

北京昌平二中 2020 届高三数学 9 月开学考试

2019.9

一、选择题（每小题 5 分，共 50 分）

1. 下列四个函数，在其定义域上既是奇函数又是单调递增函数的是（ ）

- A.  $y = e^x$                       B.  $y = \sin x$                       C.  $y = \sqrt{x}$                       D.  $y = x^3$

2. 若  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ ，则  $\cos 2\alpha =$ （ ）

- A.  $\frac{8}{9}$                       B.  $\frac{7}{9}$                       C.  $-\frac{7}{9}$                       D.  $-\frac{8}{9}$

3. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，角  $\alpha$  与角  $\beta$  的终边关于  $x$  轴对称，若  $\sin \alpha = \frac{2018}{2019}$ ，则  $\sin \beta =$ （ ）

- A.  $\frac{2018}{2019}$                       B.  $\frac{1}{2018}$                       C.  $-\frac{2018}{2019}$                       D.  $-\frac{1}{2018}$

4. 在  $\triangle ABC$  中，“ $A < 60^\circ$ ”是“ $\sin A < \frac{\sqrt{3}}{2}$ ”的（ ）

- A. 充分而不必要条件    B. 必要而不充分条件    C. 充分必要条件    D. 既不充分也不必要条件

5. 在  $\triangle ABC$  中， $a = \sqrt{2}$ ， $b = \sqrt{3}$ ， $B = \frac{\pi}{3}$ ，则  $A$  等于（ ）

- A.  $\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{4}$                       C.  $\frac{3\pi}{4}$                       D.  $\frac{\pi}{4}$  或  $\frac{3\pi}{4}$

6.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 若  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{4}$ ，则  $\angle C =$ （ ）

- A.  $\frac{\pi}{2}$                       B.  $\frac{\pi}{3}$                       C.  $\frac{\pi}{4}$                       D.  $\frac{\pi}{6}$

7.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ， $\sin A > \sin B$ . 则下列结论不一定成立的是（ ）

- A.  $a > b$                       B.  $A > B$                       C.  $\cos 2A < \cos 2B$                       D.  $\sin 2A > \sin 2B$

8. 若函数  $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & x < a \\ \sin x, & x \geq a \end{cases}$  的值域是  $[-1, 1]$ ，则实数  $a$  的取值范围是（ ）

- A.  $(-\infty, -1]$                       B.  $(-\infty, -\frac{\pi}{2}]$                       C.  $[-1, 1]$                       D.  $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

9. 已知函数  $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi$ ) 是奇函数, 将  $y = f(x)$  的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 所得小强数学图象对应的函数为  $g(x)$ . 若  $g(x)$  的最小正周期为  $2\pi$ , 且  $g(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$ , 则  $f(\frac{3\pi}{8}) =$  ( )

- A. -2                      B.  $-\sqrt{2}$                       C.  $\sqrt{2}$                       D. 2

10. 已知  $f(x)$  是定义域为  $(-\infty, +\infty)$  的奇函数, 满足  $f(1-x) = f(1+x)$ , 若  $f(1) = 2$ , 则  $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(50) =$  ( )

- A. 0                      B. 2                      C. 50                      D. -50

## 二、填空题 (每小题 5 分, 共 30 分)

11. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 以  $Ox$  为始边的角  $\theta$  的终边经过点  $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ , 则  $\cos \theta =$  \_\_\_\_\_.

12. 已知  $a = 2^{0.1}$ ,  $b = \ln \frac{2}{3}$ ,  $c = \sin 1$ , 则这三个数中大于 1 的数有 \_\_\_\_\_.

13.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 已知  $b \sin A + a \cos B = 0$ , 则  $B =$  \_\_\_\_\_.

14. 函数  $y = \cos 2x + 2 \sin x$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

15. 已知函数  $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ , 其中  $x \in [-\frac{\pi}{3}, a]$ , 若  $f(x)$  的值域是  $[-\frac{1}{2}, 1]$ , 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

16. 已知平面四边形  $ABCD$  中,  $AB = AD = 2$ ,  $BC = CD$ ,  $\angle BCD = 90^\circ$ , 则四边形  $ABCD$  面积的最大值为 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题 (5 小题, 共 70 分)

17. (本题 14 分) 已知  $x = 1$  是函数  $f(x) = ax^3 - 3x$  的一个极值点, 其中  $a$  为实数.

(I) 求实数  $a$  的值;

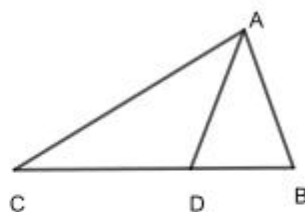
(II) 求函数  $f(x)$  在区间  $[-2, 2]$  上的最大值.

18. (本题 14 分) 已知函数  $f(x) = 2\sin^2 x - \cos(2x + \frac{\pi}{3})$ .

(I) 求  $f(x)$  的最小正周期;

(II) 求证: 对  $\forall x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ,  $f(x) \geq -\frac{1}{2}$ .

19. (本题 14 分) 在  $\triangle ABC$  中,  $AC = 4\sqrt{2}$ ,  $\angle C = \frac{\pi}{6}$ , 点  $D$  在  $BC$  上,  $\cos \angle ADC = -\frac{1}{3}$ .



(I) 求  $AD$  的长;

(II) 若  $\triangle ABC$  的面积为  $2\sqrt{2}$ , 求  $AB$  的长.

20. (本题 14 分)  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $\angle B = \frac{\pi}{3}$ .

- (I) 若  $b = \sqrt{13}$ ,  $a = 3$ , 求  $c$  的值;  
(II) 设  $t = \sin A \cdot \sin C$ , 求  $t$  的最大值.

21. (本题 14 分) 已知函数  $f(x) = x \ln x - ax (a > 0)$ .

- (I) 若曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线与  $x$  轴平行, 求  $a$  的值;  
(II) 求函数  $f(x)$  的单调区间;  
(III) 如果  $f(x) \leq 0$ , 在  $(0, 4]$  上恒成立, 求  $a$  的取值范围.

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线\_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

## 北京高考资讯

### 关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980