

姓名 _____

一. 选择题.

- 已知复数 $z = -\sqrt{3} + i$, (其中 i 为虚数单位), z 的共轭复数 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点位于 ()
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 若向量 $a = (0, 1)$, $b = (2, -1)$, $c = (1, 1)$, 则 ()
 A. $(a-b) \parallel c$ B. $(a-b) \perp c$ C. $(a-b) \cdot c > 0$ D. $|a-b| = |c|$
- 函数 $y = 2\cos^2(x - \frac{\pi}{4}) - 1$ 是 ()
 A. 最小正周期为 π 的奇函数 B. 最小正周期为 π 的偶函数
 C. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的奇函数 D. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的偶函数
- 已知等腰三角形顶角的余弦值等于 $\frac{4}{5}$, 则这个三角形底角的正弦值为 ()
 A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ D. $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$
- 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 若 $b\cos C + c\cos B = a\sin A$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为 ()
 A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 不能确定
- 在平面直角坐标系中, 已知两点 $A(\cos 80^\circ, \sin 80^\circ)$, $B(\cos 20^\circ, \sin 20^\circ)$, 则 $|\overline{AB}|$ 的值是 ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

7. 在边长为1的正方形 $ABCD$ 中, 向量 $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, 则向量 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$ 的夹角为 ()

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{5\pi}{12}$

8. 已知 $z \in \mathbb{C}$, 则“ $z^2 = -|z|^2$ ”是“ z 为纯虚数”的 ()

A. 充分非必要条件

B. 必要非充分条件

C. 充要条件

D. 既非充分又非必要条件

9. 已知 i 为虚数单位, 下列说法中正确的有 () 个

(1) 若复数 z 满足 $|z-i|=\sqrt{5}$, 则复数 z 对应的点在以 $(1,0)$ 为圆心, $\sqrt{5}$ 为半径的圆上

(2) 若复数 z 满足 $z+|z|=2+8i$, 则复数 $z=15+8i$

(3) 复数的模实质上就是复平面内复数对应的点到原点的距离, 也就是复数对应的向量的模

(4) 复数 z_1 对应的向量为 $\overrightarrow{OZ_1}$, 复数 z_2 对应的向量为 $\overrightarrow{OZ_2}$, 若 $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$, 则 $\overrightarrow{OZ_1} \perp \overrightarrow{OZ_2}$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

10. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b 分别为内角 A, B 所对的边, $b=5, B=30^\circ$, 若 $\triangle ABC$ 有两解, 则 a 的取值范围是 ()

A. $(2\sqrt{2}, 5)$

B. $(2, 2\sqrt{2})$

C. $(5, 10)$

D. $(2\sqrt{2}, 10)$

二. 填空题

11. (1) 设复数 $z = \frac{1+i}{1-i}$ (其中 i 为虚数单位), 则 z 的虚部是_____.

(2) 已知复数 z 满足 $|z|=1$, 则 $|z-3i|$ 的取值范围为_____.
(其中 i 为虚数单位)

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c .

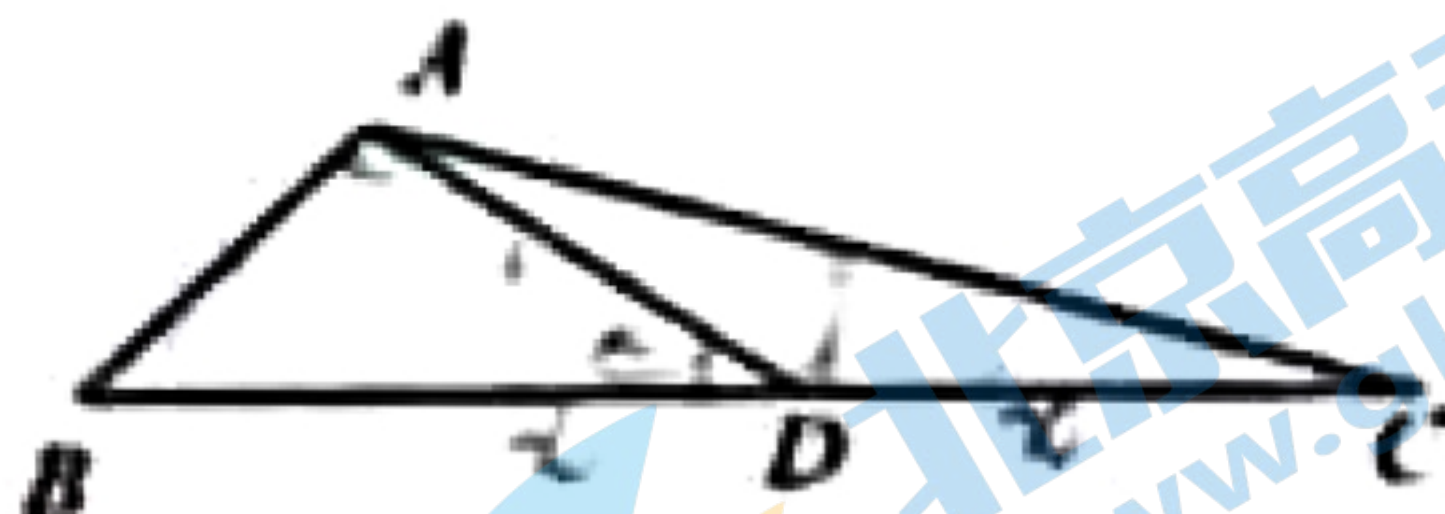
若 $\sin^2 B + \sin^2 C = \sin^2 A + \sin B \sin C$, 且 $\vec{AC} \cdot \vec{AB} = 4$, $\triangle ABC$ 的面积 S 为_____.

13. 已知函数 $f(x) = 2\cos 2x + \sin^2 x - 4\cos x$

(1) $f(\frac{\pi}{3}) =$ _____; (2) $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 时, $f(x)$ 的最小值为_____.

14. 如图, $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 中点, $AD \perp AB$, $AD=1$.

则 $\vec{AC} \cdot \vec{AD} =$ _____.



15. 设当 $x = \theta$ 时, 函数 $f(x) = \sin x - 2\cos x$ 取得最大值, 则 $\cos \theta =$ _____.

16. 已知 C 是平面 ABD 上一点, $AB \perp AD, CB = CD = 1$

(1) 若 $\vec{AB} = 3\vec{AC}$, 则 $\vec{AB} \cdot \vec{CD} =$ _____;

(2) $\vec{AP} = \vec{AB} + \vec{AD}$, 则 $|\vec{AP}|$ 的最大值为_____.

三. 解答题:

17. 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{4})$, $\beta \in (0, \pi)$, 且 $\tan(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}$, $\tan \beta = -\frac{1}{7}$,
求 $\tan(2\alpha - \beta)$ 的值及角 $2\alpha - \beta$.

18. 已知函数 $f(x) = \sin(\frac{\pi}{4} + x) \sin(\frac{\pi}{4} - x)$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期和单调递减区间;

(II) 设 α 是锐角, 且 $\sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$, 求 $f(\alpha)$ 的值.

19. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = \frac{2\pi}{3}$.

(I) 若 $c^2 = 5a^2 + ab$, 求 $\frac{\sin B}{\sin A}$;

(II) 求 $\sin A \cdot \sin B$ 的最大值.

20. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 120^\circ$, $AB = AC = 1$.

(I) 求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值;

(II) 如图所示, 在直角坐标系中, 点 A 与原点重合, 边 AB 在 x 轴上, 设动点 P 在以 A 为圆心, AB 为半径的劣弧 BC 上运动, 求 $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{CP}$ 的最小值.

