

(时间: 120 分钟 满分: 100 分) 班级

一、选择题。(本题共 16 分, 每小题 2 分)

下面各题均有四个选项, 其中只有一个是符合题意的。

1. 抛物线 $y=(x-1)^2+1$ 的顶点坐标为 ()

- A. (1,1) B. (1,-1) C. (-1,1) D. (-1,-1)

2. 平面直角坐标系内一点 $(-3, 4)$ 关于原点对称点的坐标是 ()

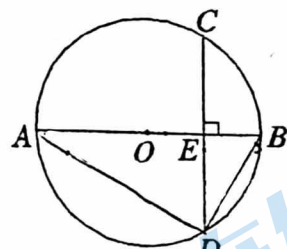
- A. (3, 4) B. (-3, -4) C. (3, -4) D. (4, -3)

3. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一根为零, 则下列说法正确的是 ()

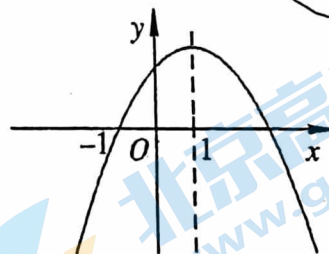
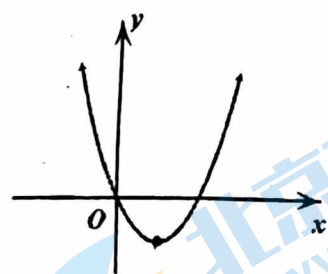
- A. $b^2-4ac=0$ B. $c=0$ C. $b=0$ D. $c \neq 0$

4. 如图, 在 $\odot O$ 中, 直径 $AB \perp$ 弦 CD 于 E , 连接 BD , 若 $\angle D=30^\circ$, $BD=2$, 则 AE 的长为 ()

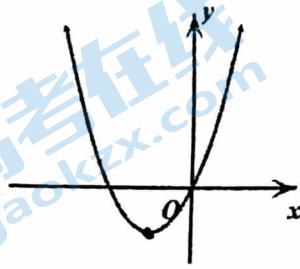
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

5. 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 $(-1,0)$,对称轴为 $x=1$, 则下列结论中正确的是 ()

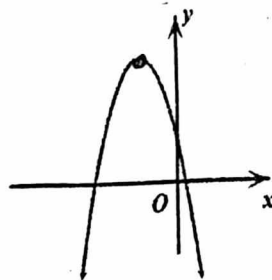
- A. $a > 0$
B. 当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而增大
C. $c < 0$
D. $x=3$ 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根

6. 关于 x 的二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 中, 若 $ahk < 0$, 则下列示意图中符合要求的是 ()

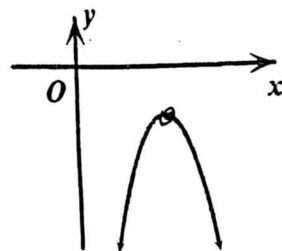
A



B

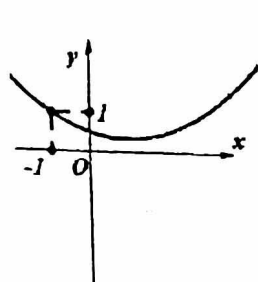


C

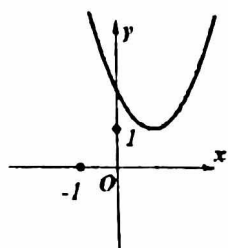


D

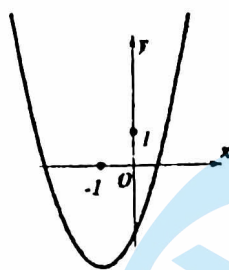
7. 二次函数 $y = x^2 + bx + b$ 的图象可能是 ()



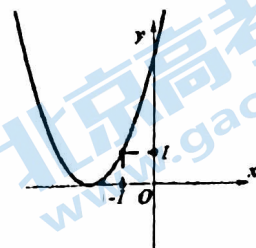
A.



B.



C.



D.

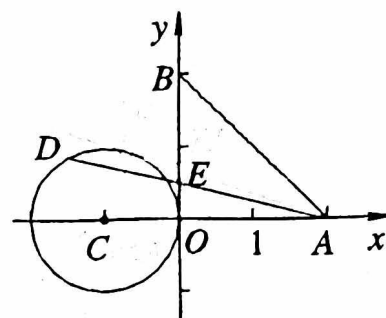
8. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(2,0)$, $B(0,2)$, $\odot C$ 的圆心为点 $C(-1,0)$, 半径为 1. 若 D 是 $\odot C$ 上的一个动点, 线段 DA 与 y 轴交于点 E , 则 $\triangle ABE$ 面积的最大值是 ()

A. 2

B. $\frac{8}{3}$

C. $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

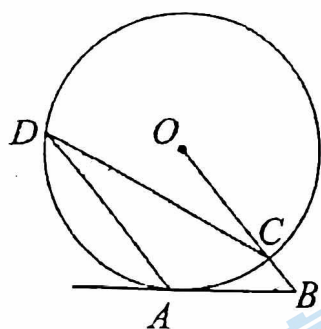


二、填空题. (本题共 16 分, 每小题 2 分)

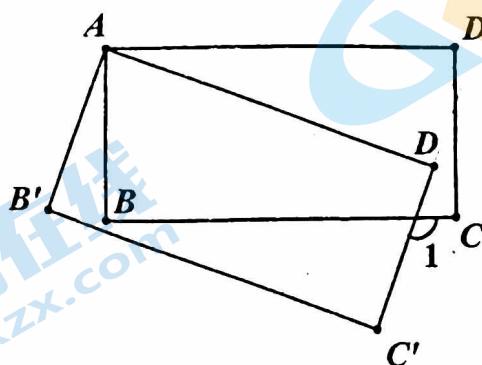
9. 请写出一个常数 c 的值, 使得关于 x 的方程 $x^2 + 2x + c = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 c 的值可以是_____.

10. 二次函数 $y = (x-1)^2 + 2$, 当 $-3 < x < 2$ 时, y 的取值范围是_____.

11. 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 切 $\odot O$ 于点 A , 连接 OB 交 $\odot O$ 于点 C , 过点 A 作 $AD \parallel OB$ 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 CD . 若 $\angle B = 50^\circ$, 则 $\angle OCD$ 等于_____°.



第 11 题图

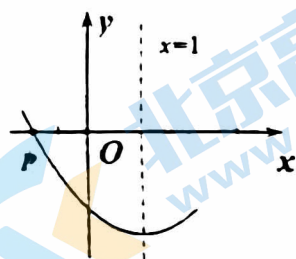


第 12 题图

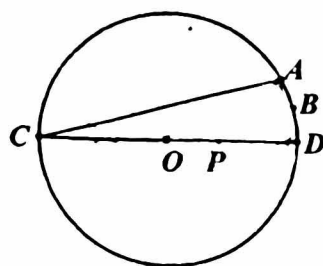
12. 如图, 将矩形 $ABCD$ 绕点 A 顺时针旋转到矩形 $A'B'C'D'$ 的位置, 旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 若 $\angle 1 = 110^\circ$, 则 $\angle \alpha =$ _____°.

13 为响应国家号召打赢脱贫攻坚战，小明利用信息技术开了一家网络商店，将家乡的土特产销往全国。今年 6 月份盈利 12000 元，8 月份盈利 27000 元，求 6 月份到 8 月份盈利的月平均增长率。设 6 月份到 8 月份盈利的月平均增长率为 x ，根据题意，可列方程为_____。

14. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = 1$ ，点 P ，点 Q 是抛物线与 x 轴的两个交点，若点 P 的坐标为 $(-1, 0)$ ，则点 Q 的坐标为_____。



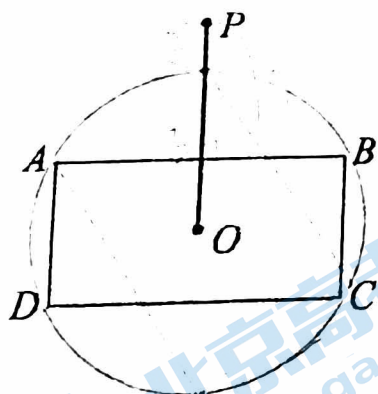
第 14 题图



第 15 题图

15. 如图， CD 是 $\odot O$ 的直径， $CD=8$ ， $\angle ACD=20^\circ$ ，点 B 为弧 AD 的中点，点 P 是直径 CD 上的一个动点，则 $PA+PB$ 的最小值为_____。

16. 我们给出如下定义：在平面内，点到图形的距离是指这个点到图形上所有点的距离的最小值。在平面内有一个矩形 $ABCD$ ， $AB=4$ ， $AD=2$ ，中心为 O ，在矩形外有一点 P ， $OP=3$ ，当矩形绕着点 O 旋转时，则点 P 到矩形的距离 d 的取值范围为_____。



三、解答题：（本题共 68 分，第 17 题 8 分，第 21、24 题各 4 分，第 18、20、22、23 题各 5 分，第 19、25、26 题各 6 分，第 27、28 题各 7 分）

17. 解方程 (1) $x^2 + 6x + 7 = 0$

解：

(2) $x^2 + 2x - \frac{6}{x^2 + 2x} = 1$

解：

18. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x + 2k - 3 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 若 k 为符合条件的最大整数，求此时方程的根.

(1) 解：

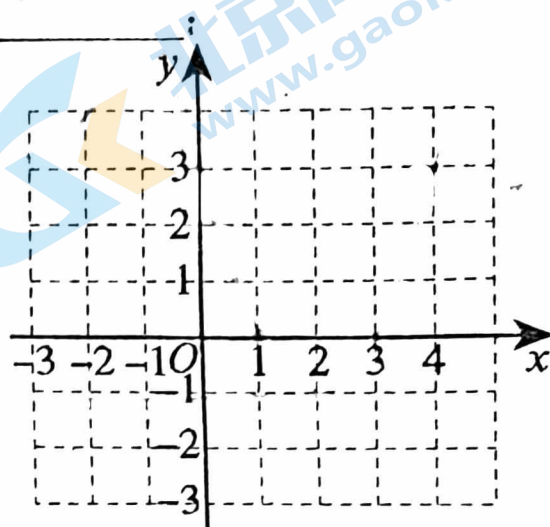
(2) 解：

19. 对于抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$. (1) 它与 x 轴交点的坐标为_____

与 y 轴交点的坐标为_____, 顶点坐标为_____

(2) 在坐标系中利用描点法画出此抛物线:

x	...						...
y	...						...



(3) 利用以上信息解答下列问题:

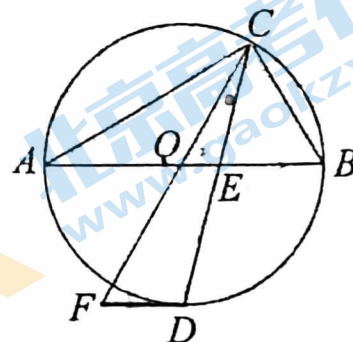
若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 3 - t = 0$ (t 为实数) 在 $-1 < x < \frac{7}{2}$ 的范围内有解, 则 t 的取值范围是_____.

20. 如图, 点 C 在以 AB 为直径的 $\odot O$ 上, CD 平分 $\angle ACB$ 交 $\odot O$ 于点 D , 交 AB 于点 E , 过点 D 作 $DF \parallel AB$ 交 CO 的延长线于点 F .

(1) 求证: 直线 DF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\angle A = 30^\circ$, $AC = 2\sqrt{3}$, 求 DF 的长.

(1) 证明:



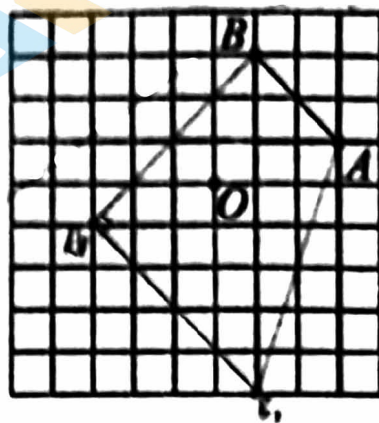
(2) 解:

21. 如图, 在边长均为1个单位长度的小正方形组成的网格中, 点 A , B , O 均为格点(每个小正方形的顶点叫做格点).

(1) 作点 A 关于点 O 的对称点 A_1 ;

(2) 连接 A_1B , 将线段 A_1B 绕点 A_1 顺时针旋转 90° 得到线段 A_1B_1 , 点 B 的对应点为 B_1 , 画出旋转后的线段 A_1B_1 ;

(3) 连接 AB_1 , BB_1 , 则 $\triangle ABB_1$ 的面积为 _____ (直接写出结果即可).



22. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, CB , CD 分别切 $\odot O$ 于点 B , D , CD 交 BA 的延长线于点 E , CO 的延长线交 $\odot O$ 于点 G , $EF \perp OG$ 于点 F . 若 $BC=6$, $DE=4$.

(1) 求证: $\angle FEB = \angle ECF$;

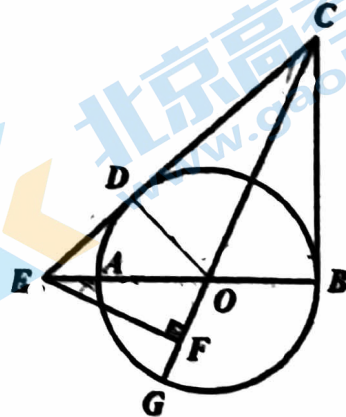
(2) 求 $\odot O$ 的半径长.

(3) 求线段 EF 的长.

(1) 证明:

(2) 解:

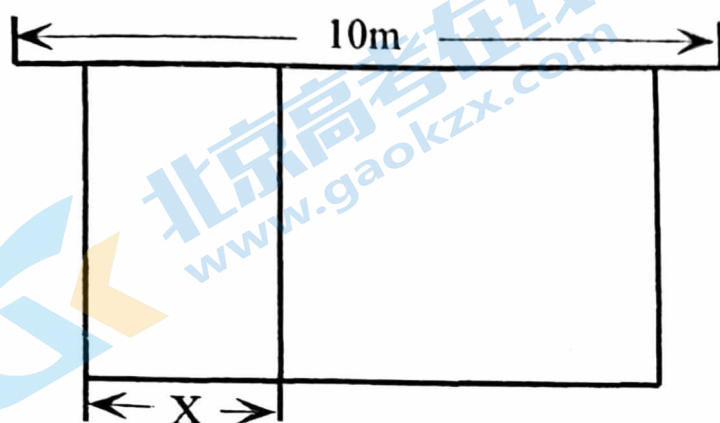
(3) 解:



23.某农场计划建造一个矩形养殖场，为充分利用现有资源，该矩形养殖场一面靠墙（墙的长度为10米），另外三面用栅栏围成，中间再用栅栏把它分成两个面积为1:2的矩形（如图），已知栅栏的总长度为24米，设较小矩形的宽为 x 米.

(1) 若矩形养殖场的总面积为36平方米，求此时的 x 的值；

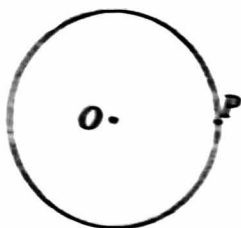
(2) 当 x 为多少时，矩形养殖场的总面积最大？最大面积为多少？



(1) 解：

(2) 解：

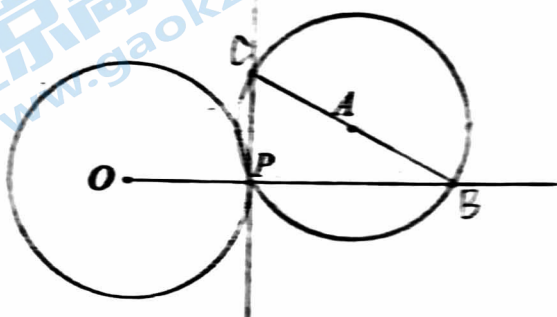
24. 下面是小元设计的“过圆上一点作圆的切线”的尺规作图过程.



已知: 如图, $\odot O$ 及 $\odot O$ 上一点 P . 求作: 过点 P 的 $\odot O$ 的切线.

作法: ①如图, 作射线 OP ;

② 在直线 OP 外任取一点 A , 以点 A 为圆心, AP 为半径作 $\odot A$, 与射线 OP 交于另一点 B ;



③ 连接并延长 BA 与 $\odot A$ 交于点 C ;

④ 作直线 PC ;

则直线 PC 即为所求.

根据小元设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2) 完成证明:

$\because BC$ 是 $\odot A$ 的直径,

$\therefore \angle BPC = 90^\circ$ () (填推理的依据).

$\therefore OP \perp PC$.

又 $\because OP$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线 () (填推理的依据)

25. 已知函数 $y = x^2 + bx + c (x \geq 2)$ 的图象过点 $A(2, 1)$, $B(5, 4)$.

(1) 直接写出 $y = x^2 + bx + c (x \geq 2)$ 的解析式: _____.

(2) 如图, 请补全分段函数 $y = \begin{cases} -x^2 + 2x + 1 (x < 2), \\ x^2 + bx + c (x \geq 2), \end{cases}$

的图象 (不要求列表). 并回答以下问题:

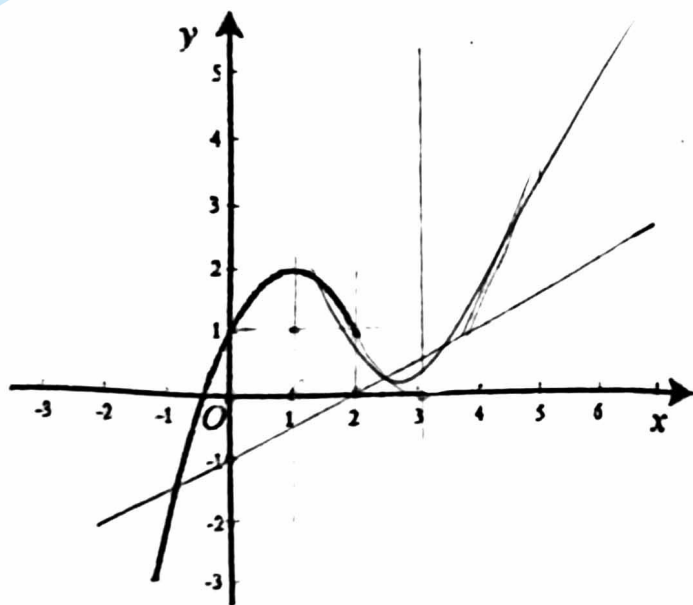
① 写出此分段函数的一条性质:

_____;

② 若此分段函数的图象与直线 $y = m$ 有三个公共点, 请结合函数图象直接写出实数 m 的取值范围:

_____;

(3) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点, 记(2)中函数的图象与直线 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 围成的封闭区域 (不含边界) 为“W 区域”, 请直接写出区域内所有整点的坐标 _____.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $(m-2, y_1)$, (m, y_2) , $(2-m, y_3)$ 在抛物线 $y = x^2 - 2ax + 1$ 上, 其中 $m \neq 1$, 且 $m \neq 2$.

- (1) 直接写出该抛物线的对称轴的表达式 (用含 a 的式子表示);
 - (2) 当 $m = 0$ 时, 若 $y_1 = y_3$, 比较 y_1 与 y_2 的大小关系, 并说明理由;
 - (3) 若存在大于 1 的实数 m , 使 $y_1 > y_2 > y_3$, 求 a 的取值范围.
- (1) 对称轴的表达式为 _____

(2) 解:

(3) 解:

27. 已知 $\angle MAN = 45^\circ$ ，点 B 为射线 AN 上一定点，点 C 为射线 AM 上一动点（不与点 A 重合），点 D 在线段 BC 的延长线上，且 $CD = CB$ 。过点 D 作 $DE \perp AM$ 于点 E 。

(1) 当点 C 运动到如图 1 的位置时，点 E 恰好与点 C 重合，此时 AC 与 DE 的数量关系是_____；

(2) 当点 C 运动到如图 2 的位置时，依题意补全图形，并证明： $2AC = AE + DE$ ；

(3) 在点 C 运动的过程中，点 E 能否在射线 AM 的反向延长线上？若能，直接用等式表示线段 AC 、 AE 、 DE 之间的数量关系；若不能，请说明理由。

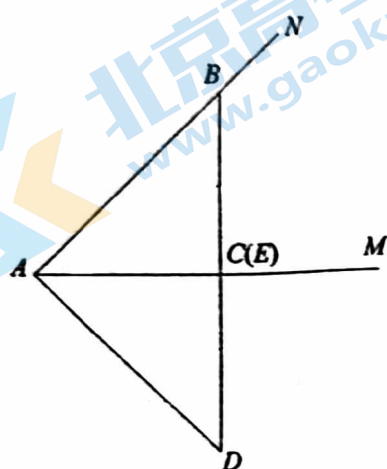


图 1

(2) 证明：

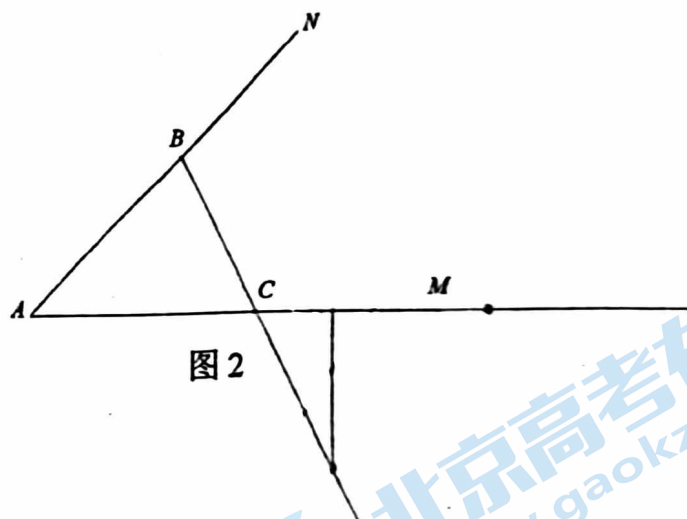


图 2

(3)

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 R 和线段 PQ , 给出如下定义: M 为线段 PQ 上任意一点, 如果 R, M 两点间的距离的最小值恰好等于线段 PQ 的长, 则称点 R 为线段 PQ 的“等距点”.

(1) 已知点 $A(5,0)$.

①在点 $B_1(-3,4), B_2(1,5), B_3(4,-3), B_4(3,6)$ 中, 线段 OA 的“等距点”是_____;

②若点 C 在直线 $y=2x+5$ 上, 并且点 C 是线段 OA 的“等距点”, 求点 C 的坐标;

(2) 已知点 $D(1,0)$, 点 $E(0,-1)$, 图形 W 是以点 $T(t,0)$ 为圆心, 1 为半径的 $\odot T$ 位于 x 轴及 x 轴上方的部分. 若图形 W 上存在线段 DE 的“等距点”, 直接写出 t 的取值范围.

(1) ②解:

(2) t 的取值范围是_____.

2023—2024 年度铁二中初三年级

数学期中考试参考答案（2023 年 11 月）

一、选择题：（每题 2 分，共 16 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	B	B	D	A	D	D

二、填空题：（每题 2 分，共 16 分）

9. 0（答案不唯一， $c < 1$ 即可） 10. $2 \leq y < 18$ 11. 20 12. 20°
 13. $12000(1+x)^2 = 27000$ 14. (3,0) 15. 4 16. $3 - \sqrt{5} \leq d \leq 2$

三、解答题：（本题共 68 分，第 17 题 8 分，第 21、24 题各 4 分，第 18、20、22、23 题各 5 分，第 19、26、27 题各 6 分，第 25、28 题各 7 分）

17. (1) 解： $x^2 + 6x = -7$

$$x^2 + 6x + 9 = 2 \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$(x+3)^2 = 2 \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$x+3 = \pm\sqrt{2}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{2} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 设 $t = x^2 + 2x$ 则原方程化为 $t - \frac{6}{t} = 1 \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

$$t^2 - 6 = t \text{ 解得 } t=3, t=-2 \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

经检验， $t=3, t=-2$ 是原方程的解.

当 $t=3$ 时， $x^2 + 2x = 3$ 解得 $x_1=-3, x_2=1 \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

当 $t=-2$ 时， $x^2 + 2x = -2$ 此方程无解. $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

综上， $x_1=-3, x_2=1$

18. 解：(1) $\Delta = (-2)^2 - 4(2k-3) = 8(2-k) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$\because$ 该方程有两个不相等的实数根，

$$\therefore 8(2-k) > 0 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

解得 $k < 2 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 当 k 为符合条件的最大整数时， $k=1 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

此时方程化为 $x^2 - 2x - 1 = 0$ ，方程的根为 $x_1 = 1 + \sqrt{2}, x_2 = 1 - \sqrt{2} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

19. (1) (1, 0) (3, 0); (0, 3); (2, -1) $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2)

x	...	0	1	2	3	4	...
y	...	3	0	-1	0	3	...

表格 $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

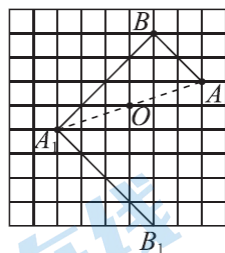
图象略 $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(3) $-1 \leq t < 8 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

20. (1) 证明略.....2 分

(2) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 5 分

21. 解: (1) (2) 画图结果如图所示.



.....3 分

(3) $S_{\triangle ABB_1} = 8$4 分

22. (1) 证明略-----1 分

(2) 半径的长为 3-----3 分

(3) $2\sqrt{5}$5 分

23.解: (1) 解: 由已知得, 较大矩形的宽为 $2x$ 米, 长为 $\frac{24-x-2x}{3} = (8-x)$ 米

根据题意有 $(x+2x)(8-x)=36$1 分

解得 $x=2$ 或 $x=6$, 经检验, $x=6$ 时, $3x=18>10$, 不符合题意, 故舍去.

$\therefore x=2$.

答: 此时 x 的值为 2.....2 分

(2) 解: 设矩形养殖场的总面积为 ym^2 , 墙的长度为 10 米, 故 $0 < x \leq \frac{10}{3}$

根据题意得, $y=(x+2x)(8-x)=-3x^2+24x=-3(x-4)^2+48$3 分

当 $x = \frac{10}{3}$ 时, y 有最大值为 $\frac{140}{3}$5 分

答: 当 $x = \frac{10}{3}$ 时, 矩形养殖场的总面积最大, 最大面积为 $\frac{140}{3}$ 平方米.

24. (1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)2 分

(2) 完成证明:

$\because BC$ 是 $\odot A$ 的直径,

$\therefore \angle BPC=90^\circ$ (直径所对的圆周角是直角)3 分

$\therefore OP \perp PC$.

又 $\because OP$ 是 $\odot O$ 的半径,

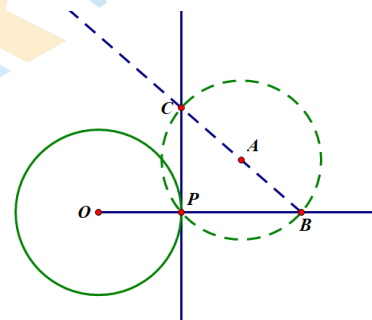
$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线 (经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线).4 分

25. (1) $y = x^2 - 6x + 9$ 1 分

(2) 补图象略.....2 分

① 答案不唯一: 例如: 当 $x>3$ 时, y 随 x 的增大而增大.....3 分

② $0 < m < 2$4 分



(3) $(0, 0), (1, 0), (1, 1)$ 7 分

26. (1) $x=a$ 1 分

(2) 解：当 $m=0$ 时，这三个点分别为 $(-2, y_1), (0, y_2), (2, y_3)$,

$$\because y_1 = y_3,$$

$\therefore (-2, y_1)$ 与 $(2, y_3)$ 关于对称轴对称,

$\therefore$ 抛物线的对称轴为 $x=0$2 分

$\therefore (0, y_2)$ 为抛物线的顶点.

$\because$ 抛物线的开口向上,

$\therefore$ 当 $x=0$ 时, y_2 为函数 $y=x^2-2ax+1$ 的最小值.

$$\therefore y_2 < y_1. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(3) 解一：依题意，点 $(m-2, y_1), (m, y_2), (2-m, y_3)$ 在抛物线 $y=x^2-2ax+1$ 上，其中 $m \neq 1$ ，且 $m \neq 2$.

当 $1 < m < 2$ 时， $m-2 < 2-m < m$.

$\because$ 抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=a$,

$\therefore$ 当 $x \leq a$ 时， y 随 x 的增大而减小；当 $x \geq a$ 时， y 随 x 的增大而增大，

$$\therefore y_1 > y_2 > y_3$$

$\therefore$ 点 $(m-2, y_1)$ 在对称轴左侧，与对称轴的距离最大，点 (m, y_2) 在对称轴右侧，与对称轴的距离居中，点 $(2-m, y_3)$ 与对称轴的距离最小.

$$\therefore m-1 < a < 1.$$

$\therefore$ 存在 $1 < m < 2$ 的实数 m ，使 $y_1 > y_2 > y_3$ 成立.

$\therefore a$ 的取值范围是 $0 < a < 1$.

当 $m > 2$ 时， $2-m < m-2 < m$.

$\because$ 抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=a$,

$\therefore$ 无论 a 为何值，均不能满足 $y_1 > y_2 > y_3$.

综上， a 的取值范围是 $0 < a < 1$6 分

解二：将 $x=m-2$ ， $x=m$ 和 $x=2-m$ 分别代入，得：

$$y_1 = (m-2)^2 - 2a(m-2) + 1,$$

$$y_2 = m^2 - 2am + 1,$$

$$y_3 = (m-2)^2 + 2a(m-2) + 1.$$

$$\text{则有：} y_1 - y_2 = 4(a+1-m),$$

$$y_2 - y_3 = 4(a-1)(1-m),$$

于是 $y_1 > y_2 > y_3$ 成立，即为 $y_1 - y_2 > 0$ 和 $y_2 - y_3 > 0$ 同时成立，

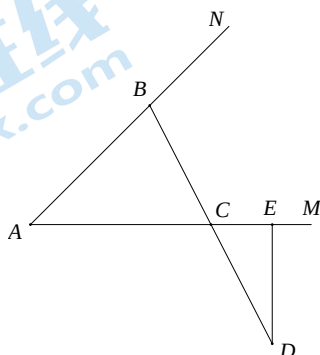
也即为 $a > m-1$ 和 $(a-1)(1-m) > 0$ 同时成立.

- ① 当 $a \leq 0$ 时, $m-1 < a \leq 0$, 故 $m \leq 1$, 不存在大于 1 的实数 m ;
- ② 当 $a > 1$ 时, $a-1 > 0$, 要使 $(a-1)(1-m) > 0$, 则 $m < 1$, 也不存在大于 1 的实数 m ;
- ③ 当 $a=1$ 时, $(a-1)(1-m)=0$, 不符合题意;
- ④ $0 < a < 1$ 时, 只需取满足 $1 < m < a+1$ 的 m 即可满足前述两个不等式同时成立,
即 $y_1 > y_2 > y_3$ 成立.

综上所述, a 的取值范围是 $0 < a < 1$6 分

27. (1) $AC=DE$;1 分

(2) 补全图形,



.....2 分

证明:

法 1: 在射线 AM 上取点 F , 使 $AC=CF$,

$\because AC=CF, BC=CD, \angle BCA=\angle DCF$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FDC$.

$\therefore \angle DFE=\angle A=45^\circ$.

$\because DE \perp AM$,

$\therefore DE=EF$.

$\therefore AF=AE+EF=2AC$,

$\therefore 2AC=AE+DE$.

.....4 分

法 2: 作 $BF \perp AM$ 于点 F ,

$\because BF \perp AM, DE \perp AM$,

$\therefore \angle BFC=\angle DEC=90^\circ$.

$\because CD=CB, \angle BCF=\angle DCE$,

$\therefore \triangle BCF \cong \triangle DCE$.

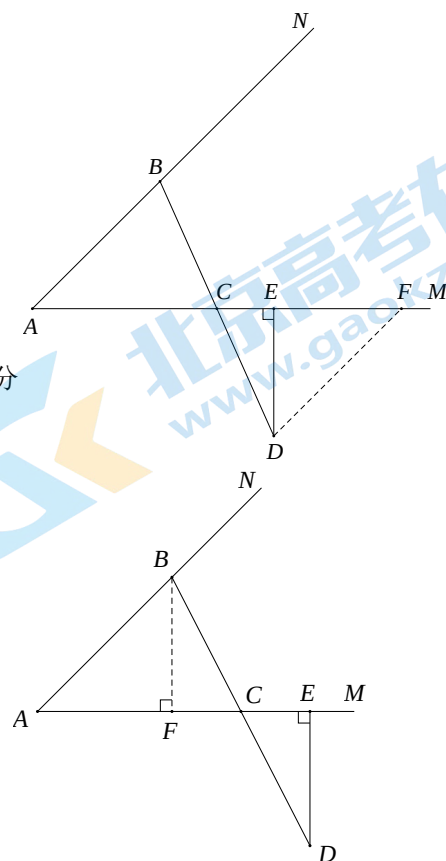
$\therefore CF=CE, BF=DE$.

$\because \angle MAN=45^\circ$,

$\therefore AF=BF=DE$.

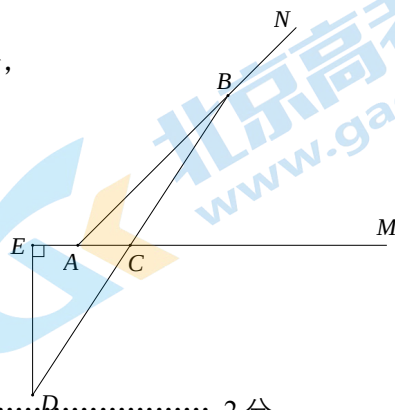
$\therefore AE+DE=AF+FE+DE=2(AF+FC)=2AC$.

结论得证.



.....4 分

.....6 分



2 分

② $\because$ 点 C 在直线 $y=2x+5$ 上,

$\therefore$ 设点 C 的坐标为 $(a, 2a+5)$.

$\therefore$ 点 C 是线段 OA 的“等距点”，

$$\therefore OC=OA$$

$$\therefore a^2 + (2a + 5)^2 = 25$$

解之得 $a_1=0, a_2=-4,$

∴ 点 C 的坐标为 $(0, 5)$ 或 $(-4, -3)$ 4 分

(2) $\sqrt{2} \leq t \leq 2 + \sqrt{2}$ 或 $-2 \leq t \leq \sqrt{2} - 1$ 7 分

解析:

如图 28-1, 此时 $t = 2 + \sqrt{2}$, 如图 28-2, 此时 $t = \sqrt{2}$

如图 28-3, 此时 $t = \sqrt{2} - 1$, 如图 28-4, 此时 $t = -2$

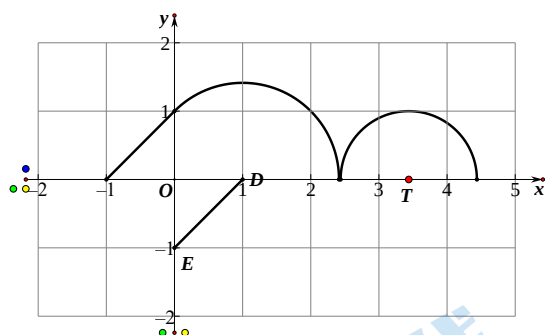


图 28-1

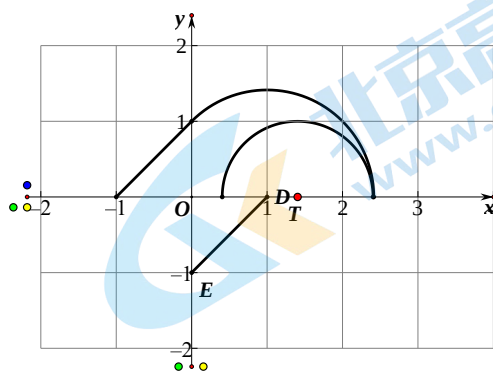


图 28-2

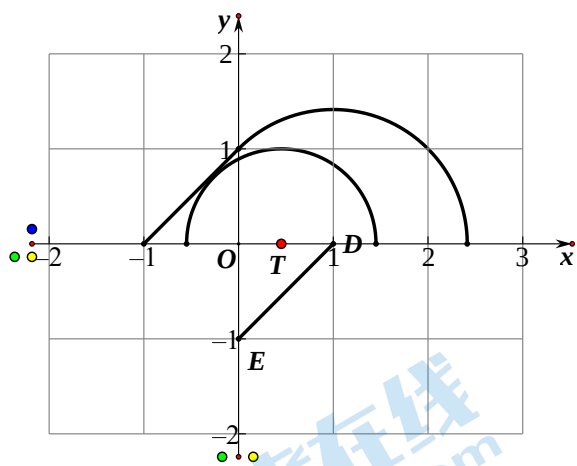


图 28-3

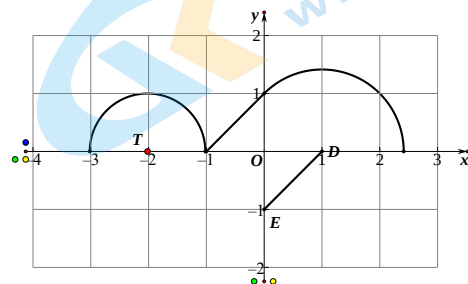


图 28-4

北京初三高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

