2023 届高三 10 月测试 数学试题

第一部分(选择题　共 40 分)

一、选择题 共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A=\{x|-2<x\le 2\}$，$B=\{x|-1<x\le 1\}$，则(　)

A. $A\cap B=A$　　B. $B\subseteq \complement_{R}A$　　C. $A\cap \complement_{R}B=\varnothing$　　D. $A\cup \complement_{R}B=\mathbf{R}$

2. 若复数 $z=i(1+i)$，则 $z^2=$(　)

A. -2　　B. $-2i$　　C. 2　　D. $2i$

3. 在 $(x-\frac{1}{x^2})^6$ 的展开式中，常数项为(　)

A. 15　　B. -15　　C. 30　　D. -30

4. 在立体几何中，用一个平面去截一个几何体得到的平面图形叫截面，平面 α 以任意角度截正方体，所截得的截面图形不可能为(　)

A. 等腰梯形　　B. 非矩形的平行四边形

C. 正五边形　　D. 正六边形

5. 已知半径为 1 的圆经过点 $(3,4)$，则其圆心到点 $(-3,-4)$ 的距离的最大值为(　)

A. 9　　B. 10　　C. 11　　D. 12

6. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\theta)$，$(\omega>0,|\theta|<\frac{\pi}{2})$，$x=\frac{\pi}{6}$ 是 $f(x)$ 的一个极值点，$x=-\frac{\pi}{6}$ 是与其相邻的一个零点，则 $f(\frac{\pi}{3})$ 的值为(　)

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. 已知函数 $f(x)=\log_2 x-x+1$，则不等式 $f(x)>0$ 的解集是(　)

A. $(0,1)$　　B. $(1,2)\cup(2,+\infty)$

C. $(1,2)$　　D. $(2,+\infty)$

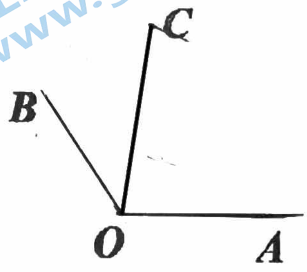
8. 过抛物线 C：$y^2=6x$ 的焦点且垂直于 x 轴的直线被双曲线 E：$\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$ 所截得线段的长度为 $2\sqrt{2}$，则双曲线的离心率为(　)

A. $\sqrt{2}$　　B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{7}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{21}}{3}$

9. 已知数列$\{a_n\}$是递增数列，且$a_n=\begin{cases}(\lambda-1)n+5, n\le 4\\(3-\lambda)^{n-4}+5, n>4\end{cases}$，$n\in N_+$，则$\lambda$的取值范围是(　)

A. $(1,2)$　　B. $\left(1,\frac{5}{4}\right)$　　C. $\left(1,\frac{5}{4}\right]$　　D. $\left(1,\frac{7}{5}\right)$

10. 如图，已知$|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=1$，$|\overrightarrow{OC}|=\sqrt{2}$，$\tan\angle AOB=-\frac{4}{3}$，$\angle BOC=45°$，$\overrightarrow{OC}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}$，则$\frac{m}{n}=$（　）



A. $\frac{5}{7}$　　B. $\frac{7}{5}$

C. $\frac{3}{7}$　　D. $\frac{7}{3}$

第二部分（非选择题　共110分）

二、填空题 共5小题，每小题5分，共25分。

11. 已知$y=f(x)$是奇函数，当$x\geqslant 0$时，$f(x)=x^{\frac{2}{3}}$，则$f(-8)$的值是________.

12. 若函数$f(x)=\cos(x+\varphi)+\sin x$的最大值为2，则常数$\varphi$的一个取值为________.

13. 若直线$y=x+a$和直线$y=x+b$将圆$(x-1)^2+(y-1)^2=1$的周长四等分，则$|a-b|=$________.

14. 若数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$，$a_2=3$，$a_n+a_{n+2}=a_{n+1}(n\in N^*)$，则$a_{2021}$的值为________.

15.甲乙丙三个学生同时参加了若干门学科竞赛　至少包含数学和物理，在每科竞赛中，甲乙丙三人中都有一个学生的分数为x，另一个学生的分数为y，第三个学生的分数为z，其中x，y，z是三个互不相等的正整数. 在完成所有学科竞赛后，甲的总分为47分，乙的总分为24分，丙的总分为16分；

(1)甲乙丙三个学生参加的学科竞赛门数为________（用x,y,z表示）；

(2)若在甲乙丙这三个学生中乙的数学竞赛成绩排名第一，则下列正确的序号为________：

①甲乙丙三个学生至少参加了四门学科竞赛

②x，y，z这三个数中的最大值可以取到21

③在甲乙丙这三个学生中，甲学生的物理竞赛成绩可能排名第二

④在甲乙丙这三个学生中，丙学生的物理竞赛成绩一定排名第二

三、解答题 共6小题，共85分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16.（本小题13分）

在$\triangle ABC$中，$\cos C=\frac{1}{7}$，$c=8$，再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求：

（Ⅰ）b的值；

（Ⅱ）角A的大小和$\triangle ABC$的面积.

条件①：$a=7$；

条件②：$\cos B=\frac{11}{14}$.

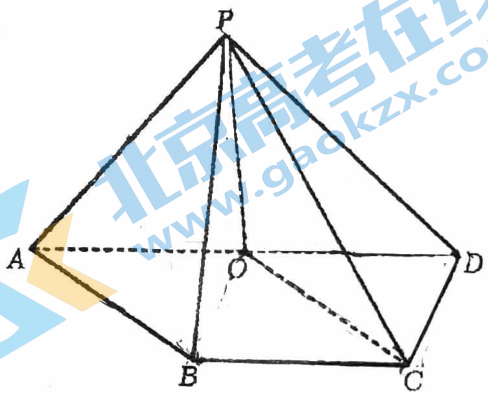
注：如果选择条件①、条件②分别解答，按第一个解答计分.

17.（本小题14分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，O是AD边的中点，$PO\perp$底面$ABCD$，$PO=1$. 在底面$ABCD$中，$BC\,//\,AD$，$CD\perp AD$，$BC=CD=1$，$AD=2$.

（Ⅰ）求证：$AB\,//$平面POC；

（Ⅱ）求二面角$B-AP-D$的余弦值.



18. （本小题 13 分）

在校运动会上，只有甲、乙、丙三名同学参加铅球比赛，比赛成绩达到 $9.50m$ 以上（含 $9.50m$）的同学将获得优秀奖.为预测获得优秀奖的人数及冠军得主，收集了甲、乙、丙以往的比赛成绩，并整理得到如下数据（单位：m）：

甲：9.80，9.70，9.55，9.54，9.48，9.42，9.40，9.35，9.30，9.25；

乙：9.78，9.56，9.51，9.36，9.32，9.23；

丙：9.85，9.65，9.20，9.16.

假设用频率估计概率，且甲、乙、丙的比赛成绩相互独立.

（Ⅰ）估计甲在校运动会铅球比赛中获得优秀奖的概率；

（Ⅱ）设 X 是甲、乙、丙在校运动会铅球比赛中获得优秀奖的总人数，估计 X 的数学期望 EX；

（Ⅲ）在校运动会铅球比赛中，甲、乙、丙谁获得冠军的概率估计值最大？（结论不要求证明）

19.（本小题 15 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 $(0,\sqrt{3})$，且离心率为 $\dfrac{1}{2}$. 设 A,B 为椭圆 C 的左、右顶点，P 为椭圆上异于 A,B 的一点，直线 AP,BP 分别与直线 $l:x=4$ 相交于 M,N 两点，且直线 MB 与椭圆 C 交于另一点 H.

（Ⅰ）求椭圆 C 的标准方程；

（Ⅱ）求证：直线 AP 与 BP 的斜率之积为定值；

（Ⅲ）判断三点 A,H,N 是否共线，并证明你的结论.

20. （本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=e^x-ax-1$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求 $f(x)$ 的极值；

（Ⅱ）若 $f(x)\ge x^2$ 在 $x\in[0,+\infty)$ 上恒成立，求实数 a 的取值范围.

21.（本小题 15 分）

设 m 为正整数，若无穷数列 $\{a_n\}$ 满足 $|a_{ik+i}|=|a_{ik}+i|$（$i=1,2,\cdots,m;k=1,2,\cdots$），则称 $\{a_n\}$ 为 P_m 数

（Ⅰ）数列 $\{n\}$ 是否为 P_1 数列？说明理由；

（Ⅱ）已知 $a_n=\begin{cases}s, n\text{为奇数},\\ t, n\text{为偶数}.\end{cases}$ 其中 s,t 为常数．若数列 $\{a_n\}$ 为 P_2 数列，求 s,t；

（Ⅲ）已知 P_3 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1<0$，$a_8=2$，$a_{6k}<a_{6k+6}$（$k=1,2,\cdots$），求 a_n.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。