北京市西城区2021—2022学年度第一学期期末试卷高一数学　2022.1

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知集合 $A=\{x\mid x>1\}$，$B=\{x\mid x^2<4\}$，那么 $A\cup B=$

（A）$(-2,2)$　　（B）$(-2,1)$　　（C）$(-2,+\infty)$　　（D）$(1,+\infty)$

（2）方程组 $\begin{cases}x+y=0,\\ x^2+y^2=2\end{cases}$ 的解集是

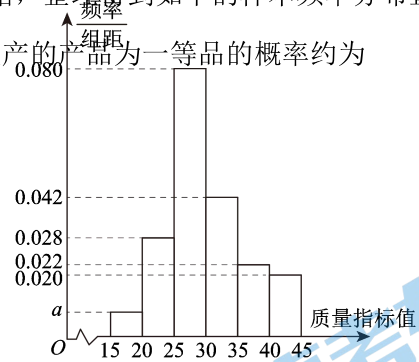
（A）$\{(1,-1),(-1,1)\}$　　（B）$\{(1,1),(-1,1)\}$

（C）$\{(1,-1),(-1,-1)\}$　　（D）$\varnothing$

（3）函数 $y=\sqrt{x-1}+\dfrac{1}{x+2}$ 的定义域是

（A）$[1,2)$　　（B）$[1,+\infty)$　　（C）$(0,1)\cup(1,+\infty)$　　（D）$[1,2)\cup(2,+\infty)$

（4）为保障食品安全，某监管部门对辖区内一家食品企业进行检查，现从其生产的某种产品中随机抽取 100 件作为样本，并以产品的一项关键质量指标值为检测依据，整理得到如下的样本频率分布直方图．若质量指标值在 $[25,35)$ 内的产品为一等品，则该企业生产的产品为一等品的概率约为



（A）0.38

（B）0.61

（C）0.122

（D）0.75

（5）若 $a>b$，$c>d>0$，则一定有

（A）$ac>bd$　　（B）$ac<bd$　　（C）$\dfrac{a}{c}>\dfrac{b}{d}$　　（D）以上答案都不对

（6）已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$，$\boldsymbol{b}=(-2,3)$，那么 $|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|=$

（A）5　　（B）$5\sqrt{2}$　　（C）8　　（D）$\sqrt{74}$

（7）若 $2^a=3$，则 $\log_4 3=$

（A）$\dfrac{1}{2}a$　　（B）a　　（C）$2a$　　（D）$4a$

（8）设 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 为平面向量，则“存在实数 λ，使得 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$”是“向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 共线”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（9）设 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，$f(1)=0$，则不等式 $f(x+1)<0$ 的解集是

（A）$(-1,0)$　　（B）$(0,1)$

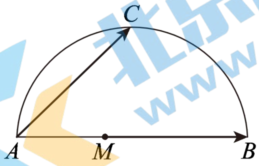
（C） $(1,2)$　　　　　　　　　　　　　　　（D） $(-\infty,-2)\cup(-1,0)$

（10）如图，AB 为半圆的直径，点 C 为 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，点 M 为线段 AB 上的一点（含端点 A,B），若 $AB=2$，

则 $|\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{MB}|$ 的取值范围是

（A） $[1,3]$　　　　　　　　　　　　　　　（B） $[\sqrt{2},3]$

（C） $[3,\sqrt{10}]$　　　　　　　　　　　　（D） $[\sqrt{2},\sqrt{10}]$



第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

（11）命题“ $\forall x>0$，$2^x>0$ ”的否定是_____.

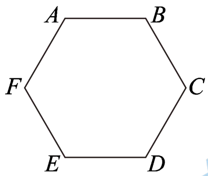
（12）右侧茎叶图表示的是甲、乙两人在 5 次综合测评中的成绩，记甲、乙的平均成绩分别为 a, b，则 a, b 的大小关系是_____.

甲		乙
9 8	8	7 9 9
2 1 0	9	3 0

（13）若不等式 $x^2+ax+b>0$ ”的解集为 $(-\infty,\frac{1}{2})\cup(2,+\infty)$，则 $a=$_____，$b=$_____.

（14）如图，在正六边形 $ABCDEF$ 中，记向量 $\overrightarrow{FA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{ED}=\boldsymbol{b}$，

则向量 $\overrightarrow{BC}=$ _____.（用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 表示）



（15）设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，若存在实数 T $(T>0)$，使得对于任意 x Î D，都有 $f(x)<f(x+T)$，则称 $f(x)$ 为“ $T-$ 单调增函数”.

对于“ $T-$ 单调增函数”，有以下四个结论：

① “ $T-$ 单调增函数” $f(x)$ 一定在 D 上单调递增；

② “ $T-$ 单调增函数” $f(x)$ 一定是“ $nT-$ 单调增函数”（其中 n Î $\mathbf{N}^*$, 且 $n\geqslant 2$)；

③ 函数 $f(x)=[x]$ 是“ $T-$ 单调增函数”（其中 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数）；

④ 函数 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\leqslant 0,\\ \lg x, & x>0\end{cases}$ 不是“ $T-$ 单调增函数”.

其中，所有正确的结论序号是_____.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 13 分）

在体育知识有奖问答竞赛中，甲、乙、丙三人同时回答一道有关篮球知识的问题，已知甲答题正确的概率是 $\frac{3}{4}$，乙答题错误的概率是 $\frac{1}{3}$，乙、丙两人都答题正确的概率是 $\frac{1}{4}$. 假设每人答题正确与否是相互独立的.

（Ⅰ）求丙答题正确的概率；

（Ⅱ）求甲、丙都答题错误，且乙答题正确的概率.

（17）（本小题 15 分）

设 $f(x)=x^2-ax+3$，其中 $a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 的图像与直线 $y=3x$ 交点的坐标；

（Ⅱ）若函数 $f(x)$ 有两个不相等的正数零点，求 a 的取值范围；

（Ⅲ）若函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上不具有单调性，求 a 的取值范围.

（18）（本小题 14 分）

甲、乙两人进行射击比赛，各射击 4 局，每局射击 10 次，射击命中目标得 1 分，未命中目标得 0 分. 两人 4 局的得分情况如下：

甲	6	6	9	9
乙	7	9	x	y

（Ⅰ）若乙的平均得分高于甲的平均得分，求 x 的最小值；

（Ⅱ）设 $x=6$， $y=10$，现从甲、乙两人的 4 局比赛中随机各选取 1 局，并将其得分分别记为 a， b，求 $a\geqslant b$ 的概率；

（Ⅲ）在 4 局比赛中，若甲、乙两人的平均得分相同，且乙的发挥更稳定，写出 x 的所有可能取值.（结论不要求证明）

（19）（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=\log_2\dfrac{x-1}{x+1}$.

（Ⅰ）若 $f(a)=1$，求 a 的值；

（Ⅱ）判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，并证明你的结论；

（Ⅲ）若 $f(x)\geqslant m$ 对于 $x\in[3,+\infty)$ 恒成立，求实数 m 的范围.

（20）（本小题 13 分）

某渔业公司年初用 98 万元购进一艘渔船，用于捕捞. 已知该船使用中所需的各种费用 e（单位：万元）与使用时间 n ($n\in\mathbf{N}^*$，单位：年) 之间的函数关系式为 $e=2n^2+10n$，该船每年捕捞的总收入为 50 万元.

（Ⅰ）该渔船捕捞几年开始盈利（即总收入减去成本及所有使用费用为正值）？

（Ⅱ）若当年平均盈利额达到最大值时，渔船以 30 万元卖出，则该船为渔业公司带来的收益是多少万元?

（21）（本小题 15 分）

设 A 是实数集的非空子集，称集合 $B=\{uv\,|\,u,\ v\in A,\text{且}\ u\neq v\}$ 为集合 A 的生成集．

（Ⅰ）当 $A=\{2,3,5\}$ 时，写出集合 A 的生成集 B；

（Ⅱ）若 A 是由 5 个正实数构成的集合，求其生成集 B 中元素个数的最小值；

（Ⅲ）判断是否存在 4 个正实数构成的集合 A，使其生成集 $B=\{2,3,5,6,10,16\}$，并说明理由．

北京市西城区 2021—2022 学年度第一学期期末试卷

高一数学答案及评分参考

2022.1

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.

1. C	2. A	3. B	4. B	5. D
6. B	7. A	8. A	9. D	10. D

二、填空题：本大题共 5 题，每小题 5 分，共 25 分.

11. $\exists x>0$，$2^x\leqslant 0$ 　　12. $a>b$ 　　13. $-\dfrac{5}{2}$；1

14. $\boldsymbol{b-a}$ 　　15. ②，③，④

注：第 13 题第一问 2 分，第二问 3 分；第 15 题全部选对得 5 分，不选或有错选得 0 分，其他得 3 分.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分. 其他正确解答过程，请参照评分标准给分.

16.（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）记甲、乙、丙 3 人答题正确分别为事件 A，B，C， ………………1 分

设丙答题正确的概率为 x，即 $P(C)=x$.

由题意，知 $P(A)=\dfrac{3}{4}$，$P(B)=1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$. ………………3 分

根据相互独立事件同时发生的概率公式，

得 $P(B\cdot C)=P(B)\cdot P(C)=\dfrac{2}{3}\times x=\dfrac{1}{4}$， ………………6 分

解得 $x=\dfrac{3}{8}$，即丙答题正确的概率为 $\dfrac{3}{8}$. ………………8 分

（Ⅱ）由相互独立事件的概率乘法公式，

得事件：甲、丙都答题错误，且乙答题正确（事件 $\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}$ 发生）的概率是

$$P(\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C})=P(\overline{A})\cdot P(B)\cdot P(\overline{C})=[1-P(A)]\cdot P(B)\cdot[1-P(C)]=(1-\frac{3}{4})\times\frac{2}{3}\times(1-\frac{3}{8})=\frac{5}{48}.$$

答：甲、丙都答题错误，且乙答题正确的概率是 $\dfrac{5}{48}$. ………………13 分

17.（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）由 $f(x)=x^2-x+3=3x$，解得 $x_1=1$，$x_2=3$. ……………… 2 分

所以函数 $f(x)$ 的图像与直线 $y=3x$ 的交点为 $(1,3)$，$(3,9)$. ……………… 4 分

（Ⅱ）由题意，方程 $f(x)=x^2-ax+3=0$ 有两个不等正根 x_1,x_2，

所以$\begin{cases}\Delta=a^2-12>0,\\x_1+x_2=a>0,\\x_1x_2=3>0.\end{cases}$ ………………… 7 分

解得 $a>2\sqrt{3}$.

故当 $a\in(2\sqrt{3},+\infty)$ 时，函数 $f(x)$ 有两个不相等的正数零点. ………………… 10 分

（III）二次函数 $f(x)=x^2-ax+3$ 的对称轴方程为 $x=\dfrac{a}{2}$. ………………… 12 分

由题意，得 $\dfrac{a}{2}<0$. ………………… 14 分

故 a 的取值范围为 $(-\infty,0)$. ………………… 15 分

18.（本小题 14 分）

解：（Ⅰ）由题意，得 $\dfrac{7+9+x+y}{4}>\dfrac{6+6+9+9}{4}$，即 $x+y>14$. ………………… 2 分

又因为 $x\leqslant10$，$y\leqslant10$，且 x，$y\in\mathbf{N}$，

所以 $x+y\geqslant15$，即 $x\geqslant15-y\geqslant15-10=5$.

所以当 $y=10$ 时，x 的最小值 5. ………………… 4 分

（Ⅱ）设“从甲、乙的 4 局比赛中随机各选取 1 局，且得分 $a\geqslant b$”为事件 M， … 5 分

记甲的 4 局比赛为 A_1，A_2，A_3，A_4，各局的得分分别是 6，6，9，9；乙的 4 局比赛为 B_1，B_2，B_3，B_4，各局的得分分别是 7，9，6，10.

则从甲、乙的 4 局比赛中随机各选取 1 局，所有可能的结果有 16 种，它们是：(A_1,B_1)，(A_1,B_2)，(A_1,B_3)，(A_1,B_4)，(A_2,B_1)，(A_2,B_2)，(A_2,B_3)，(A_2,B_4)，(A_3,B_1)，(A_3,B_2)，(A_3,B_3)，(A_3,B_4)，(A_4,B_1)，(A_4,B_2)，(A_4,B_3)，(A_4,B_4). ………… 7 分

而事件 M 的结果有 8 种，它们是：(A_1,B_3)，(A_2,B_3)，(A_3,B_1)，(A_3,B_2)，(A_3,B_3)，(A_4,B_1)，(A_4,B_2)，(A_4,B_3)， ………………… 9 分

因此事件 M 的概率 $P(M)=\dfrac{8}{16}=\dfrac{1}{2}$. ………………… 11 分

（III）x 的可能取值为 6，7，8. ………………… 14 分

19.（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）由 $f(a)=\log_2\dfrac{a-1}{a+1}=1$，得 $\dfrac{a-1}{a+1}=2$， ………………… 2 分

解得 $a=-3$. ………………… 4 分

（Ⅱ）结论：函数 $f(x)$ 为奇函数. ………………… 5 分

证明：由函数 $f(x)=\log_2\frac{x-1}{x+1}$ 有意义，得 $\frac{x-1}{x+1}>0$. ………………… 6 分

所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x\,|\,x>1$，或 $x<-1\}$. ………………… 7 分

因为 $f(-x)=\log_2\frac{-x-1}{-x+1}=\log_2(\frac{x-1}{x+1})^{-1}=-\log_2\frac{x-1}{x+1}=-f(x)$，

所以 $f(x)$ 为奇函数. ………………… 10 分

（Ⅲ）$f(x)=\log_2\frac{x-1}{x+1}=\log_2(1-\frac{2}{x+1})$. ………………… 11 分

由 $x\in[3,+\infty)$，得 $x+1\geqslant 4$，

根据函数 $y=-\frac{2}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，得 $-\frac{2}{x+1}\in[-\frac{1}{2},0)$.

则 $1-\frac{2}{x+1}\in[\frac{1}{2},1)$.

所以 $f(x)=\log_2\frac{x-1}{x+1}\in[-1,0)$，即 $f(x)$ 的值域为 $[-1,0)$. ………………… 13 分

由 $f(x)\geqslant m$ 对于 $x\in[3,+\infty)$ 恒成立，

得实数 m 的范围为 $(-\infty,-1]$. ………………… 15 分

20.（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）设捕捞 n 年后，总利润为 $f(n)$ 万元，

则 $f(n)=50n-(2n^2+10n)-98=-2n^2+40n-98$. ………………… 3 分

由 $f(n)=-2n^2+40n-98>0$，解得 $10-\sqrt{51}<n<10+\sqrt{51}$. ………………… 5 分

因为 $n\in\mathbf{N}^*$，

所以 $3\leqslant n\leqslant 17$，即捕捞的第 3 年开始盈利. ………………… 7 分

（Ⅱ）由（Ⅰ），得年平均盈利额 $y=\frac{-2n^2+40n-98}{n}=-2n-\frac{98}{n}+40$，……………… 10 分

因为 $y=-2(n+\frac{49}{n})+40\leqslant-2\times 2\sqrt{n\times\frac{49}{n}}+40=12$，当且仅当 n=7 时，等号成立，

所以当 n=7 时，年平均盈利取得最大值.

所以该船为渔业公司带来的收益为 $f(7)+30=114$ 万元. ………………… 13 分

21.（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）$B=\{6,10,15\}$. ………………… 3分

（Ⅱ）记 $A=\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}$，不妨设 $0<a_1<a_2<a_3<a_4<a_5$. ………………… 4分

则 $a_1a_2<a_1a_3<a_1a_4<a_1a_5<a_2a_5<a_3a_5<a_4a_5$.

所以集合 B 中元素个数大于或等于7. ………………… 6分

又因为若 $A=\{1,2,4,8,16\}$ 时，集合 $B=\{2,4,8,16,32,64,128\}$，且 B 中元素个数为7.

所以集合 B 中元素个数的最小值为7. ………………… 8分

（Ⅲ）结论：不存在集合 A，使其生成集 $B=\{2,3,5,6,10,16\}$. ………………… 9分

证明：假设存在集合 A，使其生成集 $B=\{2,3,5,6,10,16\}$， ……………… 10 分

不妨设 $A=\{a,b,c,d\}$，其中 $0<a<b<c<d$，

则 $B=\{ab,ac,ad,bc,bd,cd\}$. ………………… 11 分

由 $0<a<b<c<d$，得集合 B 中的最大数为 $cd=16$，最小数为 $ab=2$. ……… 13 分

又因为集合 B 中 6 个元素的乘积为 $ab\times ac\times ad\times bc\times bd\times cd=2\times 3\times 5\times 6\times 10\times 16$，

所以 $(abcd)^3=2\times 3\times 5\times 6\times 10\times 16$，

即 $(2\times 16)^3=2\times 3\times 5\times 6\times 10\times 16$，此式显然不成立，

所以假设错误，即不存在集合 A，使其生成集 $B=\{2,3,5,6,10,16\}$. ……

北京高一高二高三期末试题下载

北京高考资讯整理了**【2022 年 1 月北京各区各年级期末试题&答案汇总】**专题，及时更新最新试题及答案。

通过**【北京高考资讯】公众号**，**对话框回复【期末】**或者**底部栏目<试题下载→期末试题>**，进入汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！