2019-2020 学年北京四中九年级（上）段考数学试卷（10 月份）

一、选择题（本题共 16 分每小题 2 分）

1.（2 分）下列标志图中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A.  B.  C.  D. 

2.（2 分）抛物线 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-3$ 的顶点坐标是（　　）

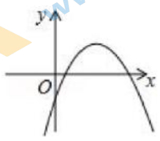
A.（2，3）　　B.（2，－3）　　C.（－2，3）　　D.（－2，－3）

3.（2 分）若将抛物线 $y=5x^2$ 先向右平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位，得到的新抛物线的表达式为（　　）

A. $y=5(x-2)^2+1$　　B. $y=5(x+2)^2+1$

C. $y=5(x-2)^2-1$　　D. $y=5(x+2)^2-1$

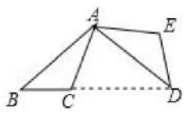
4.（2 分）二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，根据图象可得 a，b，c 与 0 的大小关系是（　　）



A. $a>0$，$b<0$，$c<0$　　B. $a>0$，$b>0$，$c>0$

C. $a<0$，$b<0$，$c<0$　　D. $a<0$，$b>0$，$c<0$

5.（2 分）如图，在△ABC 中，$\angle B=40°$，将△ABC 绕点 A 逆时针旋转，得到△ADE，点 D 恰好落在直线 BC 上，则旋转角的度数为（　　）



A. 70°　　B. 80°　　C. 90°　　D. 100°

6.（2 分）以原点为中心，把点 P（1，3）顺时针旋转 90°，得到的点 P' 的坐标为（　　）

A.（3，－1）　　B.（－3，1）　　C.（1，－3）　　D.（－1，－3）

7.（2 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的 y 与 x 的部分对应值如下表

x	－1	0	1	2

y	-2	1	2	1

下列结论

①该函数图象是抛物线，且开口向下；

②该函数图象关于直线 $x=1$ 对称；

③当 $x<1$ 时，函数值 y 随 x 的增大而增大；

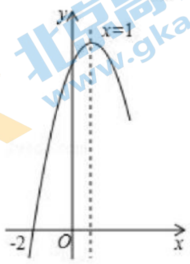
④方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一个根大于 3．

其中正确的结论有（　　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

8．（2 分）抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点（-2，0），且对称轴为直线 $x=1$，其部分图象如图所示．对于此抛物线有如下四个结论：

①$ac>0$；②$16a+4b+c=0$；③若 $m>n>0$，则 $x=1+m$ 时的函数值大于 $x=1-n$ 时的函数值；④点（$-\frac{c}{2a}$，0）一定在此抛物线上．其中正确结论的序号是（　　）



A．①②　　B．②③　　C．②④　　D．③④

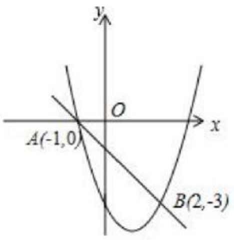
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．（2 分）请写出一个开口向下，并且与 y 轴交于点（0，1）的抛物线的解析式_______．

10．（2 分）已知抛物线的对称轴是 $x=n$，若该抛物线过 A（-2，5），B（4，5）两点，则 n 的值为_______．

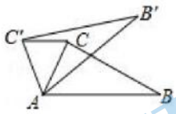
11．（2 分）点 A（-3，y_1），B（2，y_2）在抛物线 $y=x^2-5x$ 上，则 y_1_______y_2．（填"$>$"，"$<$"或"$=$"）

12．（2 分）如图，直线 $y_1=kx+n$（$k\neq0$）与抛物线 $y_2=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）分别交于 A（-1，0），B（2，-3）两点，则关于 x 的方程 $kx+n=ax^2+bx+c$ 的解为_______．

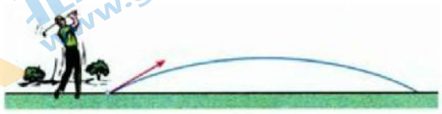


13.（2 分）如果函数 $y=x^2+4x-m$ 的图象与 x 轴有公共点，那么 m 的取值范围是_______.

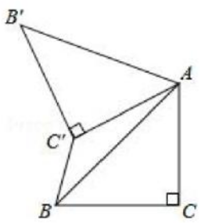
14.（2 分）已知：如图，在△ABC 中，∠CAB=70°，将△ABC 绕点 A 按逆时针方向旋转到△$AB'C'$ 的位置，使得 CC' ∥ AB，则∠BAB' 的度数为_______.



15.（2 分）如图，若被击打的小球飞行高度 h（单位：m）与飞行时间 t（单位：s）之间具有的关系为 $h=20t-5t^2$，则小球从飞出到落地所用的时间为_______s.



16.（2 分）如图，已知△ABC 中，∠C=90°，$AC=BC=2\sqrt{2}$，将△ABC 绕点 A 顺时针方向旋转 60° 到△$AB'C'$ 的位置，连接 $C'B$，则 $C'B$ 的长为_______.



三、解答题（本题共 68 分）

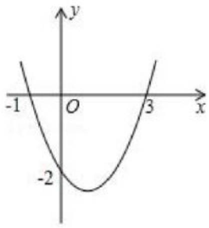
17.（5 分）已知抛物线的顶点坐标为（-1，2），且经过点（0，4），求该函数的解析式.

18.（8 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示.

（1）对称轴方程为_______；

（2）当 x_______时，y 随 x 的增大而减小；

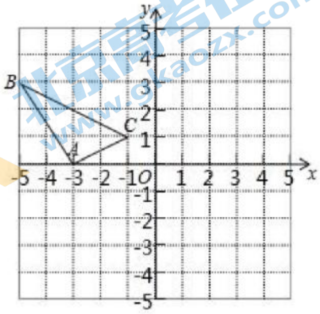
（3）求函数解析式.



19.（5 分）在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，建立如图所示的平面直角坐标系△*ABC* 是格点三角形（顶点在网格线的交点上）

（1）先作△*ABC* 关于原点 *O* 成中心对称的$\triangle A_1B_1C_1$，再把$\triangle A_1B_1C_1$向上平移 4 个单位长度得到$\triangle A_2B_2C_2$；

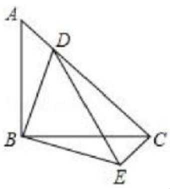
（2）$\triangle A_2B_2C_2$与△*ABC* 是否关于某点成中心对称？若是，直接写出对称中心的坐标；若不是，请说明理由．



20.（5 分）如图，等腰 Rt△*ABC* 中，*BA*＝*BC*，∠*ABC*＝90°，点 *D* 在 *AC* 上，将△*ABD* 绕点 *B* 沿顺时针方向旋转 90°后，得到△*CBE*．

（1）求∠*DCE* 的度数；

（2）若 *AB*＝4，*CD*＝3*AD*，求 *DE* 的长．



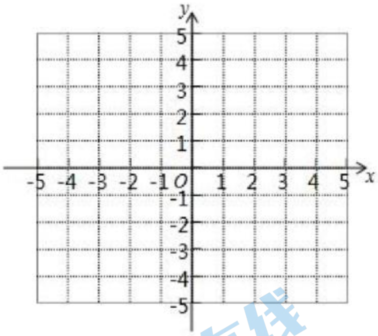
21.（6 分）已知二次函数 $y=kx^2-(k+3)x+3$ 图象的对称轴为：直线 $x=2$．

（1）求该二次函数的表达式；

（2）画出该函数的图象，并结合图象直接写出：

①当 $y<0$ 时，自变量 x 的取值范围；

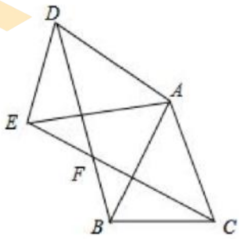
②当 $0\leqslant x<3$ 时，y 的取值范围是多少？



22.（5 分）如图，已知△ABC 中，$AB=AC$，把△ABC 绕 A 点沿顺时针方向旋转得到△ADE，连接 BD，CE 交于点 F.

（1）求证：△AEC≌△ADB；

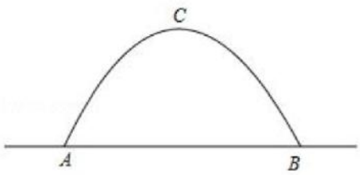
（2）若 $AB=2$，$\angle BAC=45°$，当四边形 $ADFC$ 是菱形时，求 BF 的长.



23.（6 分）秋风送爽，学校组织同学们去颐和园秋游，昆明湖西堤六桥中的玉带桥最是令人喜爱，如图所示，玉带桥的桥拱是抛物线形水面宽度 $AB=10m$，桥拱最高点 C 到水面的距离为 $6m$.

（1）建立适当的平面直角坐标系，求抛物线的表达式；

（2）现有一艘游船高度是 $4.5m$，宽度是 $4m$，为了保证安全，船顶距离桥拱顶部至少 $0.5m$，通过计算说明这艘游船能否安全通过玉带桥.



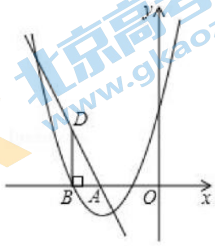
24.（5 分）如图，直线 l：$y=-2x+m$ 与 x 轴交于点 A（-2，0），抛物线 C_1：$y=x^2+4x+3$ 与 x 轴的一个交点为 B（点 B 在点 A 的左侧），过点 B 作 BD 垂直 x 轴交直线 l 于点 D.

（1）求 m 的值和点 B 的坐标；

（2）将△ABD 绕点 A 顺时针旋转 90°，点 B，D 的对应点分别为点 E，F.

①点 F 的坐标为_______；

②将抛物线 C_1 向右平移使它经过点 F，此时得到的抛物线记为 C_2，直接写出抛物线 C_2 的表达式.



25.（10 分）抛物线 $y=-x^2+2x+3$ 的顶点为 D，它与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 的左侧），与 y 轴交于点 C.

（1）求顶点 D 的坐标；

（2）求直线 BC 的解析式；

（3）求△BCD 的面积；

（4）当点 P 在直线 BC 上方的抛物线上运动时，△PBC 的面积是否存在最大值？若存在，请求出这个最大值，并且写出此时点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

26.（6 分）已知抛物线 G：$y=x^2-2kx+2k-1$（k 为常数）.

（1）当 $k=3$ 时，用配方法求抛物线 G 的顶点坐标；

（2）若记抛物线 G 的顶点坐标为 P（x，y）.

①分别用含 k 的代数式表示 x，y；

②请在①的基础上继续用含 x 的代数式表示 y，

③由①②可得，顶点 P 的位置会随着 k 的取值变化而变化，但 P 总落在_______的图象上.

A. 一次函数

B. 反比例函数

C. 二次函数

（3）小明想进一步对（2）中的问题进行如下改编：

将（2）中的抛物线 G 改为抛物线 H：$y=x^2-2kx+N$（k 为常数），其中 N 为含 k 的代数式，从而使这个新抛物线 H 满足：无论 k 取何值，它的顶点总落在某个一次函数的图象上．请按照小明的改编思路，写出一个符合以上要求的新抛物线 H 的函数表达式：（用含 k 的代数式表示），它的顶点所在的一次函数图象的表达式 $y=ax+b$（a，b 为常数，$a\neq0$）中，$a=$_______，$b=$_______.

27.（7 分）在正方形 $ABCD$ 中，点 P 是直线 BC 上的一点，连接 AP，将线段 PA 绕点 P 顺时针旋转 90°，得到线段 PE，连接 CE.

（1）如图 1，点 P 在线段 CB 的延长线上.

①请根据题意补全图形；

②用等式表示 BP 和 CE 的数量关系，并证明.

（2）若点 P 在射线 BC 上，直接写出 CE，CP，CD 三条线段的数量关系为_______.

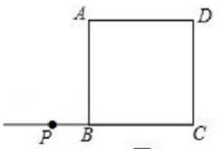


图1

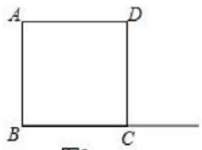


图2

2019-2020 学年北京四中九年级（上）段考数学试卷（10 月份）

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共 16 分每小题 2 分）

1．（2 分）下列标志图中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

【解答】解：A、∵此图形旋转 180° 后能与原图形重合，∴此图形是中心对称图形，不是轴对称图形，故 A 选项错误；

B、∵此图形旋转 180° 后能与原图形重合，∴此图形是中心对称图形，也是轴对称图形，故 B 选项正确；

C、此图形旋转 180° 后不能与原图形重合，此图形不是中心对称图形，是轴对称图形，故 C 选项错误；

D、∵此图形旋转 180° 后不能与原图形重合，∴此图形不是中心对称图形，也不是轴对称图形，故 D 选项错误．

故选：B．

2．（2 分）抛物线 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-3$ 的顶点坐标是（　　）

A．（2，3）　B．（2，－3）　C．（－2，3）　D．（－2，－3）

【解答】解：因为 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-3$ 的是抛物线的顶点式，

根据顶点式的坐标特点可知，顶点坐标为（2，－3）．

故选：B．

3．（2 分）若将抛物线 $y=5x^2$ 先向右平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位，得到的新抛物线的表达式为（　　）

A．$y=5(x-2)^2+1$　B．$y=5(x+2)^2+1$

C．$y=5(x-2)^2-1$　D．$y=5(x+2)^2-1$

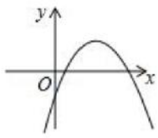
【解答】解：$y=5x^2$ 先向右平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位，

得到的新抛物线的表达式为 $y=5(x-2)^2+1$，

故选：A．

4．（2 分）二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，根据图象可得 a，b，c 与 0 的大小关系

是（　　）



A．$a>0$，$b<0$，$c<0$　　　　B．$a>0$，$b>0$，$c>0$

C．$a<0$，$b<0$，$c<0$　　　　D．$a<0$，$b>0$，$c<0$

【解答】解：由抛物线的开口向下知 $a<0$，

与 y 轴的交点为在 y 轴的负半轴上，

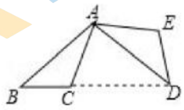
∴$c<0$，

∵对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}>0$，

∴a、b 异号，即 $b>0$．

故选：D．

5．（2 分）如图，在△ABC 中，∠B＝40°，将△ABC 绕点 A 逆时针旋转，得到△ADE，点 D 恰好落在直线 BC 上，则旋转角的度数为（　　）



A．70°　　　B．80°　　　C．90°　　　D．100°

【解答】解：由旋转的性质可知，∠BAD 的度数为旋转度数，AB＝AD，∠ADE＝∠B＝40°，

在△ABD 中，

∵AB＝AD，

∴∠ADB＝∠B＝40°，

∴∠BAD＝100°，

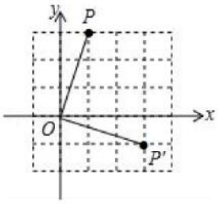
故选：D．

6．（2 分）以原点为中心，把点 P（1，3）顺时针旋转 90°，得到的点 P′ 的坐标为（　　）

A．（3，－1）　　B．（－3，1）　　C．（1，－3）　　D．（－1，－3）

【解答】解：如图，点 P（1，3）绕原点顺时针旋转 90° 后坐标变为（3，－1）．

故选：A．



7.（2 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的 y 与 x 的部分对应值如下表

x	－1	0	1	2
y	－2	1	2	1

下列结论

①该函数图象是抛物线，且开口向下；

②该函数图象关于直线 $x=1$ 对称；

③当 $x<1$ 时，函数值 y 随 x 的增大而增大；

④方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一个根大于 3.

其中正确的结论有（　　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【解答】解：①函数的对称轴为：$x=1$，在对称轴右侧，y 随 x 的增大而减小，故该函数图象是抛物线，且开口向下，符合题意；

②该函数图象关于直线 $x=1$ 对称，符合题意；

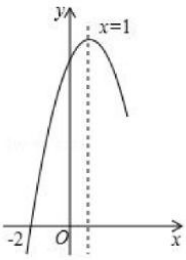
③函数的对称轴为：$x=1$，当 $x<1$ 时，函数值 y 随 x 的增大而增大，符合题意；

④由表格可以看出，当 $x=3$ 时，$y=-2$，故方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一个根大于 3，不符合题意；

故选：C.

8.（2 分）抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点（－2，0），且对称轴为直线 $x=1$，其部分图象如图所示．对于此抛物线有如下四个结论：

①$ac>0$；②$16a+4b+c=0$；③若 $m>n>0$，则 $x=1+m$ 时的函数值大于 $x=1-n$ 时的函数值；④点（$-\frac{c}{2a}$，0）一定在此抛物线上．其中正确结论的序号是（　　）



A. ①②　　B. ②③　　C. ②④　　D. ③④

【解答】解：∵抛物线开口向下，

∴$a<0$，

∵抛物线交 y 轴的正半轴，

∴$c>0$，

∴$ac<0$，故①错误；

∵抛物线的对称轴为直线 $x=1$，

而点（﹣2，0）关于直线 $x=1$ 的对称点的坐标为（4，0），

∴$16a+4b+c=0$，故②正确；

∵抛物线开口向下，对称轴为直线 $x=1$，

∴横坐标是 $1-n$ 的点的对称点的横坐标为 $1+n$，

∵若 $m>n>0$，

∴$1+m>1+n$，

∴$x=1+m$ 时的函数值小于 $x=1-n$ 时的函数值，故③错误；

∵抛物线的对称轴为 $-\frac{b}{2a}=1$，

∴$b=-2a$，

∴抛物线为 $y=ax^2-2ax+c$，

∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点（﹣2，0），

∴$4a+4a+c=0$，即 $8a+c=0$，

∴$c=-8a$，

∴$-\frac{c}{2a}=4$，

∵点（﹣2，0）的对称点是（4，0），

∴点（$-\frac{c}{2a}$，0）一定在此抛物线上，故④正确，

故选：C.

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9.（2分）请写出一个开口向下，并且与y轴交于点（0，1）的抛物线的解析式 $y=-x^2+1$（答案不唯一）.

【解答】解：抛物线解析式为$y=-x^2+1$（答案不唯一）.

故答案为：$y=-x^2+1$（答案不唯一）.

10.（2分）已知抛物线的对称轴是$x=n$，若该抛物线过A（-2，5），B（4，5）两点，则n的值为 1 .

【解答】解：∵物线的对称轴是$x=n$，若该抛物线过A（-2，5），B（4，5）两点，

∴$n=\frac{-2+4}{2}=1$，

故答案为：1.

11.（2分）点A（-3，y_1），B（2，y_2）在抛物线$y=x^2-5x$上，则y_1 > y_2.（填"＞"，"＜"或"＝"）

【解答】解：当$x=-3$时，$y_1=x^2-5x=24$；

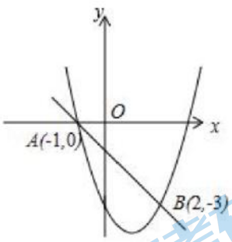
当$x=2$时，$y_2=x^2-5x=-6$；

∵$24>-6$，

∴$y_1>y_2$.

故答案为：＞.

12.（2分）如图，直线$y_1=kx+n$（$k\neq0$）与抛物线$y_2=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）分别交于A（-1，0），B（2，-3）两点，则关于x的方程$kx+n=ax^2+bx+c$的解为 $x_1=-1$，$x_2=2$.

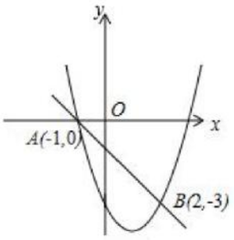


【解答】解：∵直线$y_1=kx+n$（$k\neq0$）与抛物线$y_2=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）分别交于A（-1，0），B（2，-3），

当 $y_1=y_2$ 时，即 $kx+n=ax^2+bx+c$，x 的值是 $x=-1$ 或 $x=2$.

∴关于 x 的方程 $kx+n=ax^2+bx+c$ 的解为 $x_1=-1$，$x_2=2$，

故答案为：$x_1=-1$，$x_2=2$.



13.（2 分）如果函数 $y=x^2+4x-m$ 的图象与 x 轴有公共点，那么 m 的取值范围是__$m\geqslant-4$__.

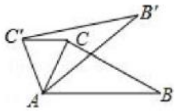
【解答】解：∵函数 $y=x^2+4x-m$ 的图象与 x 轴有公共点，

∴$\triangle=4^2-4\times1\times(-m)\geqslant0$，

∴$m\geqslant-4$.

故答案为：$m\geqslant-4$.

14.（2 分）已知：如图，在△ABC 中，$\angle CAB=70°$，将△ABC 绕点 A 按逆时针方向旋转到△$AB'C'$ 的位置，使得 $CC'\parallel AB$，则 $\angle BAB'$ 的度数为__40°__.



【解答】解：∵$CC'\parallel AB$，

∴$\angle C'CA=\angle CAB=70°$.

∵由旋转的性质可知：$AC=AC'$，

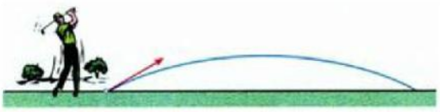
∴$\angle ACC'=\angle AC'C=70°$.

∴$\angle CAC'=180°-70°-70°=40°$.

∴$\angle BAB'=40°$.

故答案为：40°.

15.（2 分）如图，若被击打的小球飞行高度 h（单位：m）与飞行时间 t（单位：s）之间具有的关系为 $h=20t-5t^2$，则小球从飞出到落地所用的时间为__4__s.



【解答】解：

依题意，令 $h=0$ 得

$0=20t-5t^2$

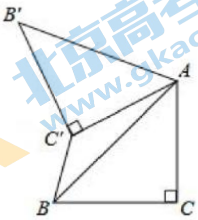
得 $t(20-5t)=0$

解得 $t=0$（舍去）或 $t=4$

即小球从飞出到落地所用的时间为 $4s$

故答案为 4．

16．（2 分）如图，已知△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=BC=2\sqrt{2}$，将△ABC 绕点 A 顺时针方向旋转 60° 到△$AB'C'$ 的位置，连接 $C'B$，则 $C'B$ 的长为 $\underline{2\sqrt{3}-2}$．



【解答】解：如图，连接 BB'，延长 BC' 交 AB' 于点 M；

由题意得：$\angle BAB'=60°$，$BA=B'A$，

∴△ABB' 为等边三角形，

∴$\angle ABB'=60°$，$AB=B'B$；

在△ABC' 与△$B'BC'$ 中，

$$\begin{cases} AC'=B'C' \\ AB=B'B \\ BC'=BC' \end{cases},$$

∴△ABC'≌△$B'BC'$（SSS），

∴$\angle MBB'=\angle MBA=30°$，

∴$BM\perp AB'$，且 $AM=B'M$；

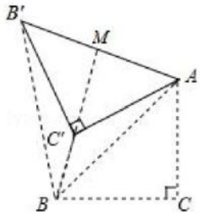
由题意得：$AB^2=16$，

∴$AB'=AB=4$，$AM=2$，

$\therefore C'M=\frac{1}{2}AB'=2$；由勾股定理可求：$BM=2\sqrt{3}$，

$\therefore C'B=2\sqrt{3}-2$，

故答案为：$2\sqrt{3}-2$.



三、解答题（本题共 68 分）

17.（5 分）已知抛物线的顶点坐标为（﹣1，2），且经过点（0，4），求该函数的解析式.

【解答】解：设抛物线解析式为 $y=a(x+1)^2+2$，

把（0，4）代入得 $a\cdot1+2=4$，解得 $a=2$，

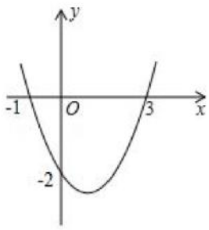
所以抛物线为 $y=2(x+1)^2+2=2x^2+4x+4$.

18.（8 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示.

（1）对称轴方程为 <u>$x=1$</u>；

（2）当 x <u>$\leqslant 1$</u> 时，y 随 x 的增大而减小；

（3）求函数解析式.



【解答】解：（1）由图象可知，函数的对称轴为 $x=1$，

故答案为 $x=1$；

（2）由图象可知，在对称轴的左侧，y 随 x 的增大而减小；

故答案为 $x\leqslant1$；

（3）函数经过点（﹣1，0），（3，0），（0，﹣2），

设函数解析为 $y=a(x+1)(x-3)$，

将点（0，﹣2）代入有 $-3a=-2$，

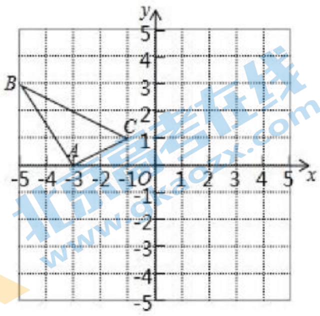
$\therefore a=\frac{2}{3}$,

$\therefore$函数解析式为$y=\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x-2$.

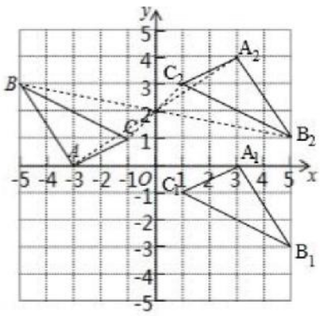
19.（5 分）在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，建立如图所示的平面直角坐标系△ABC 是格点三角形（顶点在网格线的交点上）

（1）先作△ABC 关于原点 O 成中心对称的△$A_1B_1C_1$，再把△$A_1B_1C_1$ 向上平移 4 个单位长度得到△$A_2B_2C_2$；

（2）△$A_2B_2C_2$ 与△ABC 是否关于某点成中心对称？若是，直接写出对称中心的坐标；若不是，请说明理由.



【解答】解：（1）如图所示，△$A_1B_1C_1$ 和△$A_2B_2C_2$ 即为所求；

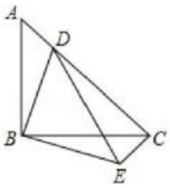


（2）由图可知，△$A_2B_2C_2$ 与△ABC 关于点（0，2）成中心对称.

20.（5 分）如图，等腰 Rt△ABC 中，$BA=BC$，$\angle ABC=90°$，点 D 在 AC 上，将△ABD 绕点 B 沿顺时针方向旋转 90°后，得到△CBE.

（1）求$\angle DCE$ 的度数；

（2）若 $AB=4$，$CD=3AD$，求 DE 的长．



【解答】解：（1）∵△ABC 为等腰直角三角形，

∴$\angle BAD=\angle BCD=45°$．

由旋转的性质可知$\angle BAD=\angle BCE=45°$．

∴$\angle DCE=\angle BCE+\angle BCA=45°+45°=90°$．

（2）∵$BA=BC$，$\angle ABC=90°$，

∴$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=4\sqrt{2}$．

∵$CD=3AD$，

∴$AD=\sqrt{2}$，$DC=3\sqrt{2}$．

由旋转的性质可知：$AD=EC=\sqrt{2}$．

∴$DE=\sqrt{CE^2+DC^2}=2\sqrt{5}$．

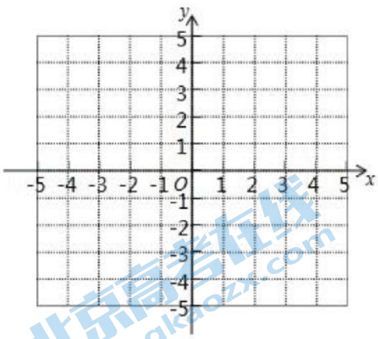
21．（6 分）已知二次函数 $y=kx^2-(k+3)x+3$ 图象的对称轴为：直线 $x=2$．

（1）求该二次函数的表达式；

（2）画出该函数的图象，并结合图象直接写出：

①当 $y<0$ 时，自变量 x 的取值范围；

②当 $0\leqslant x<3$ 时，y 的取值范围是多少？

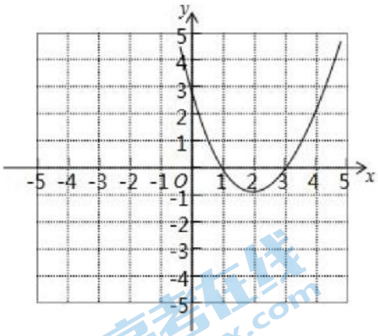


【解答】解：（1）抛物线的对称轴为：$x=-\frac{b}{2a}=\frac{k+3}{2k}=2$，解得：$k=1$，

故抛物线的表达式为：$y=x^2-4x+3$；

（2）抛物线的顶点为：（2，－1），令 $y=0$，则 $x=1$ 或 3，

抛物线的表达式如下图：



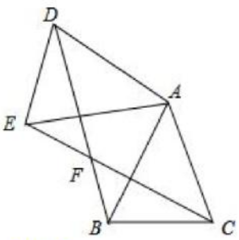
①从图象看，$y<0$ 时，自变量 x 的取值范围为：$1<x<3$；

②当 $0\leqslant x<3$ 时，$0\leqslant y<3$．

22.（5 分）如图，已知△ABC 中，$AB=AC$，把△ABC 绕 A 点沿顺时针方向旋转得到△ADE，连接 BD，CE 交于点 F．

（1）求证：△AEC≌△ADB；

（2）若 $AB=2$，$\angle BAC=45°$，当四边形 $ADFC$ 是菱形时，求 BF 的长．



【解答】解：（1）由旋转的性质得：△ABC≌△ADE，且 $AB=AC$，

∴$AE=AD$，$AC=AB$，$\angle BAC=\angle DAE$，

∴$\angle BAC+\angle BAE=\angle DAE+\angle BAE$，即 $\angle CAE=\angle DAB$，

在△AEC 和△ADB 中，

$$\begin{cases}AE=AD\\ \angle CAE=\angle DAB,\\ AC=AB\end{cases}$$

∴$\triangle AEC\cong\triangle ADB$（$SAS$）；

（2）∵四边形 $ADFC$ 是菱形，且$\angle BAC=45^\circ$，

∴$\angle DBA=\angle BAC=45^\circ$，

由（1）得：$AB=AD$，

∴$\angle DBA=\angle BDA=45^\circ$，

∴$\triangle ABD$ 为直角边为 2 的等腰直角三角形，

∴$BD^2=2AB^2$，即 $BD=2\sqrt{2}$，

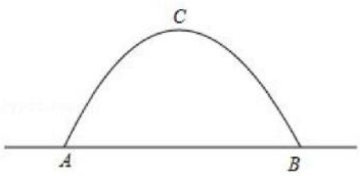
∴$AD=DF=FC=AC=AB=2$，

∴$BF=BD-DF=2\sqrt{2}-2$.

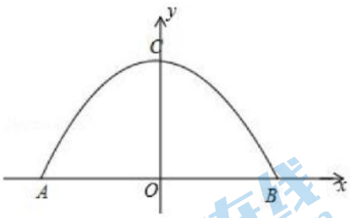
23.（6 分）秋风送爽，学校组织同学们去颐和园秋游，昆明湖西堤六桥中的玉带桥最是令人喜爱，如图所示，玉带桥的桥拱是抛物线形水面宽度 $AB=10m$，桥拱最高点 C 到水面的距离为 $6m$.

（1）建立适当的平面直角坐标系，求抛物线的表达式；

（2）现有一艘游船高度是 4.5m，宽度是 4m，为了保证安全，船顶距离桥拱顶部至少 0.5m，通过计算说明这艘游船能否安全通过玉带桥.



【解答】解：（1）以 AB 的中点为原点，建立如下的坐标系，



则点 C（0，6），点 B（5，0），

设函数的表达式为：$y=ax^2+c=ax^2+6$，

将点 B 的坐标代入上式得：$0=25a+6$，解得：$a=-\frac{6}{25}$，

故抛物线的表达式为：$y=-\frac{6}{25}x^2+6$；

（2）设船从桥的中心进入，则其最右侧点的横坐标为：2，

当 $x=2$ 时，$y=-\frac{6}{25}x^2+6=-\frac{6}{25}\times 4+6=\frac{126}{25}=5.04$，

$4.5<5.04$，故边沿可以安全通过，

此时船的顶部高为 4.5，$4.5+0.5=5<6$，故顶部通过符合要求，

故这艘游船能否安全通过玉带桥．

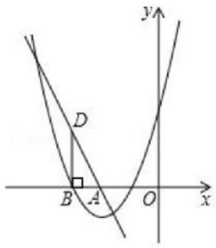
24．（5 分）如图，直线 l：$y=-2x+m$ 与 x 轴交于点 A（-2，0），抛物线 C_1：$y=x^2+4x+3$ 与 x 轴的一个交点为 B（点 B 在点 A 的左侧），过点 B 作 BD 垂直 x 轴交直线 l 于点 D．

（1）求 m 的值和点 B 的坐标；

（2）将△ABD 绕点 A 顺时针旋转 90°，点 B，D 的对应点分别为点 E，F．

①点 F 的坐标为__（0，1）__；

②将抛物线 C_1 向右平移使它经过点 F，此时得到的抛物线记为 C_2，直接写出抛物线 C_2 的表达式．



【解答】解：（1）将 A（-2，0）代入 $y=-2x+m$，得：$0=-2\times(-2)+m$，

解得：$m=-4$．

当 $y=0$ 时，有 $x^2+4x+3=0$，

解得：$x_1=-3$，$x_2=-1$，

又∵点 B 在点 A 的左侧，

∴点 B 的坐标为（-3，0）．

（2）当 $x=-3$ 时，$y=-2x-4=2$，

∴点 D 的坐标为（-3，2），

∴$BD=2$，$AB=1$.

①依照题意画出图形，则 $EF=BD=2$，$OF=AE=AB=1$，

又∵点 A 的坐标为（-2，0），

∴点 F 在 y 轴正半轴上，

∴点 F 的坐标为（0，1）.

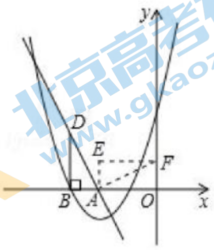
②∵$y=x^2+4x+3=(x+2)^2-1$，

∴设平移后得到的抛物线 C_2 的表达式为 $y=(x+m)^2-1$.

将 F（0，1）代入 $y=(x+m)^2-1$，得：$1=(0+m)^2-1$，

解得：$m_1=\sqrt{2}$，$m_2=-\sqrt{2}$，

∴抛物线 C_2 的表达式为 $y=(x-\sqrt{2})^2-1$ 或 $y=(x+\sqrt{2})^2-1$，即 $y=x^2-2\sqrt{2}x+1$ 或 $y=x^2+2\sqrt{2}x+1$.



25.（10 分）抛物线 $y=-x^2+2x+3$ 的顶点为 D，它与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 的左侧），与 y 轴交于点 C.

（1）求顶点 D 的坐标；

（2）求直线 BC 的解析式；

（3）求△BCD 的面积；

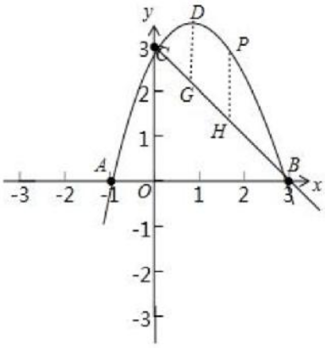
（4）当点 P 在直线 BC 上方的抛物线上运动时，△PBC 的面积是否存在最大值？若存在，请求出这个最大值，并且写出此时点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

【解答】解：（1）函数的对称轴为：$x=1$，

当 $x=1$ 时，$y=-1+2+3=4$，

故点 D（1，4）；

（2）$y=-x^2+2x+3$ 的顶点为 D，它与 x 轴交于 A，B 两点，与 y 轴交于点 C，



则点 A、B、C 的坐标分别为：$(-1，0)$、$(3，0)$、$(0，3)$，

将点 B、C 的坐标代入一次函数表达式：$y=kx+b$ 得：$\begin{cases}0=3k+b\\b=3\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=-1\\b=3\end{cases}$，

故直线 BC 的表达式为：$y=-x+3$；

（3）过点 D 作 DG∥y 轴交 BC 于点 G，则点 G（1，2），

$\triangle BCD$ 的面积$=\frac{1}{2}\times DG\times OB=\frac{1}{2}\times(4-2)\times3=3$；

（4）过点 P 作 y 轴的平行线交 BC 于点 H，

设点 P（x，$-x^2+2x+3$），点 H（x，$-x+3$），

则 $S_{\triangle PBC}=\frac{1}{2}\times PH\times OB=\frac{3}{2}(-x^2+2x+3+x-3)=-\frac{3}{2}x(x-3)$，

$\because -\frac{3}{2}<0$，

$\therefore S_{\triangle PBC}$ 有最大值，最大值为：$\frac{27}{8}$，

此时点 P（$\frac{3}{2}$，$\frac{15}{4}$）．

26．（6 分）已知抛物线 G：$y=x^2-2kx+2k-1$（k 为常数）．

（1）当 $k=3$ 时，用配方法求抛物线 G 的顶点坐标；

（2）若记抛物线 G 的顶点坐标为 P（x，y）．

①分别用含 k 的代数式表示 x，y；

②请在①的基础上继续用含 x 的代数式表示 y；

③由①②可得，顶点 P 的位置会随着 k 的取值变化而变化，但 P 总落在__C__的图象上．

A．一次函数

B．反比例函数

C．二次函数

（3）小明想进一步对（2）中的问题进行如下改编：

将（2）中的抛物线 G 改为抛物线 H：$y=x^2-2kx+N$（k 为常数），其中 N 为含 k 的代数式，从而使这个新抛物线 H 满足：无论 k 取何值，它的顶点总落在某个一次函数的图象上．请按照小明的改编思路，写出一个符合以上要求的新抛物线 H 的函数表达式：$\underline{y=x^2-2kx+k^2+k}$（用含 k 的代数式表示），它的顶点所在的一次函数图象的表达式 $y=ax+b$（a，b 为常数，$a\neq0$）中，$a=\underline{\ 1\ }$，$b=\underline{\ 0\ }$．

【解答】解：（1）当 $k=3$ 时，$y=x^2-6x+6-1=x^2-6x+5=(x-3)^2-4$，

∴此时抛物线的顶点坐标为（3，－4）；

（2）①$y=x^2-2kx+2k-1=(x-k)^2-(k-1)^2$，

∵抛物线 G 的顶点坐标为 $P(x，y)$．

∴$x=k$，$y=-(k-1)^2$；

②由①可得，$y=-x^2+2x-1$；

③由①②可得，顶点 P 的位置会随着 x 的取值变化而变化，但点 P 总落在二次函数图象上．

故答案为：C；

（3）符合以上要求的新抛物线 H 的函数表达式：$y=x^2-2kx+k^2+k$，

∵$y=x^2-2kx+k^2+k=(x-k)^2+k$，

∴顶点坐标为（k，k），

∴它的顶点所在的一次函数图象的表达式 $y=x$，

∴$a=1$，$b=0$，

故答案为：$y=x^2-2kx+k^2+k$，1，0．

27．（7 分）在正方形 $ABCD$ 中，点 P 是直线 BC 上的一点，连接 AP，将线段 PA 绕点 P 顺时针旋转 90°，得到线段 PE，连接 CE．

（1）如图 1，点 P 在线段 CB 的延长线上．

①请根据题意补全图形；

②用等式表示 BP 和 CE 的数量关系，并证明．

（2）若点 P 在射线 BC 上，直接写出 CE，CP，CD 三条线段的数量关系为 $\underline{CE=\sqrt{2}(CD-CP)\text{ 或 }CE=\sqrt{2}(CD+CP)}$．

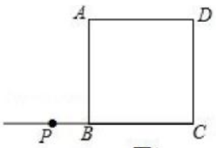


图1

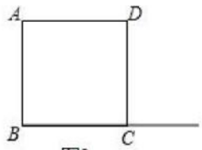


图2

【解答】解：（1）①据题意补全图形，如图 1 所示：

②$CE=\sqrt{2}BP$，理由如下：

作 $EM\perp BC$ 于 M，如图 2 所示：

由旋转的性质得：$PE=PA$，$\angle APE=90°$，

即 $\angle APB+\angle EPM=90°$，

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AB=BC$，$\angle ABC=90°$，

∴$\angle ABP=90°$，

∴$\angle APB+\angle PAB=90°$，

∴$\angle PAB=\angle EPM$，

在△ABP 和△PME 中，$\begin{cases}\angle PAB=\angle EPM \\ \angle ABP=\angle PME=90° \\ PA=PE\end{cases}$，

∴△ABP≌△PME（AAS），

∴$AB=PM$，$BP=ME$，

∴$PM=BC$，

∴$BP=CM=ME$，

∴△CEM 是等腰直角三角形，

∴$CE=\sqrt{2}ME$，

∴$CE=\sqrt{2}BP$；

（2）分两种情况：

①当点 P 在线段 BC 上时，$CE=\sqrt{2}(CD-CP)$，理由如下：

在 BA 上截取 $BM=BP$，连接 PM，如图 3 所示：

则△PBM 是等腰直角三角形，

∴$PM=\sqrt{2}BP$，$\angle BMP=\angle BPM=45°$，

∵$AB=BC$，

∴$AM=PC$，

由旋转的性质得：$PE=PA$，$\angle APE=90°$，

∴$\angle APM+\angle CPE=180°-90°-45°=45°$，

又∵$\angle MAP+\angle APM=\angle BMP=45°$，

∴$\angle MAP=\angle CPE$，

在△PCE 和△AMP 中，$\begin{cases}PC=AM\\ \angle MAP=\angle CPE,\\ PE=PA\end{cases}$

∴△PCE≌△AMP（SAS），

∴$CE=PM$，

∵$CD-PC=BC-PC=BP$，

∴$CE=PM=\sqrt{2}BP=\sqrt{2}$（$CD-CP$）；

②当点 P 在线段 BC 的延长线上时，$CE=\sqrt{2}$（$CD+CP$），理由如下：

在 BA 上截取 $BM=BP$，连接 PM，如图 4 所示：

则△PBM 是等腰直角三角形，$PM=\sqrt{2}BP$.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AB=BC$，$\angle DAM=\angle BAD=90°$，$AD\parallel BC$，

∴$AM=PC$，$\angle DAP=\angle APB$，

由旋转的性质得：$PE=PA$，$\angle APE=90°$，

∴$\angle PAM=\angle EPC$，

在△PCE 和△AMP 中，$\begin{cases}PC=AM\\ \angle EPC=\angle PAM,\\ PE=PA\end{cases}$

∴△PCE≌△AMP（SAS），

∴$CE=PM$，

∵$CD+CP=BC+CP=BP$，

∴$CE=PM=\sqrt{2}BP=\sqrt{2}$（$CD+CP$）；

故答案为：$CE=\sqrt{2}$（$CD-CP$）或 $CE=\sqrt{2}$（$CD+CP$）.

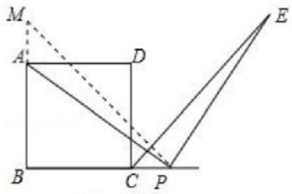


图 4

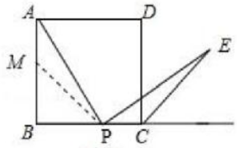


图 3

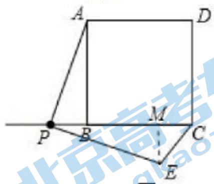


图 2

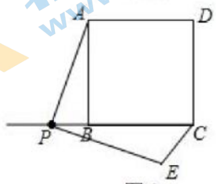


图 1

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯（ID：bj-gaokao）
扫码关注获取更多