⑤	A. 线面平行	B. 线线平行	C. 线面垂直



30. (5分) 某同学解答一道解析几何题: “已知直线 $l: y=2x+4$ 与 x 轴的交点为 A , 圆 $O: x^2+y^2=r^2$ ($r>0$) 经过点 A . (I) 求 r 的值;
- (II) 若点 B 为圆 O 上一点, 且直线 AB 垂直于直线 l , 求 $|AB|$. ”

该同学解答过程如下:

解答: (I) 令 $y=0$, 即 $2x+4=0$, 解得 $x=-2$,

所以点 A 的坐标为 $(-2, 0)$.

因为圆 $O: x^2+y^2=r^2$ ($r>0$) 经过点 A ,

所以 $r=2$.

(II) 因为 $AB \perp l$.

所以直线 AB 的斜率为 -2 .

所以直线 AB 的方程为 $y-0=-2(x+2)$, 即 $y=-2x-4$.

代入 $x^2+y^2=4$ 消去 y 整理得 $5x^2+16x+12=0$,

解得 $x_1=-2$, $x_2=-\frac{6}{5}$.

当 $x_2=-\frac{6}{5}$ 时, $y_2=-\frac{8}{5}$.

所以点 B 的坐标为 $(-\frac{6}{5}, -\frac{8}{5})$.

$$\text{所以 } |AB| = \sqrt{\left(-\frac{6}{5}+2\right)^2 + \left(-\frac{8}{5}-0\right)^2} = \frac{4}{5}\sqrt{5}.$$

指出上述解答过程中的错误之处，并写出正确的解答过程.

31. (4分) 土壤重金属污染已经成为快速工业化和经济高速增长地区的一个严重问题，污染土壤中的某些重金属易被农作物吸收，并转入食物链影响大众健康. A , B 两种重金属作为潜在的致癌物质，应引起特别关注. 某中学科技小组对由 A , B 两种重金属组成的 1000 克混合物进行研究，测得其体积为 100 立方厘米（不考虑物理及化学变化），已知重金属 A 的密度大于 11g/cm^3 ，小于 12g/cm^3 ，重金属 B 的密度为 8.65g/cm^3 . 试计算此混合物中重金属 A 的克数的范围.

2019 北京市普通高中第二次合格性考试数学参考答案

一、选择题（每小题 3 分，共 81 分）在每个小题给出的四个备选答案中，只有一个是符合题目要求的。

1. 【分析】进行交集的运算即可.

【解答】解： $M = \{1, 2\}$ ， $N = \{2, 3\}$ ，

$\therefore M \cap N = \{2\}$.

故选：C.

【点评】考查列举法的定义，以及交集的运算.

2. 【分析】根据平面向量的坐标运算计算即可.

【解答】解：向量 $\vec{a} = (2, 1)$ ， $\vec{b} = (0, -2)$ ，

则 $\vec{a} + \vec{b} = (2+0, 1-2) = (2, -1)$.

故选：D.

【点评】本题考查了平面向量的坐标运算应用问题，是基础题.

3. 【分析】设事件 A 表示“四个展馆中随机选择一个进行参观，那么他选择的展馆恰为中国馆”，计算出基本事件的总数和事件 A 包含的基本事件个数，即可得到事件 A 的概率.

【解答】解：设事件 A 表示“四个展馆中随机选择一个进行参观，那么他选择的展馆恰为中国馆”，

则基本事件的总数为 $C_4^1 = 4$ 个，

事件 A 包含 1 个基本事件，

所以 $P(A) = \frac{1}{4}$,

故选：B.

【点评】本题考查了古典概型的概率，考查了计数原理，属于基础题.

4. 【分析】直接利用圆的标准方程求解即可.

【解答】解：圆心为 $A(2, -3)$ ，半径等于 5 的圆的方程： $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$.

故选：C.

【点评】本题考查圆的标准方程的求法，是基本知识的考查.

5. 【分析】根据平面向量的坐标运算与数量积的定义，列方程求出 m 的值.

【解答】解：向量 $\vec{a} = (-2, 1)$ ， $\vec{b} = (1, m)$ ，

当 $\vec{a} \perp \vec{b}$ 时， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，

即 $-2 \times 1 + 1 \times m = 0$ ，

解得 $m = 2$.

故选：C.

【点评】本题考查了平面向量的数量积应用问题，是基础题.

6. 【分析】求两条直线的交点，可联立两直线方程，所得方程组的解即为两个函数的交点坐标.

【解答】解：联立两直线有：
$$\begin{cases} x+y-3=0 \\ x-y+1=0 \end{cases}$$

解得： $x=1, y=2$ ，

直线 $x+y-3=0$ 与直线 $x-y+1=0$ 的交点坐标是 $(1, 2)$.

故选：D.

【点评】本题考查了两条直线相交或平行问题，属于基础题，关键正确解出联立方程组的解.

7. 【分析】利用平面向量的数量积公式求解即可.

【解答】解：平面向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ ，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角为 60° ，

那么 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

故选：C.

【点评】本题考查向量的数量积的应用，是基本知识的考查.

8. 【分析】由函数的解析式可得 $x-1>0$ ，解得 $x>1$ ，从而得到函数的定义域.

【解答】解：由函数 $f(x) = \lg(x-1)$ 可得 $x-1>0$ ，

解得 $x>1$ ，

故函数 $f(x) = \lg(x-1)$ 的定义域为 $(1, +\infty)$ ，

故选：C.

【点评】本题主要考查求对数函数的定义域，属于基础题.

9. 【分析】由题意利用直线的斜率公式，求得结果.

【解答】解： $\because$ 已知点 $A(-1, 1)$ ， $B(2, 4)$ ，那么直线 AB 的斜率为 $\frac{4-1}{2-(-1)}=1$ ，

故选：A.

【点评】本题主要考查直线的斜率公式，属于基础题.

10. 【分析】根据分层抽样原理计算抽取的学生人数.

【解答】解：由题意知，从 A 专业抽取的学生人数为 $120 \times \frac{200}{600} = 40$ （人）.

故选：C.

【点评】本题考查了分层抽样方法应用问题，是基础题.

11. 【分析】直接利用两角差的余弦函数，写出公式即可.

【解答】解： $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$.

故选：A.

【点评】本题考查两角和与差的三角函数的公式，是基本知识的考查.

12. 【分析】根据题意，由奇函数的性质可得 $f(1) = -f(-1)$ ，即可得答案.

【解答】解：根据题意，函数 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数，则 $f(-x) = -f(x)$ ，

又由 $f(-1) = -2$ ，则 $f(1) = -f(-1) = 2$ ；

故选：D.

【点评】本题考查函数的奇偶性的性质以及应用，注意奇函数的性质，属于基础题.

13. 【分析】由已知求出直棱柱的底面积，再由棱柱体积公式求解.

【解答】解：在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，

$$\because AB \perp AC, AB=3, AC=1, \therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{3}{2},$$

又 $AA_1 \perp$ 平面 ABC ，且 $AA_1=2$ ，

$$\therefore V_{ABC-A_1B_1C_1} = \frac{3}{2} \times 2 = 3.$$

故选：B.

【点评】本题考查棱柱体积的求法，是基础的计算题.

14. 【分析】利用诱导公式直接求解.

$$\text{【解答】解：} \sin \frac{13\pi}{6} = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$$

故选：A.

【点评】本题考查三角函数值的求法，考查诱导公式等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

15. 【分析】函数 $f(x) = 0$ ，求出方程解，即可得到函数的零点的个数.

【解答】解：函数 $f(x) = x^3 - x = x(x+1)(x-1) = 0$ ，解得 $x=0$ 或 $x=1$ ，或 $x=-1$ ；

函数 $f(x) = x^3 - x$ 的零点的个数是 3 个，

故选：D.

【点评】本题考查的知识点是函数零点的求法，函数与方程的应用，是基本知识的考查.

16. 【分析】利用 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ 的图象变换规律，得出结论.

【解答】解：将函数 $y = 2 \sin x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，可得函数 $y = 2 \sin(x + \frac{\pi}{3})$ 的图象，

故选：A.

【点评】 本题主要考查 $y=Asin(\omega x+\phi)$ 的图象变换规律，属于基础题.

17. 【分析】 由题意利用两条直线平行的性质，用待定系数法求直线 l 的方程.

【解答】 解： $\because$ 直线 l 经过点 $A(1, 1)$ ，且与直线 $2x-y-3=0$ 平行，则 l 的方程为 $2x-y+c=0$ ，

把点 $A(1, 1)$ 代入，可得 $2-1+c=0$ ，求得 $c=-1$ ，

故 l 的方程为 $2x-y-1=0$ ，

故选：D.

【点评】 本题主要考查两条直线平行的性质，用待定系数法求直线的方程，属于基础题.

18. 【分析】 根据 $f(x)$ 的图象经过点 $(4, 2)$ 即可得出 $\log_a 4=2$ ，再根据 $a>0$ 即可得出 a 的值.

【解答】 解： $\because f(x)$ 的图象经过点 $(4, 2)$ ，

$\therefore \log_a 4=2$ ，

$\therefore a^2=4$ ，且 $a>0$ ，

$\therefore a=2$.

故选：C.

【点评】 考查函数图象上的点的坐标和函数解析式的关系，对数式和指数式的互化.

19. 【分析】 由题意利用指数函数的单调性，得出结论.

【解答】 解： $\because$ 函数 $y=2^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增， $3>0.3>-1$ ， $a=2^{0.3}$ ， $b=2^3$ ， $c=2^{-1}$ ，

$\therefore b>a>c$ ，

故选：B.

【点评】 本题主要考查指数函数的单调性，属于基础题.

20. 【分析】 根据二倍角的正弦公式化简函数解析式，再由周期公式求出函数的周期即可.

【解答】 解： 由题意得， $f(x)=\sin x \cos x=\frac{1}{2} \times 2 \sin x \cos x=\frac{1}{2} \sin 2x$ ，

所以函数的最小正周期为 $\frac{2\pi}{2} = \pi$,

故选: C.

【点评】 本题考查二倍角的正弦公式, 以及三角函数的周期公式应用, 熟练掌握公式是解题的关键.

21. 【分析】 直接利用正弦定理, 转化求解即可.

【解答】 解: 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c , 如果 $A=30^\circ$, $B=45^\circ$, $b=2$,

由正弦定理可得: $a = \frac{b \sin A}{\sin B} = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$.

故选: A.

【点评】 本题考查三角形的解法, 正弦定理的应用, 考查转化思想以及计算能力.

22. 【分析】 利用诱导公式以及同角三角函数基本关系式化简求解即可.

【解答】 解: $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 那么 $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{3}{5}$.

故选: B.

【点评】 本题考查诱导公式以及同角三角函数基本关系式的应用, 是基本知识的考查.

23. 【分析】 求出圆的圆心坐标, 利用点到直线的距离公式求解即可.

【解答】 解: 圆 $C: x^2 + y^2 - 6x = 0$ 化为: $(x-3)^2 + y^2 = 9$ 的圆心 $(3, 0)$,

圆心 C 到直线 $l: x - y + 1 = 0$ 的距离为: $d = \frac{|3-0+1|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

故选: B.

【点评】 本题考查直线与圆的位置关系的应用, 考查点到直线的距离公式的应用, 是基础题.

24. 【分析】 根据幂函数的图象过点 $(2, 8)$, 求出函数解析式, 再求 $f(\frac{1}{2})$ 的值.

【解答】 解: 幂函数 $f(x) = x^a$ 的图象过点 $(2, 8)$,

则 $2^n=8$, $n=3$,

$$\therefore f(x) = x^3,$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}.$$

故选: A.

【点评】 本题考查了幂函数的概念与应用问题, 是基础题.

25. **【分析】** 根据 频率分布直方图求出用电量在区间 $[300, 350)$ 的频率, 用样本容量与频率相乘即可得到用电量在区间 $[300, 350)$ 的户数.

【解答】 解: 依题意, 由频率分布直方图可知, 用电量在 $[300, 350)$ 的频率为: $0.005 \times 50 = 0.25$,

所以 100 户居民中用电量在区间 $[300, 350)$ 的户数为: $100 \times 0.25 = 25$.

故选: D.

【点评】 本题考查了频率分布直方图的应用, 考查了考查数据分析处理、运算求解能力, 属于基础题.

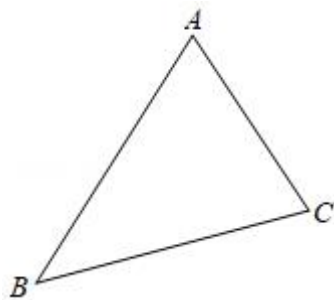
26. **【分析】** 由已知利用三角形的面积公式可求 c , 进而根据余弦定理可求 a 的值.

$$\text{【解答】解: } \because A=60^\circ, b=3, \triangle ABC \text{ 的面积 } S = \frac{3}{2}\sqrt{3} = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2} \times 3 \times c \times \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore c=2,$$

$$\therefore \text{由余弦定理可得 } a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\cos A} = \sqrt{9 + 4 - 2 \times 3 \times 2 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{7}.$$

故选: A.



【点评】 本题主要考查了三角形的面积公式, 余弦定理在解三角形中的应用, 属于基础题.

27. 【分析】利用空间线面平行垂直的判定与性质即可判断出正误.

【解答】解：①如果 $m \parallel \alpha$, $n \subset \alpha$, 那么 $m \parallel n$ 或为异面直线, 因此不正确;

②如果 $m \perp \alpha$, $n \perp \alpha$, 那么 $m \parallel n$, 正确;

③如果 $\alpha \parallel \beta$, $m \subset \alpha$, 那么 $m \parallel \beta$, 正确;

④如果 $\alpha \perp \beta$, $m \subset \alpha$, 那么 m 不一定垂直 β .

其中正确的命题是②③.

故选: B.

【点评】本题考查了空间线面位置关系、简易逻辑的判定方法, 考查了推理能力与计算能力, 属于中档题.

二、解答题 (共 19 分)

28. 【分析】根据该同学的解题过程, 写出用到了此表中的数学知识即可.

【解答】解: 该同学在解答过程中用到了此表中的数学知识有:

①任意角的概念, 弧度制的概念, 任意角的正弦的定义;

②函数 $y = \sin x$ 的图象, 三角函数的周期性;

③正弦函数在区间 $[0, 2\pi]$ 上的性质;

④参数 A, ω, ϕ 对函数 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ 图象变化的影响.

【点评】本题考查了三角函数的图象与性质的应用问题, 也考查了三角恒等变换应用问题, 是基础题.

29. 【分析】第 (I) 问是先证线线平行, 再证 “线面平行”;

第 (II) 问是先证线线垂直, 再证线线平行, 最后证 “线线垂直”.

【解答】解: (I) 证明: 在 $\triangle ABC$ 中, 因为 E, F 分别为 AB, AC 的中点,

所以 $EF \parallel BC$.

因为 $BC \not\subset$ 平面 DEF , $EF \subset$ 平面 DEF ,

所以 $BC \parallel$ 平面 DEF .

(II) 证明: 因为 $PA \perp$ 平面 ABC , $BC \subset$ 平面 ABC ,

所以 $PA \perp BC$.

因为 D, F 分别为 PC, AC 的中点,

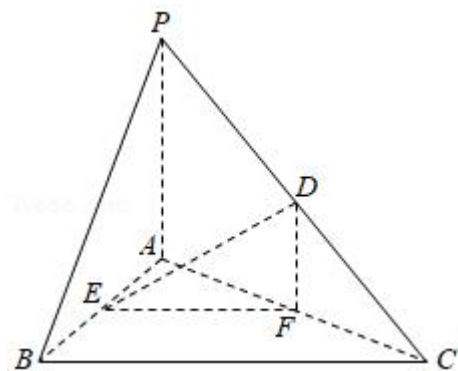
所以 $DF \parallel PA$.

所以 $DF \perp BC$.

思路分析: 第 (I) 问是先证线线平行, 再证“线面平行”;

第 (II) 问是先证线线垂直, 再证线线平行, 最后证“线线垂直”.

故答案为: ①A; ②B; ③C; ④A; ⑤B. (每空 (1 分), 共 5 分)



【点评】 本题考查线面平行、线线垂直的证明, 考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识, 考查运算求解能力, 是中档题.

30. **【分析】** (I) 没有问题;

(II) 两直线垂直, 斜率之积为 -1 , 所以直线 AB 的斜率应为 $-\frac{1}{2}$. 斜率不对, 导致后面计算出错.

【解答】 解: (II) 中, 直线 AB 的斜率为 -2 不对.

因为 $AB \perp l$,

所以直线 AB 的斜率为 $-\frac{1}{2}$.

所以直线 AB 的方程为 $y-0=-\frac{1}{2}(x+2)$, 即 $x=-2y-2$.

代入 $x^2+y^2=4$ 消去 x 整理得 $5y^2+8y=0$,

解得 $y_1=0$, $y_2=-\frac{8}{5}$.

当 $y_2=-\frac{8}{5}$ 时, $x_2=\frac{6}{5}$.

所以 B 的坐标为 $(\frac{6}{5}, -\frac{8}{5})$.

所以 $|AB|=\sqrt{(\frac{6}{5}+2)^2+(-\frac{8}{5}-0)^2}=\frac{8}{5}\sqrt{5}$.

【点评】 本题属于开放型题目, 找错误, 往往因为一个地方出错, 整个计算就不对了. 题目属于基础题.

31. **【分析】** 设重金属 A 的密度为 xg/cm^3 , 此混合物中含重金属 A 为 y 克. 解得

$y=\frac{135x}{x-8.65}$ ($11<x<12$). 然后利用基本不等式求解最小值即可.

【解答】 解: 设重金属 A 的密度为 xg/cm^3 , 此混合物中含重金属 A 为 y 克.

由题意可知, 重金属 B 为 $(1000-y)$ 克, 且 $\frac{y}{x}+\frac{1000-y}{8.65}=100$.

解得 $y=\frac{135x}{x-8.65}$ ($11<x<12$).

因为 $y=\frac{135x}{x-8.65}=135(1+\frac{8.65}{x-8.65})$,

所以当 $x>8.65$ 时, y 随 x 的增大而减小,

因为 $11<x<12$,

所以 $135 \times (1+\frac{8.65}{12-8.65})<y=135(1+\frac{8.65}{x-8.65})<135 \times (1+\frac{8.65}{11-8.65})$.

解得 $483\frac{39}{67}<y<631\frac{43}{47}$.

故此混合物中重金属 A 的克数的范围是大于 $483\frac{39}{67}$ 克, 小于 $631\frac{43}{47}$ 克.

【点评】 本题考查实际问题的处理方法, 考查基本不等式的应用, 列出函数的解析式是解题的关键.

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下, 北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号: bj-gaokao

官方网址: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980