大峪中学 2023—2024 第一学期高一年级
数学学科期中考试试卷

（满分：150 分；时间：120 分钟；命题人：高一集备组；审核人

一、选择题（本大题共 10 小题，每题 4 分，共 40 分）

1. 已知命题 p：$\forall x>0$，$x^2+1\geq 1$，则 $\neg p$ 为（　）

A. $\exists x\leq 0$，$x^2+1<1$　　B. $\exists x>0$，$x^2+1<1$

C. $\exists x\leq 0$，$x^2+1\geq 1$　　D. $\exists x<0$，$x^2+1\leq 1$

2. 已知集合 $A=\{x|1<x<5\}$，$B=\{y|0<y<3\}$，则 $A\cap B=$（　）

A. ϕ　　B. $\{x|1<x<3\}$　　C. $\{x|0<x<5\}$　　D. $\{x|1<x<5\}$

3. 若 $a>b$，$c>d>0$，则一定有（　）

A. $ac>bd$　　B. $ac<bd$　　C. $\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$　　D. 以上均不对

4. 下列函数中，在定义域上既是奇函数又是减函数的为（　）

A. $y=x+1$　　B. $y=\frac{1}{x}$　　C. $y=-3x(x\in[-1,2])$　　D. $y=-x|x|$

5. 在以下区间中，存在函数 $f(x)=x^3+3x-3$ 的零点是（　）

A. $[-1,0]$　　B. $[1,2]$　　C. $[0,1]$　　D. $[2,3]$

6. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}0,x<1,\\x+1,1\leq x<2,\\-x^2+5,x\geq 2,\end{cases}$ 若 $f(a)=1$，则 $a=$（　）

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

7. 若函数 $f(x)=\begin{cases}(2-3a)x+1,x\leq 1\\\frac{1}{x}-1,x>1\end{cases}$ 是 R 上的减函数，则 a 的取值范围为（

A. $\left[\frac{2}{3},+\infty\right)$　　B. $\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$　　C. $\left(\frac{2}{3},1\right]$　　D. $\left[\frac{2}{3},1\right)$

8. 已知$f(x)$是定义在R上的奇函数，$f(3)=0$，若$\forall x_1$，$x_2\in(0,+\infty)$且$x_1\neq x_2$满足$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$，则$xf(x)>0$的解集为（　）

A. $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$　　B. $(-3,0)\cup(0,3)$

C. $(-3,0)\cup(3,+\infty)$　　D. $(-\infty,-3)\cup(0,3)$

9. 在一次调查中，A、B，C，D四名同学的阅读量有如下关系：A、C阅读量之和与B、D的阅读量之和相同；A、B的阅读量之和大于C、D的阅读量之和；D的阅读量大于B、C的阅读量之和。那么A、B、C、D阅读量大小排列为（　）

A. A>D>B>C　B. D>A>B>C　C. D>B>C>A　D. B>A>D>C

10. 对$\forall x\in R$，$[x]$表示不超过x的最大整数．十八世纪，$y=[x]$被"数学王子"高斯采用，因此得名为高斯取整函数，则下列命题中的假命题是（　）

A. $\exists x\in R,x\leq[x]+1$

B. $\forall x,y\in R,[x]+[y]\leq[x+y]$

C. 函数$y=x-[x](x\in R)$的值域为$[0,1]$

D. 若$\exists t\in R$，使得$[t^3]=1,[t^4]=2,[t^5]=3,\cdots,[t^n]=n-2$同时成立，则正整数$n$的最大值是5

二、填空题（本大题共5小题，每题5分，共25分）

11. 函数$f(x)=\frac{1}{x^2+2}$的值域为______.

12. 已知$f(x-2)=-9x+13$，则$f(0)=$__________，$f(x)=$____________.

13. 已知方程$\frac{1}{4}x^2+(m-2)x+m=0$有两个不相等的正根，则实数$m$的取值范围是________.

14. 函数 $f(x)=\sqrt{x^2-x-12}$ 的定义域为________，单调递减区间为________.

15. 对实数 a 和 b，定义运算"⊗"：$a\otimes b=\begin{cases}a, & a-b\le 1,\\ b, & a-b>1.\end{cases}$ 设函数 $f(x)=(x^2-2)\otimes(x-1)$，$x\in\mathbf{R}$．若函数 $y=f(x)-c$ 恰有两个零点，则实数 c 的取值范围是________.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

16.（15 分）求下列不等式的解集.

(1) $-x^2-2x+3>-2$；　　(2) $|5x-9|<1$.　　(3) $\dfrac{5x-2}{2x+1}\ge 3$

17.（13 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{x^2}{1+x^2}, x\in R$．

（1）判断并证明函数的奇偶性；

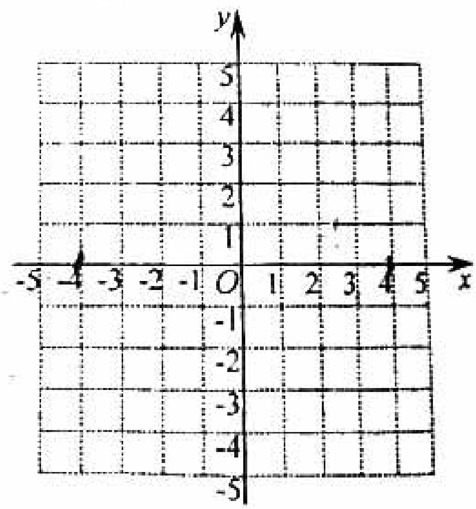
（2）求 $f(x)+f(\dfrac{1}{x})$ 的值，并计算 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(\dfrac{1}{2})+f(\dfrac{1}{3})+f(\dfrac{1}{4})$.

18.（14 分）设 $f(x)$ 为定义在 $(-4,4)$ 上的偶函数，当 $0\le x<4$ 时，$y=f(x)$ 在 $x=3$ 时取得最小值 $y=-2$，且图象是过点 $A(1,0)$ 的抛物线的一部分.

（1）写出函数 $f(x)$ 在 $[0,4)$ 上的解析式；

（2）求函数 $f(x)$ 在 $(-4,0)$ 上的解析式；

（3）在直角坐标系中画出函数 $f(x)$ 在定义域上的图象，并直接写出其单调增区间。



19.（13 分）小王大学毕业后，决定利用所学专业进行自主创业．经过市场调查，生产某小型电子产品需投入年固定成本为 2 万元，每生产 x 万件，需另投入流动成本为 $W(x)$ 万元，在年产量不足 8 万件时，$W(x)=\frac{1}{3}x^2+x$（万元），在年产量不小于 8 万件时，$W(x)=6x+\frac{100}{x}-38$（万元），每件产品售价为 5 元．通过市场分析，小王生产的商品能当年全部售完．

(1)写出年利润 $L(x)$（万元）关于年产量 x（万件）的函数解析式；

（注：年利润=年销售收入－固定成本－流动成本）

(2)年产量为多少万件时，小王所获利润最大？最大利润是多少？

20.（15 分）已知函数 $f(x)=\frac{2x}{x-a}(x\neq a)$．

(1)若 $2f(1)=-f(-1)$，求 a 的值；

(2)若 $a=2$，用函数单调性定义证明 $f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递减；

(3)设 $g(x)=xf(x)-3$，若方程 $g(x)=0$ 在 $(0,1)$ 上有唯一实数解，求实数 a 的取值范围．

21．（15 分）已知，集合 $S_n=\{X|X=(x_1,x_2,\cdots,x_n),x_i=0或1,i=1,2,\cdots,n\}\ (n\geq 2)$，对于 $A=(a_1,a_2,\cdots,a_n)\in S_n,B=(b_1,b_2,\cdots,b_n)\in S_n$，定义 A 与 B 之间的距离为：

$d(A,B)=|a_1-b_1|+|a_2-b_2|+\cdots+|a_n-b_n|$．

(1)对任意的 $A\in S_2,B\in S_2$，请写出 $d(A,B)$ 可能的值（不必证明）；

(2)设 $P\subseteq S_4$，且 P 中有 4 个元素，记 P 中所有元素间的距离的平均值为 $\bar{d}(P)$，求 $\bar{d}(P)$ 的最大值；

(3)对 $A=(a_1,a_2,\cdots,a_n)\in S_n,B=(b_1,b_2,\cdots,b_n)\in S_n$，定义：

$A-B=(|a_1-b_1|,|a_2-b_2|,\cdots,|a_n-b_n|)$．求证：对任意的 $A,B,C\in S_n$，有以下结论成立：

①$d(A-C,B-C)=d(A,B)$．

②$d(A,B)$、$d(B,C)$、$d(A,C)$ 三个数中至少有一个是偶数．

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！