

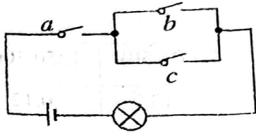
本试卷共 6 页, 共 150 分, 调研时长 120 分钟

第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项, 把答案填在答题纸上)

1. 若书架上放的工具书、故事书、图画书分别是 5 本、3 本、2 本, 则随机抽出一本是故事书的概率为 ()
- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{1}{2}$
2. 直线 $l: \sqrt{3}x + y - 3 = 0$ 的倾斜角为 ()
- A. 30° B. 60° C. 120° D. 90°
3. 斜率为 -3, 在 x 轴上截距为 -2 的直线的一般式方程是 ()
- A. $3x + y + 6 = 0$ B. $3x - y - 2 = 0$
C. $3x + y - 6 = 0$ D. $3x - y + 2 = 0$
4. 若 $A(-1, 0, 2)$ 、 $B(1, 4, 10)$ 在直线上, 则直线的一个方向向量为 ()
- A. $(1, 2, 4)$ B. $(1, 4, 2)$ C. $(2, 1, 4)$ D. $(4, 2, 1)$
5. 下列各组事件中, 不是互斥事件的是 ()
- A. 一个射手进行一次射击, 命中环数大于 8 与命中环数小于 6
B. 统计一个班级期中考试数学成绩, 平均分数不低于 90 分与平均分数不高于 90 分
C. 播种菜籽 100 粒, 发芽 90 粒与发芽 80 粒
D. 检查某种产品, 合格率高于 70% 与合格率为 70%
6. 正方体中, 下列各式运算结果为向量 $\overrightarrow{B_1D_1}$ 的是 ()
- ① $\overrightarrow{A_1D_1} - \overrightarrow{A_1A} - \overrightarrow{AB}$; ② $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB_1} - \overrightarrow{D_1C_1}$;
③ $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{DD_1}$; ④ $\overrightarrow{B_1D_1} - \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{DD_1}$.
- A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ①④

7. 在如图所示的电路图中, 开关A, B, C闭合与断开的概率都是 $\frac{1}{2}$, 且都是互相独立的, 则灯亮的概率是 ()



- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{7}{8}$

8. “直线 $l_1: ax+(1-a)y=3$ 与 $l_2: (a-1)x+(2a+3)y=2$ 互相垂直”是“ $a=-3$ ”的 ()

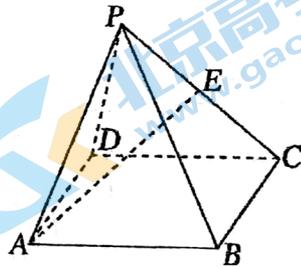
- A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 已知直线 $l: ax-y-2=0$ 和点 $P(2,1), Q(-3,2)$, 若 l 与线段PQ相交, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $-\frac{3}{4} \leq a \leq \frac{2}{3}$ B. $a \leq -\frac{3}{4}$ 或 $a \geq \frac{2}{3}$
C. $-\frac{4}{3} \leq a \leq \frac{3}{2}$ D. $a \leq -\frac{4}{3}$ 或 $a \geq \frac{3}{2}$

10. 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是平行四边形, E 为棱 PC 的中点, 若 $\overrightarrow{AE} = x\overrightarrow{AB} + 2y\overrightarrow{BC} + 3z\overrightarrow{AP}$, 则 $x+y+z=$ ()

- A. 1 B. $\frac{11}{12}$ C. $\frac{11}{6}$ D. 2



第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分. 把答案填在答题纸上)

11. 我国西部一个地区的年降水量在下列区间内的概率如表所示:

年降水量/mm	[100,150)	[150,200)	[200,250)	[250,300]
概率	0.21	0.16	0.13	0.12

则年降水量在[200,300](mm)范围内的概率是_____

12. 已知空间向量 $\vec{a} = (2, -1, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, 2)$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}| =$ _____

13. 设 $\vec{n} = (1, 0, 1)$, $\vec{v} = (0, 1, 1)$ 分别是平面 α, β 的法向量, 则平面 α 与平面 β 的夹角是_____

14. 两平行直线 $l_1: 3x + 4y - 2 = 0$ 与 $l_2: 6x + my - 5 = 0$ 之间的距离是_____

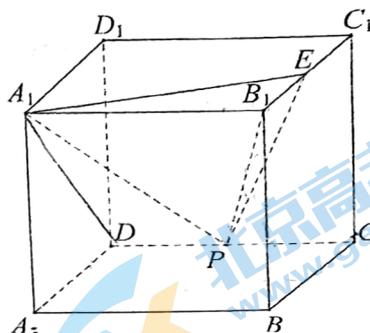
15. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为棱 B_1C_1 的中点. 动点 P 沿着棱 DC 从点 D 向点 C 移动, 对于下列三个结论:

① 存在点 P , 使得 $PA_1 = PE$;

② $\triangle PA_1E$ 的面积越来越大;

③ 四面体 $APBE$ 的体积不变.

所有正确的结论的序号是_____

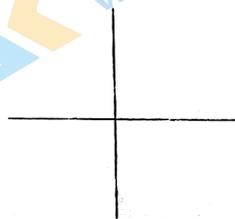


三、解答题 (共 6 小题, 共 85 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.)

16. (本题满分 14 分)

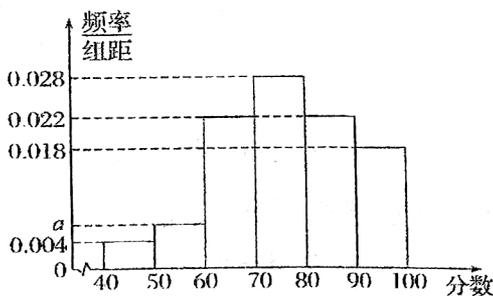
在平行四边形 $ABCD$ 中, $A(1,1)$, $C(5,5)$, 边 AB, AD 所在直线的方程分别为 $l_1: x-3y+2=0$ 和 $l_2: 3x-y-2=0$.

- (I) 求 BC 边所在直线的方程和点 A 到直线 BC 的距离;
 (II) 求线段 AC 垂直平分线所在的直线方程;
 (III) 求过点 B 且在 x 轴和 y 轴截距相等的直线方程



17. (本题满分 14 分)

某企业为了解下属某部门对本企业职工的服务情况, 随机访问 50 名职工, 根据这 50 名职工对该部门的评分, 绘制频率分布直方图(如图所示), 其中样本数据分组区间为: $[40,50)$, $[50,60)$, \dots , $[80,90)$, $[90,100]$.

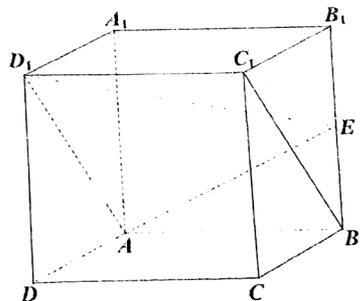


- (I) 求频率分布直方图中 a 的值;
 (II) 估计该企业的职工对该部门评分不低于 80 的概率;
 (III) 从评分在 $[40,60)$ 的受访职工中, 随机抽取 2 人, 求此 2 人的评分都在 $[40,50)$ 的概率.

18. (本题满分 14 分)

如图, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 BB_1 的中点.

- (I) 求 D_1E 的长;
 (II) 求异面直线 AE 与 BC_1 所成角的余弦值;
 (III) 求直线 AB 与平面 AD_1E 所成角的正弦值.



19. (本题满分 14 分)

有两种投资方案, 一年后投资的盈亏情况如下两表:

投资股市的盈亏情况表

投资结果	获利 40%	不赔不赚	亏损 20%
概率	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$

购买基金的盈亏情况表

投资结果	获利 20%	不赔不赚	亏损 10%
概率	p	$\frac{1}{3}$	q

(1) 当 $p = \frac{1}{4}$ 时, 求 q 的值;

(2) 已知甲、乙两人都选择了“投资股市”进行投资, 求一年后他们中恰有一人亏损的概率;

(3) 已知丙、丁两人分别选择了“投资股市”和“购买基金”进行投资, 设一年后他们中至少有一人获利的概率大于 $\frac{4}{5}$, 求 p 的取值范围.

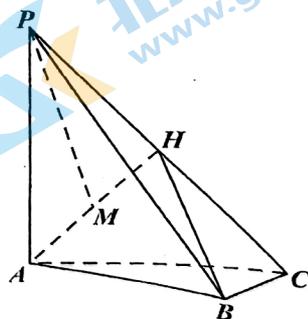
20. (本题满分 15 分)

如图, 在三棱锥中, $PA \perp$ 底面 ABC , $AC \perp BC$, H 为 PC 的中点, M 为 AH 的中点, $PA = AC = 2$, $BC = 1$.

(I) 求证: $AH \perp BC$;

(II) 求点 C 到平面 ABH 的距离;

(III) 在线段 PB 上是否存在点 N , 使 $MN \parallel$ 平面 ABC ? 若存在, 求出 $\frac{|PN|}{|PB|}$ 的值, 若不存在, 请说明理由.



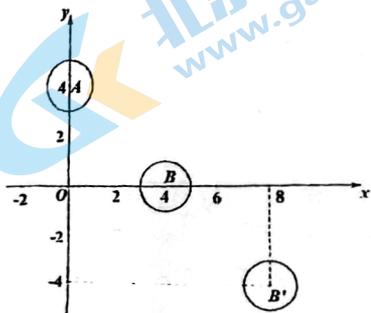
21. (本题满分 14 分)

规定：在桌面上，用母球击打目标球，使目标球运动，球的位置是指球心的位置. 我们说球 A 是指该球的球心点 A . 两球碰撞后，目标球在两球的球心所确定的直线上运动，目标球的运动方向是指目标球被母球击打时，母球球心所指向目标球球心的方向. 所有的球都简化为平面上半径为 1 的圆，且母球与目标球有公共点时，目标球就开始运动. 如图：在桌面上建立平面直角坐标系，设母球 A 的位置为 $(0, a)$ ($a \in R$)，目标球 B 的位置为 $(4, 0)$ ，球 B' 的位置为 $(8, -4)$ ，解决下列问题：

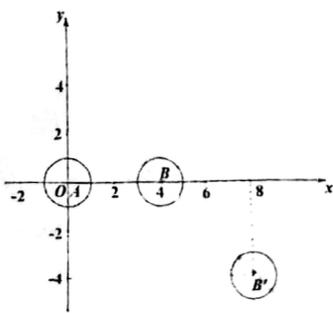
(I) 如图①，若 $a = 4$ ，沿向量 \overrightarrow{AB} 的方向击打母球 A ，能否使目标球 B 向球 B' 的球心方向运动？判断并说明理由；

(II) 如图②，若 $a = 0$ ，要使目标球 B 向球 B' 的球心方向运动，求母球 A 的球心运动的直线方程；

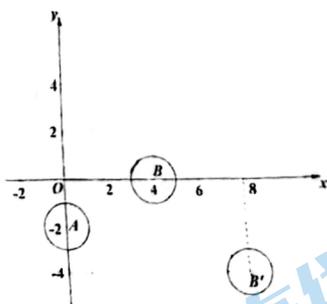
(III) 如图③，若 $a = -2$ ，能否让母球 A 击打目标球 B 后，使目标球 B 向球 B' 的球心方向运动？判断并说明理由.



图①



图②



图③

(注：考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯