2019 北京年怀柔区高三一模

数　　学(理)

本试卷共 5 页，150 分．考试时长 120 分钟．考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

第一部分(选择题共 40 分)

一、选择题(共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项)．

1．若集合 A={x|(−1<x<2}，B ={x|1≤x≤3}，则 A∩B =

A．(−1, 2)　　B．[1, 2)　　C．[1, 3]　　D．(−1, 3]

2．复数$\frac{1-i}{i}$=

A．$-i$　　B．i　　C．$-1-i$　　D．$-1+i$

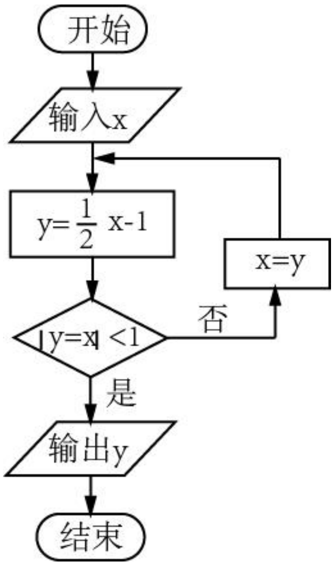
3．设 x，y 满足约束条件$\begin{cases} y\le x, \\ x+y\ge 1, \\ x\le 2, \end{cases}$则 $z=2x-y$ 的最大值为

A．1

B．3

C．5

D．9



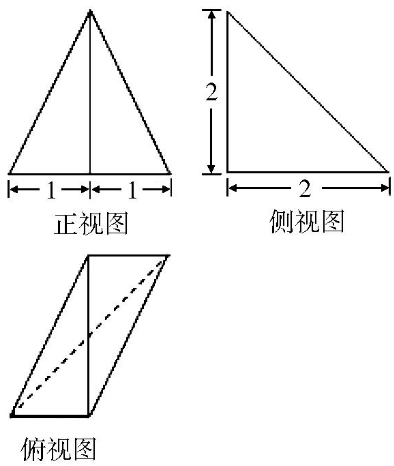
4．执行右图所示的程序框图，若输入 $x=10$，则输出 y 的值为

A．3

B．6

C．$\frac{3}{2}$

D．$-\frac{5}{4}$



5．某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥最长的棱长为

A．$\sqrt{5}$

B. $2\sqrt{2}$

C. 3

D. $3\sqrt{2}$

6．若函数 $f(x)=2^x-2^{-x}$，则 $f(x)$

A．是奇函数，且在 **R** 上是增函数　　B．是偶函数，且在 **R** 上是增函数

C．是奇函数，且在 **R** 上是减函数　　D．是偶函数，且在 **R** 上是减函数

7．已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是两个非零向量，则“$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$”是“$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$ 且 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$”的

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

8．某学习小组，调查鲜花市场价格得知，购买 2 只玫瑰与 1 只康乃馨所需费用之和大于 8 元，而购买 4 只玫瑰与 5 只康乃馨所需费用之和小于 22 元．设购买 2 只玫瑰花所需费用为 A 元，购买 3 只康乃馨所需费用为 B 元，则 A、B 的大小关系是

A． $A>B$　　B． $A<B$　　C． $A=B$　　D． A、B 的大小关系不确定

第二部分（非选择题共 110 分）

二、填空题(共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．)

9．已知抛物线 $y^2=2px$ 的准线方程为 $x=-1$，则 $p=$__________．

10．若 $\{a_n\}$ 是等比数列，且公比 $q=4$，$a_1+a_2+a_3=21$，则 $a_n=$__________．

11．函数 $f(x)=\sin x\cos x+\cos^2 x-\dfrac{1}{2}$ 的最小正周期是________， $f(x)$ 的取值范围是__________．

12．在极坐标系中，曲线 ρ=2cos θ 上的点到点 $(1,\pi)$ 距离的最大值为 __________．

13．设 a，b，c 是任意实数，能够说明“若 $c<b<a$ 且 $ac<0$，则 $ab<ac$”是假命题的一组整数 a，b，c 的值依次为__________．

14．我国南北朝数学家何承天发明的“调日法”，是程序化寻求精确分数来表示数值的算法．其理论依据是：设实数 x 的不足近似值和过剩近似值分别为 $\dfrac{b}{a}$ 和 $\dfrac{d}{c}$（$a,b,c,d\in N^*$），则 $\dfrac{b+d}{a+c}$ 是 x 的更精确的不足近似值或过剩近似值．已知 $\pi=3.14159\cdots$，令 $\dfrac{31}{10}<\pi<\dfrac{49}{15}$，则第一次用“调日法”后得 $\dfrac{16}{5}$ 是 π 的更为精确的过剩近似值，即 $\dfrac{31}{10}<\pi<\dfrac{16}{5}$，若每次都取最简分数，那么第四次用“调日法”后可得 π 的近似分数为__________．

三、解答题(共 6 小题，共 80 分. 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.)

15. （本小题满分 13 分）

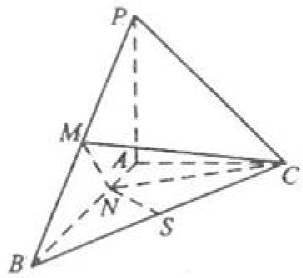
在 $\triangle ABC$中，角A，B，C所的对边分别是 a，b，c，$a=2\sqrt{2}$，$\sin C=\sqrt{2}\sin A$.

（Ⅰ）求边 c 的值；

（Ⅱ）若$\cos C=\frac{\sqrt{2}}{4}$，求 $\triangle ABC$的面积.

16. （本小题满分 14 分）

已知三棱锥 P—ABC 中，PA⊥平面 ABC，AB⊥AC，PA=AC=$\frac{1}{2}$AB=2，N 为 AB 上一点，AB=4AN，M，S 分别为 PB，BC 的中点.



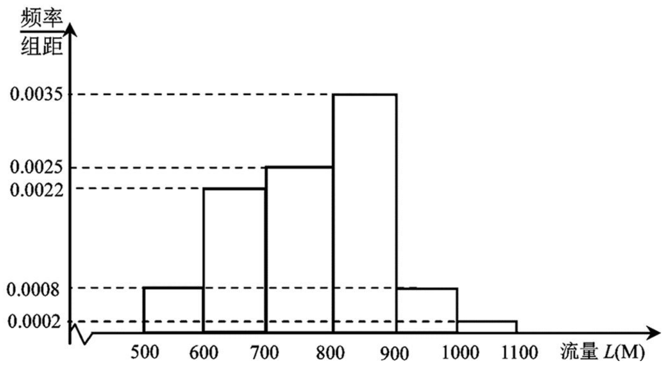
（Ⅰ）证明：CM⊥SN；

（Ⅱ）求直线 SN 与平面 CMN 所成角的大小；

（Ⅲ）求二面角 $B-NC-M$ 大小的余弦值.

17. （本小题满分 13 分）

某大型企业为鼓励员工利用网络进行营销，准备为员工办理手机流量套餐. 为了解员工手机流量的使用情况，通过抽样，得到100 位员工每人手机月平均使用流量 L (单位: M) 的数据，其频率分布直方图如图所示.



（Ⅰ）从该企业的员工中随机抽取 3 人，求这 3 人中至多有 1 人手机月流量不超过 900M 的概率；

（Ⅱ）据了解，某网络运营商推出两款流量套餐，详情如下：

套餐名称	月套餐费(单位:元)	月套餐流量(单位: M)
A	20	700
B	30	1000

流量套餐的规则是：每月1日收取套餐费. 如果手机实际使用流量超出套餐流量，则需要购买流量叠加包，每一个叠加包(包含200M 的流量)需要10元，可以多次购买，如果当月流量有剩余，将会被清零.

该企业准备订购其中一款流量套餐，每月为员工支付套餐费，以及购买流量叠加包所需月费用. 若以所需费用的数学期望为决策依据，该企业订购哪一款套餐更经济？

18. （本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=\ln x-ax(a\in R)$.

（Ⅰ）当 $a=2$ 时，求 $f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）若对于任意的 $x\in(0,+\infty)$，都有 $f(x)<0$，求 a 的取值范围.

19. （本小题满分 13 分）

已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F(1,0)$，点 $B(0,b)$ 满足 $|FB|=2$.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程；

（Ⅱ）过点 F 作直线 l 交椭圆 E 于 M、N 两点，若 ΔBFM 与 ΔBFN 的面积之比为 2，求直线 l 的方程.

20. （本小题满分 14 分）

设集合 W 由满足下列两个条件的数列 $\{a_n\}$ 构成：

①$\dfrac{a_n+a_{n+2}}{2}<a_{n+1}$；②存在实数 M，使 $a_n\le M$（ n 为正整数）.

（Ⅰ）在只有 5 项的有限数列 $\{a_n\}$、$\{b_n\}$ 中，其中 $a_1=1,a_2=2,a_3=3$，$a_4=4$，$a_5=5$；$b_1=1,b_2=4,b_3=5,b_4=4,b_5=1$，试判断数列 $\{a_n\}$、$\{b_n\}$ 是否为集合 W 中的元素；

（Ⅱ）设 $\{c_n\}$ 是等差数列，S_n 是其前 n 项和，$c_3=4,S_3=18$，证明数列 $\{S_n\}\in W$；并写出 M 的取值范围；

（Ⅲ）设数列 $\{d_n\}\in W$，且对满足条件的常数 M，存在正整数 k，使 $d_k=M$. 求证：$d_{k+1}>d_{k+2}>d_{k+3}$.

数学试题答案

一、选择题(共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分).

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	C	D	C	A	A	A

二、填空题(共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．)

9. 2；　　10. 4^{n-1}；　　11. π ，$[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}]$；

12. 3；　　13. $1, 0, -1$；　　14. $\frac{22}{7}$ ．

三、解答题(共 6 小题，共 80 分．)

15. （本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）由$\sin C=\sqrt{2}\sin A$及正弦定理得$c=\sqrt{2}a=\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}=4,$

$\therefore c=4$--5 分

（Ⅱ）在$\triangle ABC$中，由余弦定理得$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，

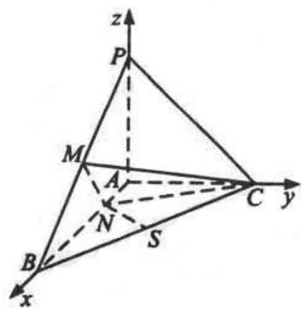
所以$16=8+b^2-2\times 2\sqrt{2}\times b\times\frac{\sqrt{2}}{4}$

整理得$b^2-2b-8=0$，解得$b=4$或$b=-2$（舍去）

因为$\cos C=\frac{\sqrt{2}}{4}$，所以$\sin C=\frac{\sqrt{14}}{4}$。

所以$\triangle ABC$面积$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 4\times\frac{\sqrt{14}}{4}=2\sqrt{7}$。----------------------------------13 分

16. （本小题满分 14 分）



证明：以 A 为原点，AB，AC，AP 分别为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系，则 P（0,0,2），C（0,2,0），B（4,0,0），M（2,0,1），N（1,0,0），S（2,1,0）---------------2 分

（Ⅰ）$\overrightarrow{CM}=(2,-2,1)$，$\overrightarrow{SN}=(-1,-1,0)$

$\because$ $\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{SN}=2\times(-1)+(-2)\times(-1)+1\times 0=0$ ，

∴CM⊥SN --5 分

（Ⅱ）$\overrightarrow{CN}=(1,-2,0)$

设 a=（x，y，z）为平面 CMN 的一个法向量，

则 $\begin{cases}x-2y=0\\2x-2y+z=0\end{cases}$，令 $y=1$，则 $x=2$， $z=-2$，

∴a=（2，1，-2）

$\because$ $\left|\cos<a,\overrightarrow{SN}>\right|=\left|\dfrac{2\times(-1)+1\times(-1)+0}{\sqrt{2}\times 3}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

∴SN 与片面 CMN 所成角为 45° 。--10 分

（Ⅲ） 由（Ⅱ）知平面 CMN 的一个法向量 $a=(2,1,-2)$，

又平面 BNC 的法向量为 $b=(0,0,1)$，且二面角 $B-NC-M$ 为锐角，

∴ $\left|\cos<a,b>\right|=\left|\dfrac{2\times 0+1\times 0+(-2)\times 1}{1\times 3}\right|=\dfrac{2}{3}$

∴二面角 $B-NC-M$ 的余弦值为 $\dfrac{2}{3}$. --14 分

17．（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）由题意 100 位员工每人手机月平均使用流量不超过 900M 的概率为 $1-(0.0002+0.0008)\times 100=0.9$.

从该企业的员工中随机抽取3，可近似看为独立重复实验，至多1个可分为恰有1人和没有人超过900M，设事件A为“3人中至多有1人手机月流量不超过900M”，则 $P(A)=C_3^1\times 0.9\times 0.1^2+C_3^0\times 0.9^0\times 0.1^3=0.028$ ---6分

（Ⅱ）若该企业选择A套餐，设一个员工所需费用为X，则X可能为20，30，40。

X 的分布列为

X	20	30	40
P	0. 3	0. 6	0. 1

$E(X)=20\times0.3+30\times0.4+40\times0.1=28$

若该企业选择B套餐，设一个员工所需费用为Y，则Y可能为30，40。

Y 的分布列为

Y	30	40
P	0.98	0.02

$E(Y)=30\times0.98+40\times0.02=30.2$

所以该企业订购 A 套餐更经济. --13 分

18．（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）当 $a=2$ 时，因为 $f(x)=\ln x-2x$，

所以 $f'(x)=\frac{1}{x}-2=\frac{1-2x}{x}$． $f'(1)=-1$， $f(1)=-2$，

所以 $f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程是 x+y+1=0-------------------------------------5 分

（Ⅱ）函数 $f(x)$ 的定义域是 $\{x|x>0\}$，

因为 $f'(x)=\frac{1}{x}-a=\frac{1-ax}{x}$，

（ⅰ） 当 $a\le0$ 时， $f'(x)>0$ 恒成立，所以 f（x）在（0，+∞）单调递增，又因为 $f(1)=-a\ge0$，不合题意，舍.

（ⅱ）当 $a>0$ 时，当 $0<x<\frac{1}{a}$ 时， $f'(x)>0$，函数 $f(x)$ 在 $(0,\frac{1}{a})$ 上单调递增；当 $x>\frac{1}{a}$ 时，

$f'(x)<0$，函数 $f(x)$ 在 $(\frac{1}{a},+\infty)$ 单调递减.

所以函数 $f(x)$ 在 $x=\frac{1}{a}$ 时，取得最大值 $f(\frac{1}{a})=\ln\frac{1}{a}-1$．

因为对于任意 $x\in(0,+\infty)$，都有 $f(x)<0$，所以只需令 $f(\frac{1}{a})<0$，即 $\ln\frac{1}{a}-1<0$，即 $a>\frac{1}{e}$．

所以当 a 的取值范围是 $(\frac{1}{e},+\infty)$ ---13 分

19. （本小题满分 13 分）

解 （Ⅰ） 椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F(1,0)$，点 $B(0,b)$ 满足 $|FB|=2$，

则 $\sqrt{1+b^2}=2$，解得 $b=\sqrt{3}(b>0)$．

由公式 $c^2=a^2-b^2$，得 $a^2=1+3=4,a=2(a>0)$

所以 $\begin{cases}a=2,\\ b=\sqrt{3}.\end{cases}$

所以椭圆 E 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$--5 分

（Ⅱ）直线 l 的斜率不存在时，$|FM|=|FM|$，$S_{\Delta BFM}=S_{\Delta BFN}$，不符合题意；

设直线 l 的方程为 y=k(x-1)，

由 $\begin{cases}y=k(x-1)\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\end{cases}$ 得，$(3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$

设 $M(x_1y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

$\Delta>0$恒成立。

$x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{3+4k^2}$ ① $x_1x_2=\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}$ ②

由 $\dfrac{S_{\Delta BFM}}{S_{\Delta BFN}}=2$，得 $|FM|=2|FN|$， 即 $\overrightarrow{FM}=2\overrightarrow{NF}$．

可得 $(x_1-1,y_1)=2(1-x_2,-y_2)$，

即 $x_1+2x_2=3$ ③

由① ③ 得，$x_1=\dfrac{4k^2-9}{3+4k^2}$，$x_2=\dfrac{4k^2+9}{3+4k^2}$

代入② 得，$\dfrac{4k^2-9}{3+4k^2}\cdot\dfrac{4k^2+9}{3+4k^2}=\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}$，解得，$k=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

所以，所求直线l的方程为$l: y=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}(x-1)$. --13 分

20. （本小题满分 14 分）

解：(Ⅰ)对于数列$\{a_n\}$，当 n=1 时，$\frac{a_1+a_3}{2}=2=a_2$，显然不满足集合 W 的条件①，故$\{a_n\}$不是集合 W 中的元素。

对于数列$\{b_n\}$，当 n∈{1, 2, 3, 4, 5}时，不仅有$\frac{b_1+b_3}{2}=3<b_2$，$\frac{b_2+b_4}{2}=4<b_3$，$\frac{b_3+b_5}{2}=3<b_4$，而且有$b_n\le 5$，显然满足集合 W 的条件①②，故$\{b_n\}$是集合 W 中的元素。-----------------5 分

(Ⅱ)$\because\{c_n\}$是等差数列，S_n是其前 n 项和，$c_3=4, S_3=18$，设其公差为 d，

$\therefore c_3-2d+c_3-d+c_3=18$，

∴d=-2

$\therefore c_n=c_3+(n-3)d=-2n+10$，$S_n=-n^2+9n$

$\because \frac{S_n+S_{n+2}}{2}-S_{n+1}=-1<0$，$\therefore \frac{S_n+S_{n+2}}{2}<S_{n+1}$；

$\because S_n=-(n-\frac{9}{2})^2+\frac{81}{4}$，$\therefore S_n$的最大值是$S_4=S_5=20$，即$S_n\le S_4=20$。

$\therefore\{S_n\}\in W$，且 M 的取值范围是$[20,+\infty)$--10 分

(Ⅲ)证明：$\because\{d_n\}\in W$，$\therefore\frac{d_k+d_{k+2}}{2}<d_{k+1}$，

整理$d_{k+2}<d_{k+1}+(d_{k+1}-d_k)=d_{k+1}+(d_{k+1}-M)$，

$\because d_k=M$，$\therefore d_{k+1}\le M$，$\therefore d_{k+2}<d_{k+1}$；

又$\because\frac{d_{k+1}+d_{k+3}}{2}<d_{k+2}$，$\therefore d_{k+3}<d_{k+2}+(d_{k+2}-d_{k+1})<d_{k+2}$，

$\therefore d_{k+1}>d_{k+2}>d_{k+3}$. --14 分