

人大附中 2022~2023 学年度第一学期高一年级数学期中练习

2022 年 11 月 2 日

制卷人：吴文庆 审卷人：梁丽平

说明：本试卷共六道大题，共 6 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟；

请在密封线内填写个人信息。

第 I 卷（共 18 题，满分 100 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确答案填涂在答题纸上的相应位置。）

1. 下列表示同一集合的是（ ）

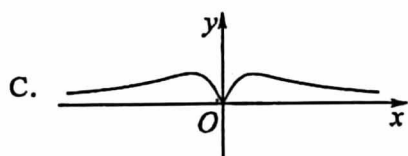
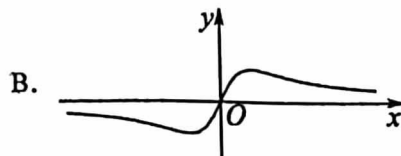
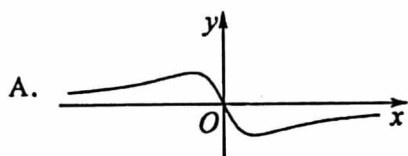
A. $M = \{(3, 2)\}$, $N = \{(2, 3)\}$ B. $M = \{(x, y) | y = x\}$, $N = \{y | y = x\}$

C. $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 1\}$ D. $M = \{2, 4\}$, $N = \{(2, 4)\}$

2. 下列函数是偶函数且在 $(0, +\infty)$ 单调递减的是（ ）

A. $y = x^2$ B. $y = x$ C. $y = \frac{1}{x}$ D. $y = \frac{1}{x^2}$

3. 函数 $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ 的图象是（ ）



4. 若 $x_1 + x_2 = 3$, $x_1^2 + x_2^2 = 5$, 则以 x_1, x_2 为根的一元二次方程是（ ）

A. $x^2 - 3x + 2 = 0$

B. $x^2 + 3x - 2 = 0$

C. $x^2 + 3x + 2 = 0$

D. $x^2 - 3x - 2 = 0$

5. 已知 $a > b > c$, 则下列说法一定正确的是（ ）

A. $ab > bc$

B. $|a| > |b| > |c|$

C. $ac^2 > bc^2$

D. $2a > b + c$

6. 若命题“ $\exists x \in \mathbf{R}$, 一元二次不等式 $x^2 + mx + 1 < 0$ ”为假命题, 则实数 m 的取值范围

是 ()

A. $m \leq -2$ 或 $m \geq 2$

B. $-2 < m < 2$

C. $m < -2$ 或 $m > 2$

D. $-2 \leq m \leq 2$

7. 定义域与对应法则称为函数的两个要素. 下列各对函数中, 图象完全相同的是 ()

A. $f(x) = (\sqrt{x})^2$ 与 $g(x) = x$

B. $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1}$ 与 $g(x) = x^2 - 1$

C. $f(x) = \sqrt{x^2}$ 与 $g(x) = x$

D. $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x}}$ 与 $g(x) = 1$

8. “ $ab > 0$ ”是“ $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

9. 设函数 $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$, 则下列函数中为奇函数的是 ()

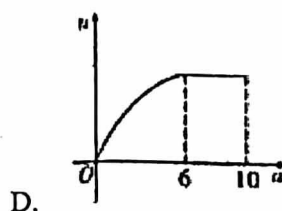
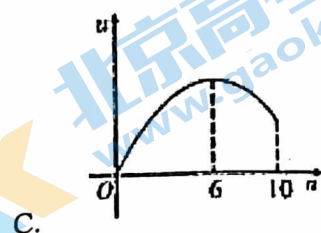
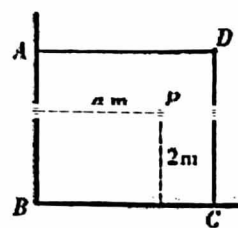
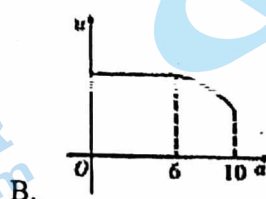
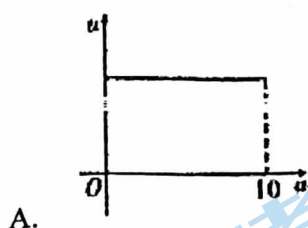
A. $f(x-1)-1$

B. $f(x-1)+1$

C. $f(x+1)-1$

D. $f(x+1)+1$

10. 人大附中学生计划在实验楼门口种植蔬菜, 现有 12 米长的围栏, 准备围成两边靠墙 (墙足够长) 的菜园, 若 P 处有一棵树 (不考虑树的粗细) 与两墙的距离分别是 $2m$ 和 am ($0 < a \leq 10$), 设此矩形菜园 $ABCD$ 的最大面积为 u , 若要求将这棵树围在菜园内 (包括边界), 则函数 $u = f(a)$ (单位: m^2) 的图象大致是 ()



二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分. 请把结果填在答题纸上的相应位置.）

11. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x}$ 的定义域为_____.

12. 马上进入红叶季，香山公园的游客量将有所增加，现在公园采取了“无预约，不游园”的措施，需要通过微信公众号提前预约才能进入公园. 根据以上信息，“预约”是“游园”的_____条件.（填充分不必要条件、必要不充分条件、充分必要或者既不充分也不必要）.

13. 已知一元二次方程 $(a-2)x^2 + 4x + 3 = 0$ 有一正根和一负根，则实数 a 的取值范围为_____.

14. 已知函数 $f(x) = \frac{2}{x-1}$, $g(x) = kx + 2$ ($a > 0$), 若 $\forall x_1 \in [2, 3]$, $\exists x_2 \in [-1, 2]$, 使 $f(x_1) = g(x_2)$ 成立, 则实数 k 的取值范围是_____.

15. 函数 $f(x) = ax^2 - (a+1)x + 1$, $x \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. 若 $f(x)$ 在定义域上满足:

①没有奇偶性; ②不单调; ③有最大值, 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题（本大题共 3 小题，共 35 分，解答应写出文字说明过程或演算步骤，请将答案写在答题纸上的相应位置.）

16. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x | ax - 1 \geq 0\}$

(I) 当 $a = 2$ 时, 求 $A \cap B$ 与 $A \cup B$;

(II) 若_____, 求实数 a 的取值范围.

请从① $A \cap B = A$; ② $\forall x \in A, x \notin B$; ③“ $x \in B$ ”是“ $x \in A$ ”的必要条件;

这三个条件中选择一个填入 (II) 中横线处, 并完成第 (II) 问的解答.

（如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分）

17. 设函数 $f(x) = 2x^2 - ax + 4$ ($a \in \mathbb{R}$).

(I) 当 $a = 9$ 时, 求不等式 $f(x) < 0$ 的解集;

(II) 若不等式 $f(x) \geq 0$ 对 $\forall x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

18. 已知函数 $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$ ($a \in \mathbb{R}$).

(I) 判断 $f(x)$ 的奇偶性并证明.

(II) 若 $a = 2$, 判断 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 的单调性, 并用单调性定义证明.

第 II 卷 (共 8 道题, 满分 50 分)

一、选择题 (共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将正确答案填涂在答题纸上的相应位置.)

19. 已知集合 $A = \{x | -5 < x < -3\}$, $B = \{x | 2a - 3 < x < a - 2\}$, 若 $A \cup B = A$, 则实数

a 的取值范围是 ()

A. $[1, +\infty)$

B. $\{-1\}$

C. $[1, +\infty) \cup \{-1\}$

D. $\mathbf{R}$

20. 已知 $x > 0, y > 0, (\sqrt{x})^3 + 2022\sqrt{x} = a, (\sqrt{y} - 2)^3 + 2022(\sqrt{y} - 2) = -a$, 则 $x + y$ 的最小值是 ()

A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. 2

D. 4

21. $f(x) = x(x+1)(x+2)(x+3)$ 的最小值为 ()

A. -1

B. -1.5

C. -0.9375

D. 前三个答案都不对

22. 若集合 A 的所有子集中, 任意子集的所有元素和均不相同, 称 A 为互斥集.

若 $A = \{a, b, c\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且 A 为互斥集, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 的最大值为 ()

A. $\frac{11}{6}$

B. $\frac{13}{12}$

C. $\frac{7}{4}$

D. $\frac{47}{60}$

二、填空题 (共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分, 把答案填在答题纸上的相应位置.)

23. 关于 x 的方程 $\frac{x}{x-1} = \frac{t-2x}{x^2-x}$ 的解集中只含有一个元素, 则 t 的所有可能取值集合为

_____.

24. 已知 $k \geq 0$, 函数 $y = \begin{cases} -x+k+1, & x \geq 0 \\ \frac{2}{-x+k}, & x < 0 \end{cases}$ 有最大值, 则实数 k 的取值范围是

_____.

25. 对于集合 A , 称定义域与值域均为 A 的函数 $y = f(x)$ 为集合 A 上的等域函数.

①若 $A = \{1, 2\}$, 则 A 上的等域函数有_____个;

②若 $\exists A = [m, n]$, 使 $f(x) = a(x-1)^2 - 1$ 为 A 上的等域函数, a 的取值范围是

_____.

三、解答题 (本小题 15 分, 解答应写出文字说明过程或演算步骤, 请将答案写在答题纸上的相应位置.)

26. 对于正整数集合 A , 记 $A - \{a\} = \{x | x \in A, x \neq a\}$, 记集合 X 所有元素之和为

$S(X)$, $S(\emptyset) = 0$. 若 $\exists x \in A$, 存在非空集合 A_1, A_2 , 满足:

① $A_1 \cap A_2 = \emptyset$ ② $A_1 \cup A_2 = A - \{x\}$ ③ $S(A_1) = S(A_2)$

称 A 存在“双拆”. 若 $\forall x \in A$, A 均存在“双拆”, 称 A 可以“任意双拆”.

(I) 判断集合 $\{1, 2, 3, 4\}$ 和 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 是否存在“双拆”? 如果是, 继续判断可否

“任意双拆”? (不必写过程, 直接写出判断结果);

(II) $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$, 证明: A 不能“任意双拆”;

(III) 若 A 可以“任意双拆”, 求 A 中元素个数的最小值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯