2023 北京广渠门中学初三（上）期中

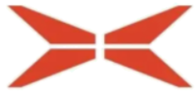
数　　学

本试卷共 8 页，100 分．考试时长 120 分钟．考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效．

一、选择题（共 8 小题，每道小题 2 分，共 16 分）

1. 习近平总书记提出：发展新能源汽车是我国从汽车大国走向汽车强国的必由之路．当前随着新一轮科技革命和产业变革孕育兴起，新能源汽车产业正进入加速发展的新阶段．下列图案是我国的一些国产新能源车企的车标，图案既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A. 　　B. 

C. 　　D. 

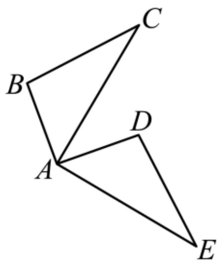
2. 下列各式中，y 是 x 的二次函数的是（　）

A. $y=3x-1$　　B. $y=\dfrac{1}{x^2}$　　C. $y=3x^2+x-1$　　D. $y=2x^3-1$

3. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2-3x+m=0$ 有两个相等的实数根，则实数 m 的值为（　）

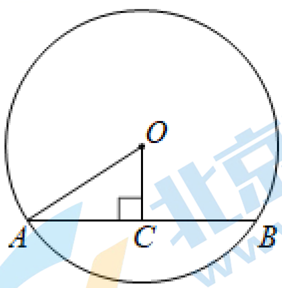
A. -9　　B. $-\dfrac{9}{4}$　　C. $\dfrac{9}{4}$　　D. 9

4. 如图将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 $90°$ 到 $\triangle ADE$，若 $\angle DAE=50°$，则 $\angle CAD=$（　　）



A. $30°$　　B. $40°$　　C. $50°$　　D. $90°$

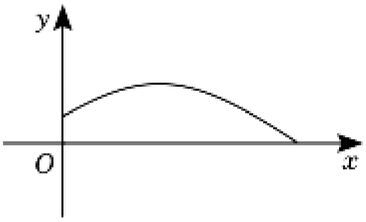
5. 如图，$\odot O$ 的半径为 5，弦 $AB=8$，$OC\perp AB$ 于点 C，则 OC 的长为（　）



A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

6. 在 2023 年中考体育考试前，小康对自己某次实心球的训练录像进行了分析，发现实心球飞行路线是一

条抛物线，若不考虑空气阻力，实心球的飞行高度 y（单位：米）与飞行的水平距离 x（单位：米）之间具有函数关系 $y=-\frac{1}{16}x^2+\frac{5}{8}x+\frac{3}{2}$，则小康这次实心球训练的成绩为（　　）



A. 14 米　　　　B. 12 米　　　　C. 11 米　　　　D. 10 米

7. y 是 x 的二次函数，其对应值如下表：

x	…	-1	0	1	2	3	4	…
y	…	4	m	0	1	4	9	…

下列叙述不正确的是（　）

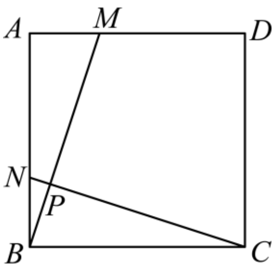
A. 该二次函数的图象的对称轴是直线 $x=1$

B. $m=1$

C. 当 $x>3$ 时，y 随 x 的增大而增大

D. 图象与 x 轴有两个公共点

8. 如图，在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中，点 M 在 AD 边上自 A 至 D 运动，点 N 在 BA 边上自 B 至 A 运动，M，N 速度相同，当 N 运动至 A 时，运动停止，连接 CN，BM 交于点 P，则 AP 的最小值为（　　）



A. 1　　　　B. 2　　　　C. $\sqrt{5}-1$　　　　D. $\sqrt{2}$

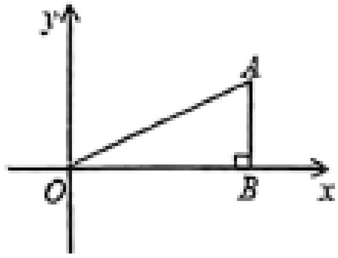
二、填空题（共 8 小题，每道小题 2 分，共 16 分）

9. 点 $(3,-2)$ 关于原点对称的点的坐标为_______.

10. 已知 $x=2$ 是一元二次方程 $x^2-mx+2=0$ 的一个根，则另一个根是_________.

11. 某种型号的芯片每片的出厂价为 400 元，经科研攻关实现国产化后，成本下降，进行两次降价，若每次降价的百分率都为 x，降价后的出厂价为 144 元、依题意可列方程为：___________.

12. 如图，平面直角坐标系中，$AB\perp x$ 轴于点 B，点 A 的坐标为 $(3,2)$，将 $\triangle AOB$ 绕原点 O 顺时针旋转 $90°$ 得到 $\triangle A'OB'$，则 A' 的坐标是_____.



13. 若抛物线 $y=4x^2$ 向右平移 2 个单位长度，再向下平移 1 个单位长度，则所得的抛物线的解析式是________.

14. 关于 x 的方程 $x^2+2x-c=0$ 无实数根，则二次函数 $y=x^2+2x-c$ 的图象的顶点在第______象限.

15. 已知点 $(1,m),(-2,n)$ 在二次函数 $y=ax^2+2ax+3(a>0)$ 的图象上，则 m ____________ n．（填"$>$""$<$"或"$=$"）

16. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知二次函数 $y=ax^2+bx$，其中 $a+b>0$，下列结论：

①若这个函数的图象经过点 $(2,0)$，则它必有最大值；

②若这个函数的图象经过第三象限的点 P，则必有 $a<0$；

③若 $a<0$，则方程 $ax^2+bx=0$ 必有一根大于 1；

④若 $a>0$，则当 $\frac{1}{2}\le x\le 1$ 时，必有 y 随 x 的增大而增大.

结合图象判断，所有正确结论的序号是___________.

二、解答题（共 12 小题，共 68 分）

17. 按要求解下列方程.

（1）用因式分解法解：$x^2+5x=0$；

（2）用公式法解：$x^2+3x+1=0$.

18. 小北同学解方程 $x^2-2x-1=0$ 的过程如下所示.

解方程：$x^2-2x-1=0$.

解：$x^2-2x=1\ldots$第一步

$(x-1)^2=1\ldots$第二步

$x_1=0$，$x_2=2\ldots$第三步

（1）小北同学是用__________（"配方法"、"公式法"或"因式分解法"）来求解的，从第__________步开始出现错误.

（2）请你用与小北同学相同的方法解该方程.

19. 若 m 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-x-1=0$ 的根，求 $3-2m^2+2m$ 的值.

20. 已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过点 $A(-1,-10),B(2,8)$ 两点.

（1）求 b，c 的值.

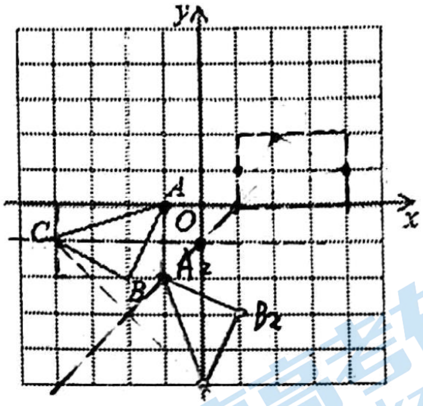
（2）求该函数图象与 x 轴的交点坐标.

21. 已知抛物线 $y=x^2-(2m-1)x+m^2-m$.

（1）求证：此抛物线与 x 轴必有两个不同的交点；

（2）若此抛物线与直线 $y=x-3m+3$ 的一个交点在 y 轴上，求 m 的值.

22. 如图，正方形网格中，$\triangle ABC$ 的顶点均在格点上，请在所给直角坐标系中按要求解答下列问题：



（1）画出与 $\triangle ABC$ 关于坐标原点 O 成中心对称的 $\triangle A_1B_1C_1$.

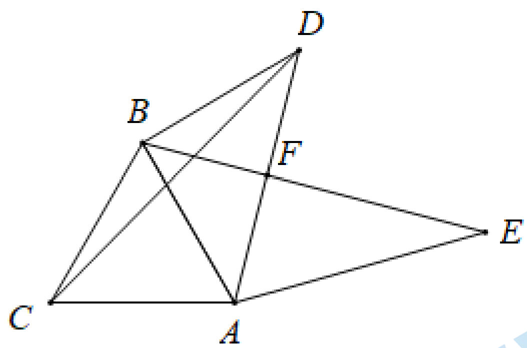
（2）$\triangle A_1B_1C_1$ 的面积为___________.

（3）将 $\triangle ABC$ 绕某点逆时针旋转 $90°$ 后，其对应点分别为 $A_2(-1,-2)$，$B_2(1,-3)$，$C_2(0,-5)$，则旋转中心的坐标为___________.

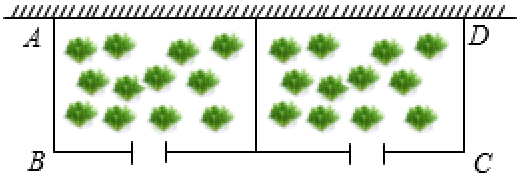
23. 如图，已知△*ABC* 是等边三角形，在△*ABC* 外有一点 *D*，连接 *AD*，*BD*，*CD*，将△*ACD* 绕点 *A* 按顺时针方向 60° 旋转得到△*ABE*，*AD* 与 *BE* 交于点 *F*，∠*BFD*＝97°.

（1）求∠*ADC* 的大小；

（2）若∠*BDC*＝7°，*BD*＝2，*BE*＝4，求 *AD* 的长.



24. 2022 年 9 月，教育部正式印发《义务教育课程方案》，《劳动教育》成为一门独立的课程，官渡区某学校率先行动，在校园开辟了一块劳动教育基地：一面利用学校的墙（墙的最大可用长度为 22 米），用长为 34 米的篱笆，围成中间隔有一道篱笆的矩形菜地，在菜地的前端各设计了两个宽 1 米的小门，供同学们进行劳动实践若设菜地的宽 *AB* 为 *x* 米.



（1） $BC=$（　　）米（用含 x 的代数式表示）；

（2）若围成的菜地面积为 96 平方米，求此时的宽 AB.

25. 请阅读下列材料，并按要求完成相应的任务：

人类对一元二次方程的研究经历了漫长的岁月．一元二次方程及其解法最早出现在公元前两千年左右的古巴比伦人的《泥板文书》中．到了中世纪，阿拉伯数学家花拉子米在他的代表作《代数学》中给出了一元二次方程的一般解法，并用几何法进行了证明．我国古代三国时期的数学家赵爽也给出了类似的几何解法．赵爽在其所著的《公股圆方图注》中记载了解方程 $x^2+5x-14=0$，即 $x(x+5)=14$ 的方法．首先构造了如图 1 所示的图形，图中的大正方形面积是 $(x+x+5)^2$，其中四个全等的小矩形面积分别为 $x(x+5)=14$，中间的小正方形面积为 5^2，所以大正方形的面积又可表示为 $4\times14+5^2$，据此易得原方程的正数解为 $x=2$.

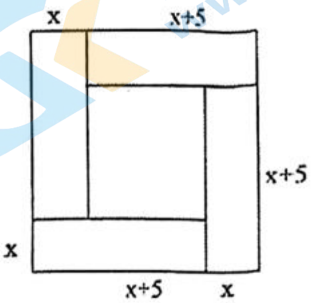


图 1

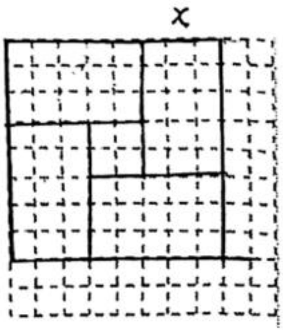
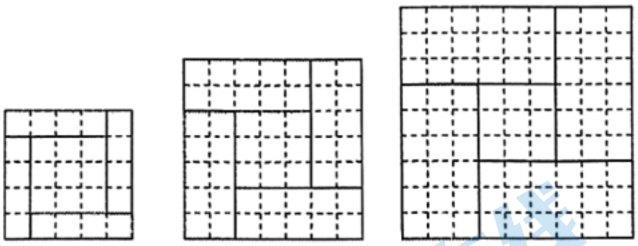


图 2

任务：

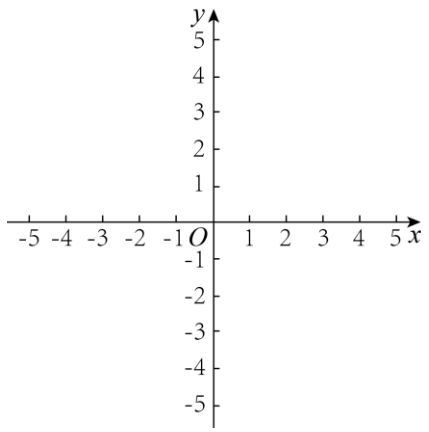
（1）参照上述图解一元二次方程的方法，请在三个构图中选择能够说明方程 $x^2-3x-10=0$ 解法的正确构图是__________（从序号①②③中选择）.



①　②　③

（2）请你通过上述问题的学习，在图 2 的网格中设计正确的构图，用几何法求方程 $x^2+2x-15=0$ 的正数解（写出必要的思考过程）

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(-1,\ y_1),(1,\ y_2),(2,\ y_3)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx$ 上.



（1）若 $a=1$，$b=-2$，求该抛物线的对称轴并比较 y_1，y_2，y_3 的大小；

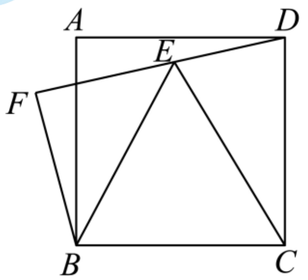
（2）已知抛物线的对称轴为 $x=t$，若 $y_2<0<y_3<y_1$，求 t 的取值范围.

27. 已知四边形 ABCD 是正方形，将线段 CD 绕点 C 逆时针旋转 α（$0°<\alpha<90°$），得到线段 CE，联结 BE、CE、DE. 过点 B 作 BF⊥DE 交线段 DE 的延长线于 F.

（1）如图，当 BE=CE 时，求旋转角 α 的度数；

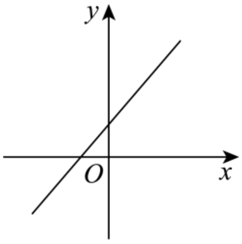
（2）当旋转角 α 的大小发生变化时，$\angle BEF$ 的度数是否发生变化?如果变化，请用含 α 的代数式表示；如果不变，请求出 $\angle BEF$ 的度数；

（3）联结 AF，求证：$DE=\sqrt{2}AF$.

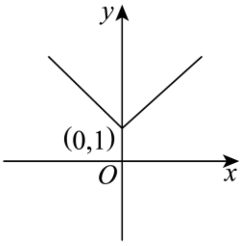


28. 定义：在平面直角坐标系中，有一条直线 $x=m$，对于任意一个函数，作该函数自变量大于 m 的部分关于直线 $x=m$ 的轴对称图形，与原函数中自变量大于或等于 m 的部分共同构成一个新的函数图象，则这个新函数叫做原函数关于直线 $x=m$ 的“镜面函数”.

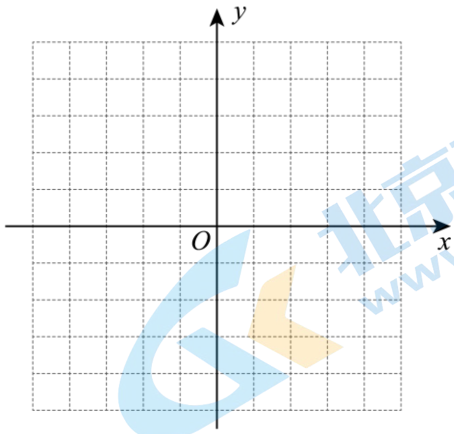
例如：图①是函数 $y=x+1$ 的图象，则它关于直线 $x=0$ 的“镜面函数”的图像如图②所示，且它的“镜面函数”的解析式为 $y=\begin{cases}x+1(x\geq 0)\\-x+1(x<0)\end{cases}$，也可以写成 $y=|x|+1$.



图①



图②



图③

（1）在图③中画出函数 $y=-2x+1$ 关于直线 $x=1$ 的“镜面函数”的图象.

（2）函数 $y=x^2-2x+2$ 关于直线 $x=-1$ 的“镜面函数”与直线 $y=-x+n$ 有三个公共点，求 n 的值.

（3）已知抛物线 $y=ax^2-4ax+2(a<0)$，关于直线 $x=0$ 的“镜面函数” 图像上的两点 $P\left(x_1,y_1\right)$，$Q\left(x_2,y_2\right)$，当 $t-1\le x_1\le t+1$，$x_2\ge 4$ 时，均满足 $y_1\ge y_2$，直接写出 t 的取值范围.

参考答案

一、选择题（共 8 小题，每道小题 2 分，共 16 分）

1.【答案】D

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【详解】解：A. 该图形不是轴对称图形，也不是中心对称图形，不符合题意；

B.该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

C.该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

D.该图形既是中心对称图形又是轴对称图形，符合题意；

故选：D.

【点睛】此题考查了轴对称图形和中心对称图形，将一个图形沿着某条直线翻折，直线两侧能完全重合的图形叫轴对称图形；将一个图形绕一点旋转 180 度后能与自身完全重合的图形叫中心对称图形，掌握轴对称图形和中心对称图形的概念是解题关键.

2.【答案】C

【分析】利用二次函数定义：一般地，形如 $y=ax^2+bx+c$（a、b、c 是常数，$a\neq 0$）的函数，叫做二次函数进行解答即可.

【详解】解：A、$y=3x-1$ 是一次函数，故此选项不合题意；

B、$y=\dfrac{1}{x^2}$ 不是二次函数，故此选项不合题意；

C、$y=3x^2+x-1$ 是二次函数，故此选项符合题意；

D、$y=2x^3-1$ 不是二次函数，故此选项不合题意；

故选：C.

【点睛】此题主要考查了二次函数定义，关键是掌握判断函数是否是二次函数，首先是要看它的右边是否为整式，若是整式且仍能化简的要先将其化简，然后再根据二次函数的定义作出判断，要抓住二次项系数不为 0 这个关键条件.

3.【答案】C

【分析】根据一元二次方程有两个相等的实数根，可得 $\Delta=0$，进而即可求解.

【详解】解：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2-3x+m=0$ 有两个相等的实数根，

∴ $\Delta=b^2-4ac=9-4m=0$.

解得：$m=\dfrac{9}{4}$.

故选：C.

【点睛】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$，a，b，c 为常数)的根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$，理解根的判别式对应的根的三种情况是解题的关键．当 $\Delta>0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta<0$ 时，方程没有实数根.

4.【答案】B

【分析】由旋转的性质可得$\angle BAC=\angle DAE=50^\circ$，$\angle BAD=90^\circ$，即可求解.

【详解】解：由旋转的性质，得$\angle BAC=\angle DAE=50^\circ$，$\angle BAD=90^\circ$，

$\therefore \angle CAD=\angle BAD-\angle BAC=40^\circ$，

故选：B.

【点睛】本题主要考查了旋转的性质，灵活运用旋转的性质是解答本题的关键.

5.【答案】C

【分析】由于$OC\perp AB$于点C，所以由垂径定理可得$AC=\frac{1}{2}AB=4$，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，由勾股定理即可得到答案.

【详解】解：在$\odot O$中，

$\because OC\perp AB$，$AB=8$

$\therefore AC=\frac{1}{2}AB=4$

$\because$在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$OA=5$，$AC=4$

$\therefore$由勾股定理可得：$OC=\sqrt{OA^2-AC^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

故选：C.

【点睛】本题考查了垂径定理的性质，熟练运用垂径定理并结合勾股定理是解答本题的关键.

6.【答案】B

【分析】根据铅球落地时，高度$y=0$，把实际问题可理解为当$y=0$时，求x的值即可.

【详解】解：当$y=0$时，则$-\frac{1}{16}x^2+\frac{5}{8}x+\frac{3}{2}=0$，

解得$x=-2$（舍去）或$x=12$.

故选：B.

【点睛】本题考查了二次函数的应用中函数式中变量与函数表达的实际意义，需要结合题意，取函数或自变量的特殊值列方程求解是解题关键.

7.【答案】D

【分析】由待定系数法求出二次函数的解析式，求出对称轴，可以判断A，当$x=0$时，求出m的值，可以判断B，根据a的值和对称轴确定y随x的变化情况，可以判断C，根据根的判别式确定与x轴的交点个数，可以判断D，从而得到答案.

【详解】解：设二次函数为$y=ax^2+bx+c$，

则$\begin{cases}0=a+b+c\\1=4a+2b+c\\4=a-b+c\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=1\\b=-2,\\c=1\end{cases}$

$\therefore$二次函数的解析式为：$y=x^2-2x+1$，

对称轴为：$x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-2}{2}=1$，故选项 A 正确，

当 $x=0$ 时，$y=1$，

$\therefore m=1$，故选项 B 正确，

$\therefore a=1>0$，

$\therefore$图象开口向上，

$\therefore$当 $x\geq 1$ 时，y 随 x 的增大而增大，

$\therefore$当 $x>3$ 时，y 随 x 的增大而增大，故选项 C 正确，

$\because \Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times1\times1=0$，

$\therefore$图象与 x 轴有一个公共点，故选项 D 错误，

故选：D．

【点睛】本题考查了二次函数的图象与性质，解答本题的关键是采用待定系数法，求出二次函数的解析式．

8.【答案】C

【分析】先确定点 P 的运动轨迹为以 BC 为直径的一段弧，再求 AP 的最小值即可

【详解】解：如图 1，

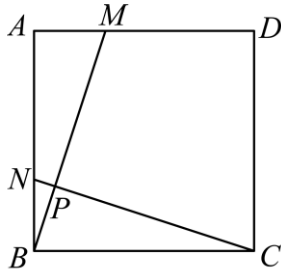


图1

$\because$四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB=BC=CD=DA, \angle A=\angle ABC=90^\circ$，

$\therefore \angle BCN+\angle BNC=90^\circ$，

又 $BN=AM$，

$\therefore \Delta ABM\cong\Delta BCN$，

$\therefore \angle ABM=\angle BCN$，

$\therefore \angle ABM+\angle BNC=90^\circ$，

$\therefore \angle BPC=\angle BPN=90^\circ$，

∴点 P 的运动轨迹为以 BC 为直径的一段弧，如图 2 所示，

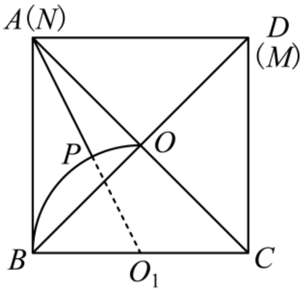


图2

连接 AO_1 交弧于点 P，此时，AP 的值最小，

在 $Rt\Delta ABO_1$ 中，$AB=2, BO_1=\frac{1}{2}BC=1$，

由勾股定理得，$AO_1=\sqrt{AB^2+BO_1^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，

$\therefore AP=AO_1-PO_1=\sqrt{5}-1$，

故选：C

【点睛】本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定与性质，勾股定理及圆的性质，知道线段最短时点的位置并能确定出最小时点的位置是解题关键.

二、填空题（共 8 小题，每道小题 2 分，共 16 分）

9.【答案】$(-3,2)$

【分析】根据关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数求解即可.

【详解】解：点 $(3,-2)$ 关于原点对称的点的坐标为 $(-3,2)$，

故答案为：$(-3,2)$.

【点睛】本题考查了平面直角坐标系中关于原点对称的点的坐标特征，解题的关键是掌握：两个点关于原点对称时，它们的坐标符号相反，即点 (x,y) 关于原点 O 的对称点是 $(-x,-y)$.

10.【答案】$x=1$

【分析】根据一元二次方程根与系数的关系可进行求解.

【详解】解：设该方程的另一个根为 a，则根据一元二次方程根与系数的关系可得：

$2a=2$，

$\therefore a=1$；

故答案为 $x=1$.

【点睛】本题主要考查一元二次方程根与系数的关系，熟练掌握一元二次方程根与系数的关系是解题的关键.

11.【答案】$400(1-x)^2=144$

【分析】平均每次降价的百分率为 x，则第一次降价后的价格 $400(1-x)$ 元，第二次降价后的价格为

$400(1-x)^2$ 元．根据降价后的出厂价为 144 元，列出方程即可．

【详解】解：根据题意，列方程为 $400(1-x)^2=144$．

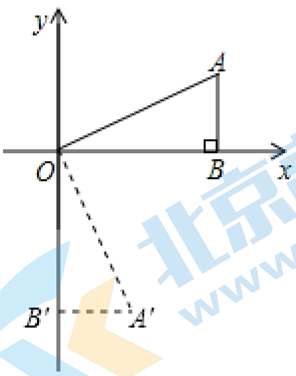
故答案为：$400(1-x)^2=144$．

【点睛】本题主要考查由实际问题抽象出一元二次方程，根据所设未知数，表示出第二次降价后价格是解决本题的关键．

12．【答案】$(2,-3)$

【分析】根据题意画出图形旋转后的位置，根据旋转的性质确定对应点 A' 的坐标．

【详解】解：如图．



∵将 $\triangle AOB$ 绕原点 O 顺时针旋转 $90°$ 得到 $\triangle A'OB'$，

∴ $A'B'=AB=2$，$OB'=OB=3$，$\angle OA'B'=\angle OBA=90°$，

∴ $A'(2,-3)$．

故答案为：$(2,-3)$．

【点睛】此题考查了旋转变换、点的坐标及旋转的性质，解答本题的关键是掌握旋转的三要素，及旋转的性质：$(a,\ b)$ 绕原点顺时针旋转 $90°$ 得到的坐标为 $(b,-a)$．

13．【答案】$y=4\left(x-2\right)^2-1$

【分析】根据“左加右减，上加下减”的原则进行解答即可．

【详解】解：平移后的抛物线的解析式是 $y=4\left(x-2\right)^2-1$，

故答案为：$y=4\left(x-2\right)^2-1$

【点睛】本题考查的是二次函数的图象的平移，熟知“上加下减，左加右减”的原则是解答此题的关键．

14．【答案】二

【分析】由程 $x^2+2x-c=0$ 无实数根，可知抛物线与 x 轴没有交点，由二次项系数大于 0 可知抛物线在 x 轴的上方，然后结合对称轴即可求解．

【详解】解：∵关于 x 的方程 $x^2+2x-c=0$ 无实数根，

∴二次函数 $y=x^2+2x-c$ 的图象与 x 轴没有交点，

∵ $a=1>0$，

∴二次函数 $y=x^2+2x-c$ 的图象开口向上，

∴抛物线在 x 轴上方，

∵对称轴为直线 $x=-\dfrac{b}{2a}=-1$，

∴抛物线顶点在第二象限.

故答案为：二.

【点睛】本题考查了二次函数的图象与性质，以及二次函数与坐标轴的交点问题，一元二次方程与二次函数的关系，熟练掌握二次函数的图象与性质是解答本题的关键.

15.【答案】>

【分析】根据二次函数的图象性质，得对称轴 $x=-1$，结合对称性判断.

【详解】解：二次函数 $y=ax^2+2ax+3(a>0)$，

对称轴为 $x=-\dfrac{2a}{2a}=-1$，

∵ $1-(-1)=2>-1-(-2)=1$，

∴ $(1,m)$ 与对称轴的距离较 $(-2,n)$ 与对称轴的距离远.

而 $a>0$，

∴ $m>n$.

故答案为：>

【点睛】本题考查二次函数的图象性质；确定对称轴，理解对称性是解题的关键.

16.【答案】①③④

【分析】①将点 $(2,0)$ 代入 $y=ax^2+bx$ 中，得 $b=-2a$，再将其代入 $a+b>0$，判断出 a 与 0 的关系，从而判断最值即可；②通过 $a>0$，$b>0$，可得抛物线过一、二、三象限，从而判断出 $a<0$ 错误即可；③根据 $a<0$，$a+b>0$ 判断出对称轴的取值范围，再利用抛物线的对称性可判断方程的根；④当 $a>0$ 时，$b\geq 0$ 或 $b<0$ 进行分类讨论，先判断对称轴的范围，最后判断增减性即可.

【详解】解：①将 $(2,0)$ 代入 $y=ax^2+bx$ 中，得

$4a+2b=0$，

∴ $b=-2a$，

∵ $a+b>0$，

∴ $a+b=a-2a=-a>0$，

即 $a<0$

∴抛物线开口向下，有最大值，

故①正确；

②∵抛物线 $y=ax^2+bx$ 过原点，且 $a+b>0$，

∴当 $a>0$，$b>0$ 时，对称轴 $x=-\frac{b}{2a}<0$，

∴图象经过第三象限时，不一定有 $a<0$，

故②错误；

③抛物线 $y=ax^2+bx$ 过原点，且 $a+b>0$，

∴方程 $ax^2+bx=0$ 的其中一个根为 0，

当 $a<0$ 时，$b>-a$，

则有对称轴 $x=-\frac{b}{2a}>\frac{1}{2}$，

根据抛物线的对称性可知：方程 $ax^2+bx=0$ 的另一根大于 1，

故③正确；

④当 $a>0$，$b\geq 0$ 时，抛物线对称轴 $x=-\frac{b}{2a}\leq 0$，

∴ $\frac{1}{2}\leq x\leq 1$，y 随 x 增大而增大，

当 $a>0$，$b<0$ 时，即 $-a<b<0$，

抛物线对称轴 $x=-\frac{b}{2a}<\frac{1}{2}$，

∴ $\frac{1}{2}\leq x\leq 1$，y 随 x 增大而增大，

综上所述：若 $a>0$ 时，则当 $\frac{1}{2}\leq x\leq 1$，y 随 x 增大而增大，

故答案为：①③④.

【点睛】本题考查了二次函数的图像与性质，解题的关键是熟练掌握其性质.

二、解答题（共 12 小题，共 68 分）

17.【答案】（1）$x_1=0, x_2=-5$

（2）$x_1=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}, x_2=\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$

【分析】（1）先用提取公因式分解方程的左边，然后求解即可；

（2）先用根的判别式判别一元二次方程根的情况，然后再根据求根公式解答即可.

【小问 1 详解】

解：$x^2+5x=0$

$x(x+5)=0$

$x=0, x+5=0$

$x_1=0, x_2=-5$.

【小问 2 详解】

解： $x^2+3x+1=0$

$\Delta=3^2-4\times1\times1=5>0$

$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times1}}{2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

$x_1=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2},x_2=\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$.

【点睛】本题主要考查了解一元二次方程，掌握运用因式分解法和公式法解一元二次方程是解答本题的关键.

18. 【答案】(1) 配方法，二

（2） $x_1=\sqrt{2}+1$， $x_2=-\sqrt{2}+1$

【分析】本题考查一元二次方程的解法，掌握配方法的一般步骤是解题的关键.

（1）根据配方法解一元二次方程的一般步骤判断；

（2）利用配方法解一元二次方程即可.

【小问 1 详解】

解：小北同学是用配方法来求解的，从第二步开始出现错误，

故答案为：配方法，二.

【小问 2 详解】

$x^2-2x-1=0$.

解： $x^2-2x=1$

$(x-1)^2=2$

$x-1=\pm\sqrt{2}$

$x_1=\sqrt{2}+1$， $x_2=-\sqrt{2}+1$.

19. 【答案】1

【分析】把 $x=m$ 代入 $x^2-x-1=0$ 即可得到 $m^2-m=1$，再整体代入即可求值.

【详解】解：∵ m 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-x-1=0$ 的根

∴把 $x=m$ 代入 $x^2-x-1=0$ 得： $m^2-m-1=0$

∴ $m^2-m=1$

∴ $3-2m^2+2m=3-2(m^2-m)=3-2\times1=1$.

【点睛】本题考查一元二次方程的解，利用整体求值是解题的关键.

20. 【答案】(1) $b=5,c=-6$

（2） $(1,0),(-6,0)$

【分析】(1) 依据题意，将 A 、 B 代入解析式进行计算可以得解；

（2）由（1）再令 $y=0$，从而计算可以得解．

【小问 1 详解】

解：点 $A(-1,-10), B(2,8)$ 代入抛物线，

得 $\begin{cases}1-b+c=-10\\4+2b+c=8\end{cases}$，

$\therefore \begin{cases}b=5\\c=-6\end{cases}$.

【小问 2 详解】

$\because b=5, c=-6$

$\therefore y=x^2+5x-6$.

令 $y=0$，解得，$x_1=1, x_2=-6$.

$\therefore$ 二次函数与 x 轴的交点坐标为 $(1,0),(-6,0)$.

【点睛】本题主要考查了抛物线与 x 轴的交点，解题时要熟练掌握并理解是关键．

21.【答案】（1）证明见解析；（2）m 的值为-3 或 1.

【分析】（1）先求得△的值，然后证明△＞ 0 即可；

（2）依据此抛物线与直线 $y=x-3m+3$ 的一个交点在 y 轴上可得到 $m^2-m=-3m+3$，然后解关于 m 的方程即可．

【详解】解：（1）令 $y=0$ 得：$x^2-(2m-1)x+m^2-m=0$①

$\because \triangle=(2m-1)^2-4(m^2-m)=1>0$

$\therefore$ 方程①有两个不等的实数根，

$\therefore$ 原抛物线与 x 轴有两个不同的交点；

（2）令：$x=0$，根据题意有：$m^2-m=-3m+3$，

整理得：$m^2+2m-3=0$

解得 $m=-3$ 或 $m=1$.

【点睛】本题主要考查的是抛物线与 x 轴的交点，依据此抛物线与直线 $y=x-3m+3$ 的一个交点在 y 轴上得到关于 m 的方程是解题的关键．

22.【答案】（1）见解析　（2）$\frac{5}{2}$

（3）$(0,-1)$

【分析】本题考查作图—旋转变换、 中心对称，熟练掌握旋转的性质、中心对称的性质是解答本题的关键.

（1）根据中心对称的性质作图即可.

（2）利用割补法求三角形的面积即可.

（3）连接 AA_2, CC_2，分别作线段 AA_2, CC_2，的垂直平分线，两线相交于点 M，则点 M 为 $\triangle ABC$ 与

$\triangle A_2B_2C_2$ 的旋转中心，即可得出答案.

【小问 1 详解】

如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

【小问 2 详解】

$\triangle A_1B_1C_1$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times(2+3)\times2-\frac{1}{2}\times2\times1-\frac{1}{2}\times3\times1=\frac{5}{2}$，

故答案为：$\frac{5}{2}$.

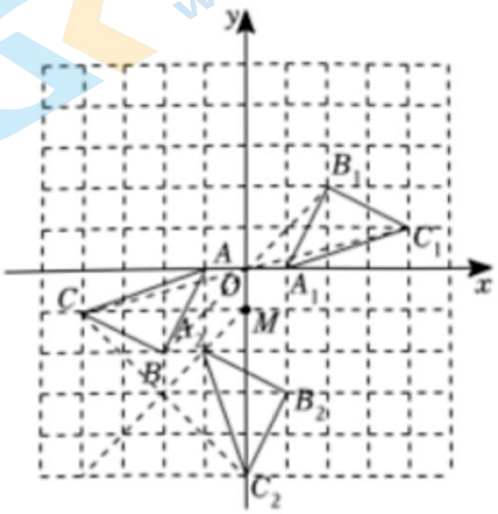
【小问 3 详解】

如图，连接 AA_2, CC_2，再分别作线段 AA_2, CC_2 的垂直平分线，两线相交于点 M，

则 $\triangle ABC$ 是绕点 M 逆时针旋转 $90°$ 后得到的 $\triangle A_2B_2C_2$，

∴旋转中心的坐标为 $(0,-1)$，

故答案为：$(0,-1)$.



23.【答案】（1）23°；（2）$2\sqrt{3}$.

【分析】（1）由旋转的性质可得 $AB=AC$，$\angle ADC=\angle E$，$\angle CAB=\angle DAE=60°$，由三角形的内角和定理可求解；

（2）连接 DE，可证△AED 是等边三角形，可得 $\angle ADE=60°$，$AD=DE$，由旋转的性质可得 $\triangle ACD\cong\triangle ABE$，可得 $CD=BE=4$，由勾股定理可求解.

【详解】解：（1）∵将 $\triangle ACD$ 绕点 A 按顺时针方向旋转得到 $\triangle ABE$，

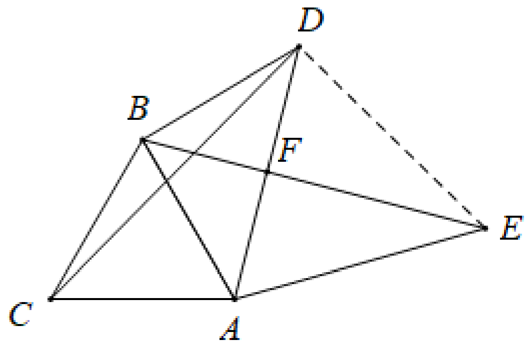
∴$AB=AC$，$\angle ADC=\angle E$，$\angle CAB=\angle DAE=60°$，

∵ $\angle BFD=97°=\angle AFE$，

∴ $\angle E=180°-97°-60°=23°$，

∴ $\angle ADC=\angle E=23°$；

（2）如图，连接 DE，



∵$AD=AE$，$\angle DAE=60°$，

∴$\triangle AED$是等边三角形，

∴$\angle ADE=60°$，$AD=DE$，

∵将$\triangle ACD$绕点A按顺时针方向旋转得到$\triangle ABE$，

∴$\triangle ACD\cong\triangle ABE$，

∴$CD=BE=4$，

∵$\angle BDC=7°$，$\angle ADC=23°$，$\angle ADE=60°$，

∴$\angle BDE=90°$，

∴$DE=\sqrt{BE^2-BD^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

∴$AD=DE=2\sqrt{3}$．

【点睛】本题考查了旋转的性质，全等三角形的判定和性质，等边三角形的性质，勾股定理等知识，添加恰当辅助线构造直角三角形是本题的关键．

24.【答案】（1）$36-3x$

（2）8

【分析】对于（1），根据$BC=34-3AB+2$即可表示；

对于（2），根据面积公式列出方程，求出解，并判断．

【小问1详解】

根据题意可知$BC=34-3AB+2=36-3x$；

故答案为：$36-3x$；

【小问2详解】

根据题意，得

$(36-3x)x=96$，

解得$x=8$或$x=4$（不合题意，舍去）．

所以，宽AB为8米．

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的应用，确定等量关系是解题的关键．

25.【答案】（1）②　（2）$x=3$

【分析】（1）仿照阅读材料构造图形，即可判断出构图方法；

（2）仿照阅读材料构造大正方形面积是$(x+x+2)^2$，其中四个全等的小矩形面积分别为$x(x+2)=15$，中间的小正方形面积为2^2，即可解决问题.

【小问 1 详解】

∵应构造面积是$(x+x-3)^2$的大正方形，其中四个全等的小矩形面积分别为$x(x-3)=10$，中间的小正方形面积为3^2，

∴大正方形的面积又可表示为$4\times10+3^2=49$，

∴大正方形的边长为7，所以$x+x-3=7$

$\therefore x=5$，

故正确构图②，

故答案为：②；

【小问 2 详解】

首先构造了如图2所示的图形，

图中的大正方形面积是$(x+x+2)^2$，其中四个全等的小矩形面积分别为$x(x+2)=15$，中间的小正方形面积为2^2，

所以大正方形的面积又可表示为$4\times15+2^2=64$，

进一步可知大正方形的边长为8，所以$x+x+2=8$，

解得$x=3$.

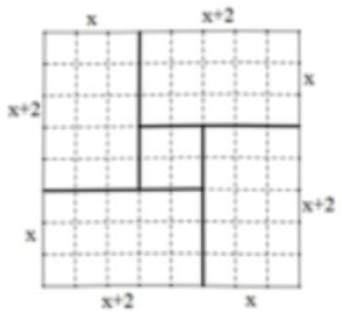


图2

【点睛】本题是材料阅读题，考查了构造图形解一元二次方程，关键是读懂材料中提供的构图方法，并能正确构图解一元二次方程，体现了数形结合的思想.

26.【答案】（1）$y_1>y_3>y_2$；

（2）$\frac{1}{2}<t<1$.

【分析】（1）将$a=1$，$b=-2$代入函数解析式可得抛物线开口方向及对称轴，进而求解；

（2）由抛物线解析式可得抛物线经过原点，分别讨论$a>0$与$a<0$两种情况.

【小问 1 详解】

解：（1）∵$a=1$，$b=-2$，

$\therefore y=x^2-2x$，

$\therefore$抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=-\frac{-2}{2}=1$，

$\because 1-(-1)>2-1>1-1$，

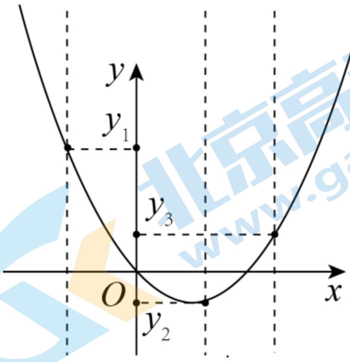
$\therefore y_1>y_3>y_2$；

【小问 2 详解】

把 $x=0$ 代入 $y=ax^2+bx$ 得 $y=0$，

$\therefore$抛物线经过原点 $(0,0)$，

①$a>0$ 时，抛物线开口向上，



$\because y_2<0$，

$\therefore t>0$，

当 $y_3=y_1$ 时，$t=\frac{-1+2}{2}=\frac{1}{2}$，

$\because y_3<y_1$，

$\therefore t>\frac{1}{2}$；

当 $y_2=0$ 时，$t=\frac{0+2}{2}=1$，

$\therefore \frac{1}{2}<t<1$ 满足题意.

②$a<0$ 时，抛物线开口向下，

$\because y_2<0$，

$\therefore t<0$，

$\therefore x>0$ 时，y 随 x 增大而减小，

$\therefore y_3<y_2$，不符合题意.

综上所述，$\frac{1}{2}<t<1$.

【点睛】本题考查二次函数的性质，解题关键是掌握二次函数图象与系数的关系，掌握二次函数与不等式

的关系.

27.【答案】（1）30°；（2）不变；45°；（3）见解析

【分析】（1）利用图形的旋转与正方形的性质得到△BEC是等边三角形，从而求得α=∠DCE=30°.

（2）因为△CED是等腰三角形，再利用三角形的内角和即可求∠BEF=$180°-\angle CED-\angle CEB=45°$.

（3）过A点与C点添加平行线与垂线，作得四边形AGFH是平行四边形，求得△ABG≌△ADH. 从而求得矩形AGFH是正方形，根据正方形的性质证得△AHD≌△DIC，从而得出结论.

【详解】（1）证明：在正方形ABCD中，BC=CD. 由旋转知，CE=CD,

又∵BE=CE,

∴BE=CE=BC,

∴△BEC是等边三角形，

∴∠BCE=60°.

又∵∠BCD=90°，

∴α=∠DCE=30°.

（2）∠BEF的度数不发生变化.

在△CED中，CE=CD,

∴∠CED=∠CDE=$\dfrac{180°-\alpha}{2}=90°-\dfrac{\alpha}{2}$,

在△CEB中, CE=CB, ∠BCE=$90°-\alpha$,

∴∠CEB=∠CBE=$\dfrac{180°-\angle BCE}{2}=45°+\dfrac{\alpha}{2}$,

∴∠BEF=$180°-\angle CED-\angle CEB=45°$.

（3）过点A作AG∥DF与BF的延长线交于点G，过点A作AH∥GF与DF交于点H，过点C作CI⊥DF于点I

易知四边形AGFH是平行四边形，

又∵BF⊥DF，

∴平行四边形AGFH是矩形.

∵∠BAD=∠BGF=90°，

∠BPF=∠APD，

∴∠ABG=∠ADH.

又∵∠AGB=∠AHD=90°，AB=AD，

∴△ABG≌△ADH.

∴AG=AH，

∴矩形AGFH是正方形.

∴∠AFH=∠FAH=45°，

∴AH=AF

∵∠DAH+∠ADH=∠CDI+∠ADH=90°

∴∠DAH=∠CDI

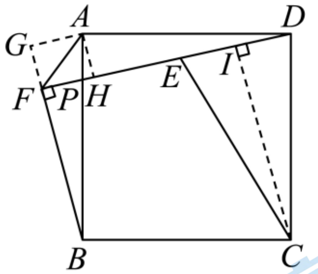
又∵∠AHD=∠DIC=90°，AD=DC，

∴△AHD≌△DIC

∴AH=DI，

∵DE=2DI，

∴DE=2AH= $\sqrt{2}$ AF



【点睛】本题考查正方形的性质和判定、图形的旋转、等腰三角形的性质、全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

28.【答案】(1) 见解析　(2) 4 或 $\frac{7}{4}$

(3) $-3\le t\le 3$

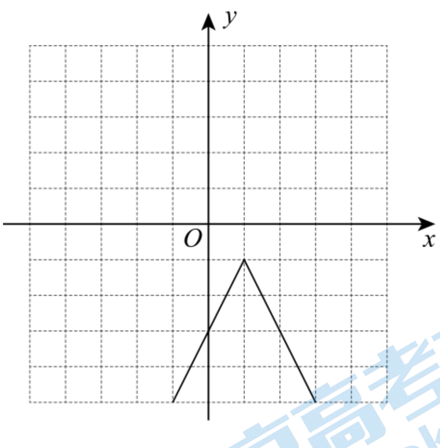
【分析】(1) 根据“镜面函数”的定义画出函数 $y=-2x+1$ 的“镜面函数”的图象即可；

(2) 分直线 $y=-x+m$ 过“镜面函数”图象与直线 $x=-1$ 的交点和与原抛物线相切两种情况求解即可；

(3) 根据题意可作出对应的函数图象，再根据二次函数的性质可得出关于 t 的不等式组，解之即可得出结论.

【小问 1 详解】

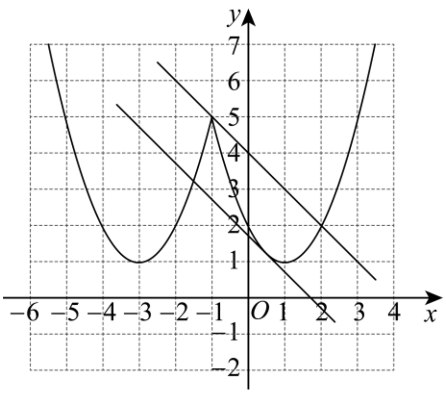
解：如图，即为函数函数 $y=-2x+1$ 关于直线 $x=1$ 的“镜面函数”的图象，



图③

【小问 2 详解】

如图，



对于 $y=x^2-2x+2$, 当 $x=0$ 时，$y=2$，

∴函数 $y=x^2-2x+2$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0,2)$，

当直线 $y=-x+n$ 经过点 $(-1,5)$ 时，$m=4$；

此时 $y=x^2-2x+2$ 关于直线 $x=-1$ 的“镜面函数”与直线有三个公共点，

当直线 $y=-x+n$ 与原抛物线只有一个交点时，则有：$-x+m=x^2-2x+2$，

整理得 $x^2-x+2-m=0$,

此时 $\Delta=(-1)^2-4(2-m)=0$，

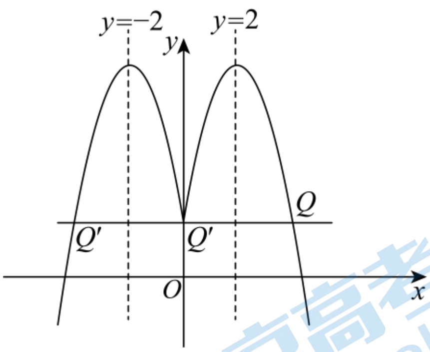
解得 $m=\dfrac{7}{4}$，

综上，m 的值为 4 或 $\dfrac{7}{4}$；

【小问 3 详解】

根据题意可知，该抛物线的“镜面函数”为：$y=\begin{cases} a(x-2)^2+2-4a(x\geq 0) \\ a(x+2)^2+2-4a(x<0) \end{cases}$，

函数图象如图所示：



当 $x_2=4$ 时，如图，点 Q 关于直线 $x=2$ 的对称点为 $Q'(0,\ y_2)$，关于 $x=0$ 的对称点为 $Q''(-4,\ y_2)$，

若当 $t-1\leq x_1\leq t+1, x_2\geq 4$ 时，均满足 $y_1\geq y_2$，

则需满足 $\begin{cases} t-1\geq -4 \\ t+1\leq 4 \end{cases}$，

解得 $-3 \le t \le 3$.

故答案为：$-3 \le t \le 3$.

【点睛】本题考查二次函数的综合应用； 理解并运用新定义“镜面函数”，能够将图象的对称转化为点的对称，借助图象解题是关键.

北京初三高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！