

北京师大附中 2022—2023 学年（上）高三月考 2

数 学 试 卷

班级_____ 姓名_____ 学号_____

考 生 须 知	1. 本试卷共三道大题，共 4 页。考试时长 120 分钟，满分 150 分。 2. 考生务必将答案填写在答题纸（共 6 页）上，在试卷上作答无效。 3. 考试结束后，考生应立即将答题纸拍照并上传至智学网相应位置。
------------------	---

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

- (1) 已知集合 $A = \{x | 2^x \leq 1\}$ ， $B = \{-2, 0, 1, 2\}$ ，则 $A \cap B =$
(A) $\{-2, 0\}$ (B) $\{0, 1\}$ (C) $\{-2, 0, 1\}$ (D) $\{-2, 0, 1, 2\}$
- (2) 若复数 $z = \frac{1}{1+i}$ ，则 \bar{z} 在复平面内对应的点位于
(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限
- (3) 已知向量 $\mathbf{a} = (1, m)$ ， $\mathbf{b} = (3, -2)$ ，且 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \perp \mathbf{b}$ ，则 $m =$
(A) -8 (B) -6 (C) 6 (D) 8
- (4) 下列命题中正确的是
(A) 平行于同一个平面的两条直线平行
(B) 平行于同一条直线的两个平面平行
(C) 垂直于同一个平面的两个平面平行
(D) 垂直于同一条直线的两个平面平行
- (5) 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_1 = 4$ ， $S_3 = S_2 + S_4$ ， $b_n = |a_n|$ ，则 $\{b_n\}$ 的最小项为
(A) b_1 (B) b_2 (C) b_3 (D) b_4
- (6) 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > \sqrt{2}$) 的渐近线上存在点 A, B 使 $\triangle ABO$ 为等边三角形 (O 是原点)，则双曲线 C 的离心率为
(A) 2 (B) $\frac{2}{3}\sqrt{6}$ (C) 3 (D) $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

(7) 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, E, F 是线段 B_1D_1 上的动点且 $EF=1$, 则三棱锥 $A-BEF$ 的体积为

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{12}$ (D) 无法确定

(8) 已知实数 x, y 满足 $\log_a x < \log_a y$ ($0 < a < 1$), 则下列不等式中恒成立的是

- (A) $\sin x > \sin y$ (B) $e^{1+xy} > e^{1+x^2}$
 (C) $\frac{1}{x^2+1} > \frac{1}{y^2+1}$ (D) $\ln x - \ln y > 1 - \frac{y}{x}$

(9) 设 $a_1, a_2, a_3 \in \mathbf{R}$, 则 “ a_1, a_2, a_3 成等比数列” 是 “ $(a_1^2 + a_2^2)(a_2^2 + a_3^2) = (a_1 a_2 + a_2 a_3)^2$ ” 的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(10) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - \frac{5}{2}x + 3, & x \leq 1, \\ x + \frac{1}{2x}, & x > 1. \end{cases}$ 设 $a \in \mathbf{R}$, 若关于 x 的不等式 $f(x) \geq \frac{x}{2} + a$

恒成立, 则 a 的取值范围是

- (A) $[-2, 1]$ (B) $[-\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{3\sqrt{2}}{4}]$
 (C) $[-\frac{3\sqrt{2}}{4}, 1]$ (D) $[-1, 2]$

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

(11) 若抛物线 $x^2 = ay$ 经过点 $(2, -1)$, 则其准线方程是_____.

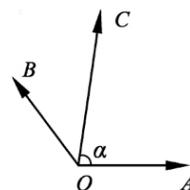
(12) 若函数 $f(x) = \sin x - \cos x$ 在区间 $[a, 0]$ 单调递增, 则 a 的最小值是_____.

(13) 在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 当底面四边形 $ABCD$ 满足条件_____时, 有 $A_1C \perp B_1D_1$. (注: 填上你认为正确的一种条件即可, 不必考虑所有可能的情形.)

(14) 如图, 已知向量 $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ 满足: $|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = 1$,

$\langle \vec{OA}, \vec{OC} \rangle = \alpha$ 且 $\tan \alpha = 7$, $\langle \vec{OB}, \vec{OC} \rangle = \frac{\pi}{4}$. 若 $\vec{OC} = m\vec{OA} + n\vec{OB}$

$(m, n \in \mathbf{R})$, 则 $\frac{m}{n} =$ _____.



- (I) 从表中随机选择一颗恒星, 求它的绝对星等的数值小于视星等的数值的概率;
- (II) 已知北京的纬度是北纬 40° , 当且仅当一颗恒星的“赤纬”数值大于 -50° 时, 能在北京的夜空中看到它. 现从这 10 颗恒星中随机选择 4 颗, 记其中能在北京的夜空中看到的数量为 X 颗, 求 X 的分布列和数学期望;
- (III) 记 $a=0$ 时 10 颗恒星的视星等的方差为 s_1^2 , 记 $a=1.3$ 时 10 颗恒星的视星等的方差为 s_2^2 , 判断 s_1^2 与 s_2^2 之间的大小关系. (结论不要求证明)

(19) (本小题 15 分)

设函数 $f(x) = (e^x - ax)(x - 2)$, $a \in \mathbf{R}$.

- (I) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线斜率为 e^2 , 求 a 的值;
- (II) 若 $f(x)$ 存在两个极值点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 且对任意 $x \in [0, x_2]$, $f(x) < 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

(20) (本小题 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , $|F_1F_2| = 2$, 连接椭圆 C 的四个顶点所成的四边形的周长为 $4\sqrt{7}$.

- (I) 求椭圆 C 的方程和离心率;
- (II) 已知过点 F_1 的直线 l_1 与椭圆交于 P, Q 两点, 过点 F_2 且与直线 l_1 垂直的直线 l_2 与椭圆交于 M, N 两点, 求 $\frac{|PQ| + |MN|}{|PQ| \cdot |MN|}$ 的值.

(21) (本小题 15 分)

对于由有限个自然数组成的集合 A , 定义集合 $S(A) = \{a + b \mid a \in A, b \in A\}$, 记 $S(A)$ 的元素个数为 $d(S(A))$. 定义变换 T : T 将集合 A 变换为集合 $T(A) = A \cup S(A)$.

- (I) 当 $A = \{0, 1, 2\}$ 时, 直接写出 $S(A)$ 和 $T(A)$;
- (II) 若集合 A 有 n 个元素, 证明: “ $d(S(A)) = 2n - 1$ ” 的充要条件是 “集合 A 中的所有元素能组成公差为 0 的等差数列”;
- (III) 若 $A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 且 $\{1, 2, 3, \dots, 25, 26\} \subseteq T(T(A))$, 求满足条件的元素个数最少的集合 A .

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯