2023北京人大附中高一10月月考

数　学

一、选择题（每题4分，共10道题）

1. 下列六个关系式：①$\{a,b\}=\{b,a\}$；②$\{a,b\}\subseteq\{b,a\}$；③$\varnothing=\{\varnothing\}$；④$\{0\}=\varnothing$；⑤$\varnothing\subseteq\{0\}$；⑥$0\in\{0\}$．其中正确的个数是（　）

A. 1　　B. 3　　C. 4　　D. 6

2. 若 $a>b>0$，则下列不等式错误的是（　）

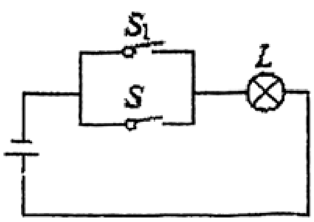
A. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　B. $\frac{b}{a}<\frac{b+1}{a+1}$

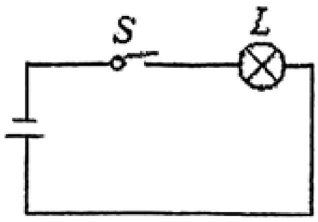
C. $a+\frac{1}{b}>b+\frac{1}{a}$　　D. $a+\frac{1}{a}>b+\frac{1}{b}$

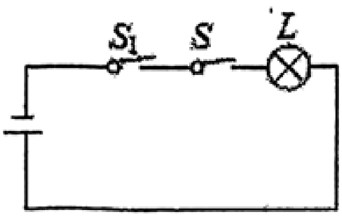
3. 已知集合 $A=\{x\in\mathrm{R}\,|\,x^2-3x-4\le 0\}$，$B=\{x\in\mathrm{R}\,|\,x\le a\}$，若 $A\cup B=B$，则实数 a 的取值范围为

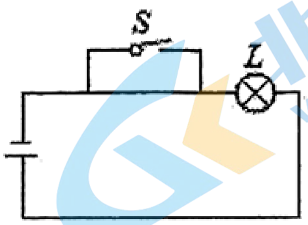
A. $(4,+\infty)$　　B. $[4,+\infty)$　　C. $(-\infty,4)$　　D. $(-\infty,4]$

4. 设计如图所示的四个电路图，条件 p：“灯泡 L 亮”；条件 q：“开关 S 闭合”，则 p 是 q 的必要不充分条件的电路图是（　）

A.


B.


C.


D.


5. 下列命题不正确的是（　）

A. “$a>1$”是“$\frac{1}{a}<1$”的充分不必要条件

B. 命题“有些实数的绝对值是正数”的否定是“$\forall x\in\mathrm{R},|x|\le 0$”

C. 设 $x,y\in\mathrm{R}$，则“$x\ge 2$ 且 $y\ge 2$”是“$x^2+y^2\ge 8$”的必要不充分条件

D. 设 $a,b\in\mathrm{R}$，则“$a\ne 0$”是“$ab\ne 0$”的必要不充分条件

6. 若 $x>1$，则 $4x+\frac{1}{x-1}$ 的最小值为（　）

A. 6　　B. 8　　C. 10　　D. 12

7. 已知集合 $A=\{1,a\}$， $B=\{x|0<x<2\}$，且 $A\cap B$ 有 2 个子集，则实数 a 的取值范围为（　）

A. $(-\infty,0]$　　B. $(0,1)\cup(1,2]$

C. $[2,+\infty)$　　D. $(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$

8.如果正数 a，b，c，d 满足 $a+b=cd=4$，那么（　　）

A. $ab\le c+d$，且等号成立时 a，b，c，d 的取值唯一

B. $ab\ge c+d$，且等号成立时 a，b，c，d 的取值唯一

C. $ab\le c+d$，且等号成立时 a，b，c，d 的取值不唯一

D. $ab\ge c+d$，且等号成立时 a，b，c，d 的取值不唯一

9. “$m<1$”是“$x^2-mx+1>0$ 在 $x\in(1,+\infty)$ 上恒成立”的（　）

A.充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

10. 已知集合 $M=\{x\in\mathrm{N}|1\le x\le 9\}$，集合 A_1,A_2,A_3 满足：①每个集合都恰有 3 个元素；② $A_1\cup A_2\cup A_3=M$．集合 A_i 中元素的最大值与最小值之和称为集合 A_i 的特征数，记为 $X_i(i=1,2,3)$，则 $X_1+X_2+X_3$ 的最大值与最小值的和为（　）

A. 60　　B. 63　　C. 56　　D. 57

二、填空题（每题 4 分，共 5 道题）

11. 若 a，b 同时满足下列两个条件：

① $a+b>ab$；② $\dfrac{1}{a+b}>\dfrac{1}{ab}$．

请写出一组 a，b 的值____________.

12. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$，则集合 $B=\{x-y|\ x\in A,y\in A\}$ 的所有子集的个数是________.

13. 设命题 p：实数 x 满足 $(x-a)(x-3a)<0$，其中 $a>0$；命题 q：实数 x 满足 $2<x<3$.若 p 是 q 的必要不充分条件，则实数 a 的取值范围是__________.

14. 下列说法正确的是__________.

① $a\in\mathrm{Q}$ 是 $a\in\mathrm{R}$ 的充分不必要条件；

② $|x|=|y|$ 是 $x=y$ 的必要不充分条件

③ $x^2>1$ 是 $x>1$ 的充分不必要条件；

④ $a+b<0$ 是 $a<0,b<0$ 的必要不充分条件

15. 对非空有限数集 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 定义运算“min”：$\min A$ 表示集合 A 中的最小元素．现给定两个非空有限数集 A，B，定义集合 $M=\{x\,|\,x=|a-b|,a\in A,b\in B\}$，我们称 $\min M$ 为集合 A，B 之间的“距离”，记为 d_{AB}．现有如下四个命题：

①若 $\min A=\min B$，则 $d_{AB}=0$；②若 $\min A>\min B$，则 $d_{AB}>0$；

③若 $d_{AB}=0$，则 $A\cap B\neq\varnothing$；④对任意有限集合 A，B，C，均有 $d_{AB}+d_{BC}\geqslant d_{AC}$.

其中所有真命题的序号为__________.

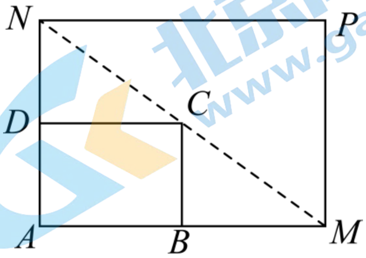
三、解答题（每题 8 分，共 5 道大题）

16. 已知集合 $A=\{x|-2<x<2\}$，$B=\left\{x|\ m-2\le x\le 2m+1\right\}$.

（1）当 $m=1$时，求集合 $A\cup B$；

（2）若 A，B 满足：① $A\cap B=\varnothing$，② $A\cup B=A$，从①②中任选一个作为条件，求实数 m 的取值范围.

17. 如图所示，将一个矩形花坛 $ABCD$ 扩建成一个更大的矩形花坛 $AMPN$，要求 M 在射线 AB 上，N 在射线 AD 上，且对角线 MN 过 C 点. 已知 $AB=4$ 米，$AD=3$米，设 AN 的长为 $x\left(x>3\right)$ 米.



（1）要使矩形 $AMPN$ 的面积大于 54 平方米，则 AN 的长应在什么范围内？

（2）求当 AM，AN 的长度分别是多少时，矩形花坛 $AMPN$ 的面积最小，并求出此最小值；

18. 已知命题 $p:\exists x\in\mathbf{R},x^2-2x+a+1<0$，集合 A 为命题 p 为真命题时实数 a 的取值集合. 集合 $B=\left\{x|\ x^2+2\left(m+1\right)x+m^2-5=0\right\}$.

（1）求集合 A；

（2）若 $A\cap B=\{-2\}$，求实数 m 的值；

（3）若 $x\in B$ 是 $x\in A$ 的充分条件，求实数 m 的取值范围.

19. 已知集合 $D=\left\{\left(x_1,x_2\right)|x_1+x_2=1,x_1>0,x_2>0\right\}$.

（1）设 $u=x_1x_2$，求 u 的取值范围；

（2）对任意 $\left(x_1,x_2\right)\in D$，证明：$\left(x_1-\dfrac{1}{x_1}\right)\left(x_2-\dfrac{1}{x_2}\right)\le\dfrac{9}{4}$.

20. 已知关于 x 的不等式 $ax^2-3x+2>0$ 的解集为 $\left\{x\,|\,x<1\text{或}x>b\right\}$.

（1）求 a，b 的值；

（2）当 $x>0$，$y>0$ 且满足 $\dfrac{a}{x}+\dfrac{b}{y}=1$时，有 $2x+y\ge k^2+k+2$ 恒成立，求 k 的取值范围.

参考答案

一、选择题（每题 4 分，共 10 道题）

1.【答案】C

【分析】利用集合相等的概念可判定①，③，④；利用集合之间的包含关系可判定②，⑤，利用元素与集合的关系可判定⑥.

【详解】①正确，集合中元素具有无序性；

②正确，任何集合是自身的子集；

③错误，$\varnothing$ 表示空集，而 $\{\varnothing\}$ 表示的是含 $\varnothing$ 这个元素的集合，所以 $\varnothing=\{\varnothing\}$ 不成立.

④错误，$\varnothing$ 表示空集，而 $\{0\}$ 表示含有一个元素 0 的集合，并非空集，所以 $\{0\}=\varnothing$ 不成立；

⑤正确，空集是任何非空集合的真子集；

⑥正确，由元素与集合的关系知，$0\in\{0\}$.

故选：C.

2.【答案】D

【分析】由不等式性质可判断 A，C；利用作差法判断 B；举反例可判断 D，即得答案.

【详解】对于 A，$a>b>0$，则 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，正确；

对于 B，因为 $a>b>0$，则 $b-a<0$，

故 $\frac{b}{a}-\frac{b+1}{a+1}=\frac{b-a}{a(a+1)}<0$，即 $\frac{b}{a}<\frac{b+1}{a+1}$，B 正确；

对于 C，因为 $a>b>0$，则 $\frac{1}{b}>\frac{1}{a}>0$，故 $a+\frac{1}{b}>b+\frac{1}{a}$，C 正确；

对于 D，取 $a=1,b=\frac{1}{2}$ 满足 $a>b>0$，但 $a+\frac{1}{a}=2<b+\frac{1}{b}=\frac{5}{2}$，D 错误，

故选：D

3.【答案】B

【分析】化简集合 A，再利用并集运算求解

【详解】对于集合 A，$x^2-3x-4=(x-4)(x+1)\le 0$，解得 $-1\le x\le 4$.由于 $A\cup B=B$ 故 $a\ge 4$.

故选：B

4.【答案】A

【分析】根据各电路的特点，判断两个命题之间的逻辑关系，即可判断出答案.

【详解】对于 A，灯泡 L 亮，可能是 S_1 闭合，不一定是 S 闭合，

当 S 闭合时，必有灯泡 L 亮，故 p 是 q 的必要不充分条件，A 正确；

对于 B，由于 S 和 L 是串联关系，故灯泡 L 亮，必有 S 闭合，

S 闭合，灯泡 L 亮，即 p 是 q 的充要条件，B 错误；

对于 C，灯泡 L 亮，则开关 S_1 和 S 必都闭合，

当开关 S 闭合 S_1 打开时，灯泡 L 不亮，故 p 是 q 的充分不必要条件，C 错误；

对于 D，灯泡 L 亮，与开关 S 闭合无关，故 p 是 q 的既不充分也不必要条件，D 错误，

故选：A

5. 【答案】C

【分析】根据充分不必要条件以及必要不充分条件的概念可判断 A，C，D；根据含有一个量词的命题的否定判断 B，即可得答案.

【详解】对于 A，当 $a>1$ 时，$\frac{1}{a}<1$ 成立；

当 $\frac{1}{a}<1$ 时，$a<0$ 适合该式，但推不出 $a>1$，

故“$a>1$”是“$\frac{1}{a}<1$”的充分不必要条件，A 正确；

对于 B，命题“有些实数的绝对值是正数”为存在量词命题

它的否定是“$\forall x\in\mathrm{R},|x|\le 0$”，正确；

对于 C，当 $x\ge 2$ 且 $y\ge 2$ 时，可得到 $x^2+y^2\ge 8$；

取 $x=3,y=1$，满足 $x^2+y^2\ge 8$，但推不出 $x\ge 2$ 且 $y\ge 2$，

故“$x\ge 2$ 且 $y\ge 2$”是“$x^2+y^2\ge 8$”的充分不必要条件，C 错误；

对于 D，当 $a\ne 0$，$b=0$ 时，$ab=0$，推不出 $ab\ne 0$；

当 $ab\ne 0$ 时，推出 $a\ne 0$ 且 $b\ne 0$，

故“$a\ne 0$”是“$ab\ne 0$”的必要不充分条件，D 正确，

故选：C

6. 【答案】B

【分析】由 $4x+\frac{1}{x-1}=4x-4+\frac{1}{x-1}+4=4(x-1)+\frac{1}{x-1}+4$，根据基本不等式，即可求出结果.

【详解】因为 $x>1$，所以 $x-1>0$，$\frac{1}{x-1}>0$，

因此 $4x+\frac{1}{x-1}=4x-4+\frac{1}{x-1}+4=4(x-1)+\frac{1}{x-1}+4\ge 2\sqrt{4(x-1)\cdot\frac{1}{x-1}}+4=8$，

当且仅当 $4x-4=\frac{1}{x-1}$，即 $x=\frac{3}{2}$ 时，等号成立.

故选：B.

7. 【答案】D

【分析】由 $A\cap B$ 有 2 个子集可得 $A\cap B$ 中元素仅有1个，从而得 $a\notin B$，即可求得 a 的范围.

【详解】解：$\because A\cap B$ 有 2 个子集，

$\therefore A\cap B$ 中的元素个数为1个，

$\because 1\in\left(A\cap B\right)$，

$\therefore a\notin\left(A\cap B\right)$，即 $a\notin B$，

$\therefore a\le 0$ 或 $a\ge 2$，即实数 a 的取值范围为 $\left(-\infty,0\right]\cup\left[2,+\infty\right)$，

故选：D.

8.【答案】A

【详解】正数 a，b，c，d 满足 $a+b=cd=4$，$\therefore$ 4= $a+b\ge 2\sqrt{ab}$，即 $ab\le 4$，当且仅当 a=b=2时，"="成立；又 $4=cd\le\left(\dfrac{c+d}{2}\right)^2$，$\therefore$ c+d≥4，当且仅当 c=d=2 时，"="成立；综上得 $ab\le c+d$，且等号成立时 a，b，c，d 的取值都为 2，选 A.

9.【答案】A

【分析】先由不等式恒成立求出 m 的取值范围，再根据充分条件和必要条件的定义分析判断.

【详解】由 $x^2-mx+1>0$ 在 $x\in\left(1,+\infty\right)$ 上恒成立，得

$m<x+\dfrac{1}{x}$ 在 $x\in\left(1,+\infty\right)$ 上恒成立，

令 $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$，由对勾函数的性质可知 $f(x)$ 在 $x\in\left(1,+\infty\right)$ 上单调递增，

所以 $f(x)>f(1)=2$，

所以 $m\le 2$，

所以"$x^2-mx+1>0$ 在 $x\in\left(1,+\infty\right)$ 上恒成立"的充要条件为 $m\le 2$，

所以"$m<1$"是"$x^2-mx+1>0$ 在 $x\in\left(1,+\infty\right)$ 上恒成立"的充分不必要条件，

故选：A

10.【答案】A

【分析】由集合 M 中最小值 1 与最大值 9 构成集合 A_1 中两个元素，若使 $X_1+X_2+X_3$ 取得最大值，则将 $2\in A_1$，从而依次确定 X_1、X_2、X_3，同理求最小值，从而解得.

【详解】$\because$ 集合 $M=\{x\in\mathrm{N}\,|\,1\le x\le 9\}$ 中最小值为 1，最大值为 9，

①若使 $X_1+X_2+X_3$ 取得最大值，

不妨设 $1\in A_1$，$9\in A_1$，则 $X_1=10$，则 $A_1=\{1，2，9\}$，

则剩余的数中最小值为 3，最大值为 8，

令 $A_2=\{3，4，8\}$，则 $X_2=11$，

则 $A_3=\{5，6，7\}$，$X_3=12$，

则 $X_1+X_2+X_3$ 的最大值为 $10+11+12=33$，

②若使 $X_1+X_2+X_3$ 取得最小值，

则 $A_1=\{1，8，9\}$，则 $X_1=10$，

则剩余的数中最小值为 2，最大值为 7，

令 $A_2=\{2，6，7\}$，则 $X_2=9$，

则 $A_3=\{3，4，5\}$，$X_3=8$，则此时 $X_1+X_2+X_3$ 的最小值为 $10+9+8=27$，

故 $X_1+X_2+X_3$ 的最大值与最小值的和为 60，

故选：A．

二、填空题（每题 4 分，共 5 道题）

11.【答案】$a=-1,b=2$ 或其他任意合理答案

【分析】根据不等式的性质，判断 a 和 b 的正负及绝对值的大小即可.

【详解】容易发现，若将①式转化为②式，需使 $(a+b)ab<0$

即 $a+b$ 与 ab 异号，显然应使 $a+b>0$，$ab<0$

当 $a<0,b>0$ 时，需使 $a+b>0$，则 $|a|<|b|$，可取 $a=-1,b=2$；

当 $a>0,b<0$ 时，需使 $a+b>0$，则 $|a|>|b|$，可取 $a=2,b=-1$.

综上，取任意异号两数，且正数的绝对值大于负数的绝对值皆为合理答案.

故答案为：$a=-1,b=2$ 或其他任意合理答案.

12.【答案】32

【分析】

根据条件求出集合 B 中的元素即可.

【详解】因为集合 $A=\{1,2,3\}$，则集合 $B=\{x-y|\ x\in A,y\in A\}=\{-2,-1,0,1,2\}$，

所以集合 B 的所有子集的个数是 $2^5=32$ 个，

故答案为：32.

13.【答案】$[1,2]$

【分析】设命题 p,q 相应的集合为 A,B，根据 p 是 q 的必要不充分条件可得 $B\subsetneqq A$，由此列不等式，即可求得答案.

【详解】由题意知命题 p：实数 x 满足 $(x-a)(x-3a)<0$，其中 $a>0$，

则 $a<x<3a$，设其对应集合为 $A=(a,3a)$；

命题 q：实数 x 满足 $2<x<3$，设其相应集合为 $B=(2,3)$，

因为 p 是 q 的必要不充分条件，故 $B\subsetneqq A$，

则 $a\le 2$ 且 $3a\ge 3$，即 $1\le a\le 2$，

当 $a=1$ 时，$A=(1,3)$，满足 $B\subsetneqq A$，当 $a=2$ 时，$A=(2,6)$，满足 $B\subsetneqq A$，

故实数 a 的取值范围是 $[1,2]$，

故答案为：$[1,2]$

14.【答案】①②④

【分析】根据充分不必要条件以及必要不充分条件的概念一一判断各小题，即可得答案.

【详解】对于①，由 Q 是 R 的真子集，故 $a\in Q$ 是 $a\in R$ 的充分不必要条件，正确；

对于②，取 $x=1,y=-1$，满足 $|x|=|y|$，但推不出 $x=y$；

当 $x=y$ 时，必有 $|x|=|y|$，故 $|x|=|y|$ 是 $x=y$ 的必要不充分条件，正确；

对于③，取 $x=-2$ 满足 $x^2>1$，但推不出 $x>1$，

当 $x>1$ 时，必有 $x^2>1$，故 $x^2>1$ 是 $x>1$ 的必要不充分条件，错误；

对于④，取 $a=1,b=-2$ 满足 $a+b<0$，但推不出 $a<0,b<0$，

当 $a<0,b<0$ 时，必有 $a+b<0$，故 $a+b<0$ 是 $a<0,b<0$ 的必要不充分条件，正确，

故答案为：①②④

15.【答案】①③

【分析】

根据题意可得①③正确，通过举反例可得②④错误.

【详解】对于结论①，若 $\min A=\min B$，则 A，B 中最小的元素相同，故①正确；

对于结论②，取集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{0,2\}$，满足 $\min A>\min B$，但 $d_{AB}=0$，故②错误；

对于结论③，若 $d_{AB}=0$，则 A,B 中存在相同的元素，则交集非空，故③正确；

对于结论④，取集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{2,3\}$，$C=\{3,4\}$，可知 $d_{AB}=0$，$d_{BC}=0$，$d_{AC}=1$，

则 $d_{AB}+d_{BC}\ge d_{AC}$ 不成立，故④错误.

故答案为：①③.

三、解答题（每题 8 分，共 5 道大题）

16.【答案】（1）$A\cup B=\{x|-2<x\le 3\}$

（2）选①，$\left(-\infty,-\dfrac{3}{2}\right]\cup[4,+\infty)$；选②，$(-\infty,-3)\cup\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$

【分析】（1）根据并集的知识求得正确答案.

（2）选择条件后，根据集合 B 是否为空集进行分类讨论，由此列不等式来求得 m 的取值范围.

【小问 1 详解】

当 $m=1$ 时，求集合 $B=\{x|-1\le x\le 3\}$，

$A\cup B=\{x|-2<x\le 3\}$.

【小问 2 详解】

若选择条件①，$A\cap B=\varnothing$，

当 $B=\varnothing$ 时，$m-2>2m+1$，解得 $m<-3$，

当 $B\neq\varnothing$ 时，

由 $A\cap B=\varnothing$ 可得 $\begin{cases}m-2\le 2m+1\\2m+1\le -2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m-2\le 2m+1\\m-2\ge 2\end{cases}$，

解得 $-3\le m\le -\dfrac{3}{2}$ 或 $m\ge 4$，

综上 m 的取值范围是 $\left(-\infty,-\dfrac{3}{2}\right]\cup[4,+\infty)$.

若选择条件② $A\cup B=A$，则集合 B 是集合 A 的子集，

当 $B=\varnothing$ 时，$m-2>2m+1$，解得 $m<-3$，

当 $B\neq\varnothing$ 时，有 $\begin{cases}m-2\le 2m+1\\-2<m-2\\2m+1<2\end{cases}$，

解得 $0<m<\dfrac{1}{2}$，

综上 m 的取值范围是 $(-\infty,-3)\cup\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$.

17. 【答案】（1）$(3,\dfrac{9}{2})\cup(9,+\infty)$

（2）$AN=6$，$AM=8$ 最小面积为 48 平方米

【分析】（1）先表达出 $AMPN$ 的面积表达式，$S_{AMPN}>54$ 时解出不等式，即可知 AN 的取值范围.

（2）令 $t=x-3$，将式子化成对勾函数后求最值.

【小问 1 详解】

解：设 AN 的长为 x 米（$x>3$）

$\because$ $ABCD$ 是矩形

$\therefore \dfrac{|DN|}{|AN|}=\dfrac{|DC|}{|AM|}$

$\therefore |AM|=\dfrac{4x}{x-3}$

$\therefore S_{AMPN}=|AN|\cdot|AM|=\dfrac{4x^2}{x-3}(x>3)$

由 $S_{AMPN}>54$，得 $\dfrac{4x^2}{x-3}>54$

$\because x>3$

$\therefore (2x-9)(x-9)>0$，解得 $3<x<\frac{9}{2}$ 或 $x>9$

即 AN 的取值范围为 $(3,\frac{9}{2})\cup(9,+\infty)$

【小问 2 详解】

令 $y=\frac{4x^2}{x-3}$， $t=x-3$（$t>0$），则 $x=t+3$

$\therefore y=\frac{4(t+3)^2}{t}=4(t+\frac{9}{t}+6)\geq 48$

当且仅当 $t=\frac{9}{t}(t>0)$，即 $t=3$ 时，等号成立，此时 $AN=6$， $AM=8$ 最小面积为 48 平方米

18.【答案】（1）$(-\infty,0)$；

（2）$m=-1$；

（3）$(-\infty,-3)\cup(\sqrt{5},+\infty)$

【分析】（1）命题 P 为真命题时等价于 $\Delta>0$，求解即可；

（2）结合（1）的结论，由 $A\cap B=\{-2\}$ 得 $\{-2\}\subseteq B$，即 -2 为 $x^2+2(m+1)x+m^2-5=0$ 的根，代入解出 m，再由 m 求得方程另一个根，检验 $A\cap B=\{-2\}$ 是否依然成立；

（3）$x\in B$ 是 $x\in A$ 的充分条件等价于 $B\subseteq A$，分别讨论 $B=\varnothing$、$B\neq\varnothing$，其中 $B\neq\varnothing$ 由韦达定理列不等式组求解

【小问 1 详解】

命题 P 为真命题时等价于 $\Delta=(-2)^2-4(a+1)=-4a>0$，即 $a<0$，故集合 A 为 $(-\infty,0)$；

【小问 2 详解】

由 $A\cap B=\{-2\}$ 得 $\{-2\}\subseteq B$，即 $(-2)^2+2(m+1)\cdot(-2)+m^2-5=m^2-4m-5=0$，解得 $m=5$ 或 $m=-1$，

设 $x^2+2(m+1)x+m^2-5=0$ 的另一根根为 n，则 $n-2=-2(m+1)$，即 $n=-2m$，

当 $m=5$ 时，$n=-10$，则 $A\cap B=\{-2,-10\}$，不符合题意；

当 $m=-1$ 时，$n=2$，则 $A\cap B=\{-2\}$，符合题意；

故实数 m 的值为 -1；

【小问 3 详解】

由 $x\in B$ 是 $x\in A$ 的充分条件得 $B\subseteq A$，

i. 当 $B=\varnothing$ 时，即 $\Delta=4(m+1)^2-4(m^2-5)=8m+24<0$，解得 $m<-3$；

ii. 当 $B \neq \varnothing$ 时，设 $x^2+2(m+1)x+m^2-5=0$ 的根为 x_1,x_2，则 $\begin{cases} x_1+x_2=-2(m+1)<0 \\ x_1x_2=m^2-5>0 \\ \Delta=8m+24\geq 0 \end{cases}$，解得

$m>\sqrt{5}$.

故实数 m 的取值范围为 $(-\infty,-3)\cup(\sqrt{5},+\infty)$

19. 【答案】(1) $\left(0,\frac{1}{4}\right]$

(2) 证明见解析

【分析】(1) 依题意可得 $u=-x_1^2+x_1$， $0<x_1<1$，再根据二次函数的性质计算可得；

(2) 依题意 $\left(x_1-\frac{1}{x_1}\right)\left(x_2-\frac{1}{x_2}\right)=x_1x_2+2$，再结合 (1) 即可证明.

【小问 1 详解】

解：若 $u=x_1x_2$， 又 $x_1+x_2=1$，

则 $u=x_1x_2=x_1(1-x_1)=-x_1^2+x_1$， $0<x_1<1$，

所以 $y=-x_1^2+x_1$ 在 $\left(0,\frac{1}{2}\right]$ 上单调递增，在 $\left[\frac{1}{2},1\right)$ 上单调递减，

所以当 $x_1=\frac{1}{2}$ 时， $y=-x_1^2+x_1$ 取得最大值 $\frac{1}{4}$，

故 u 的取值范围为 $\left(0,\frac{1}{4}\right]$.

【小问 2 详解】

证明： $\left(x_1-\frac{1}{x_1}\right)\left(x_2-\frac{1}{x_2}\right)=x_1x_2+\frac{1}{x_1x_2}-\frac{x_1}{x_2}-\frac{x_2}{x_1}$

$=x_1x_2+\frac{1-(x_1^2+x_2^2)}{x_1x_2}=x_1x_2+\frac{1-(x_1+x_2)^2+2x_1x_2}{x_1x_2}$

$=x_1x_2+2=u+2\leq\frac{9}{4}$， 当且仅当 $x_1=x_2=\frac{1}{2}$ 时取等号.

20. 【答案】(1) $a=1$， $b=2$

(2) $[-3,2]$

【分析】(1) 由不等式 $ax^2-3x+2>0$ 的解集为 $\{x\,|\,x<1 或 x>b\}$，得到 1 和 b 是方程 $ax^2-3x+2=0$ 的两个实数根求解.

(2) 根据 $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=1$，由 $2x+y=(2x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}\right)=4+\frac{y}{x}+\frac{4x}{y}$，利用基本不等式求得最小值即可.

【小问 1 详解】

解：因为不等式$ax^2-3x+2>0$的解集为$\{x\mid x<1或x>b\}$，

所以 1 和b是方程$ax^2-3x+2=0$的两个实数根，且$a>0$，

所以$\begin{cases}1+b=\dfrac{3}{a}\\1\cdot b=\dfrac{2}{a}\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$，

即$a=1$，$b=2$.

【小问 2 详解】

由（1）知$\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$，于是有$\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}=1$，

故$2x+y=(2x+y)\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}\right)=4+\dfrac{y}{x}+\dfrac{4x}{y}\geqslant 4+2\sqrt{4}=8$，

当且仅当$\dfrac{y}{x}=\dfrac{4x}{y}$，结合$\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}=1$，即$\begin{cases}x=2\\y=4\end{cases}$时，等号成立，

依题意有$(2x+y)_{\min}\geq k^2+k+2$，即$8\geq k^2+k+2$，

得$k^2+k-6\leq 0$，即$-3\leq k\leq 2$，

所以k的取值范围为 $-3,2$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！