

北京十五中高一数学期中考试试卷

2022年11月

一、选择题(本大题共15小题,每小题4分,共60分;每小题只有一个选项是正确的;

请将解答填涂在答题纸的指定位置上)

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 3\}$, 则

- A. $0 \in A$ B. $2 \in A$ C. $3 \in A$ D. $\emptyset \in A$

2. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{-3, -1, 1, 3, 5\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{1, 3\}$ B. $\{0, 1, 3\}$ C. $\{-1, 1, 3\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2, 3, 5\}$

3. 下列函数中, 既是奇函数又在其定义域上为增函数的是

- A. $y = 3x$ B. $y = -\frac{1}{x}$ C. $y = \sqrt{x}$ D. $y = |x|$

4. 已知 $x > 0$, 则函数 $y = x - \frac{9}{x^2}$ 的零点所在区间为

- A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(2, 3)$ D. $(3, 4)$

5. 已知集合 $N = \{1, 2, 3\}$, 且 $M \cup N = \{1, 2, 3\}$, 则所有可能的集合 M 的个数是

- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

6. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则以下四个命题中的真命题是

- A. 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$ B. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$
C. 若 $a < b$, 则 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ D. 若 $a < b$, 则 $a + c^2 < b + c^2$

7. 不等式 $|x - 3| > 8$ 的解集为

- A. $\{x \in \mathbf{R} \mid x \neq -5 \text{ 且 } x \neq 11\}$ B. $(-5, 11)$
C. $(-5, 0) \cup (0, 11)$ D. $(-\infty, -5) \cup (11, +\infty)$

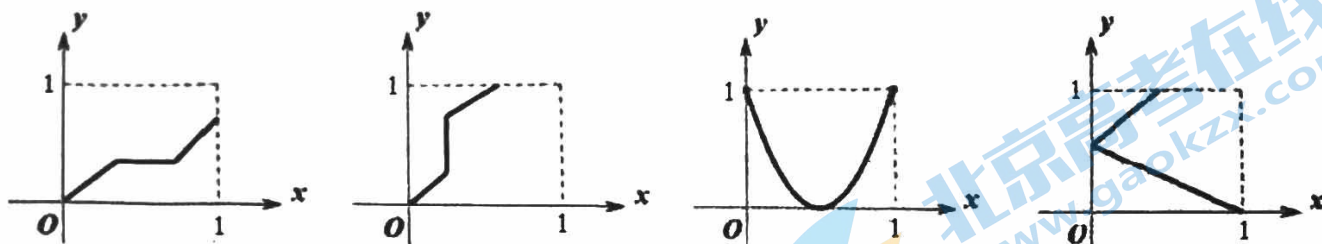
8. 设 $m, n \in \mathbf{R}$ 且 $m \cdot n > 0$, 则 $m < n$ 是 $\frac{1}{m} > \frac{1}{n}$ 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 若 $f(x-1) = 3x+2$, 则

- A. $f(x) = 3x-5$ B. $f(x) = 3x-1$ C. $f(x) = 3x+1$ D. $f(x) = 3x+5$

10. 下列图象中, 表示定义域、值域均为 $[0,1]$ 的函数的个数是



(A) 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x < 1 \\ x^2-3x, & x \geq 1 \end{cases}$, 则 $f(f(0))$ 等于

A. -2

B. 0

C. 1

D. 3

12. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $P = \{y | y = 3x, -1 < x < 0\}$, $Q = \{x | \frac{x}{x+2} \geq 0\}$,

则 $P \cap \complement_U Q$ 等于

A. $(-2, 0)$

B. $[-2, 0)$

C. $(-3, -2)$

D. $(-3, -2]$

13. 设 $x, y \in (0, +\infty)$, 且 $x+2y=1$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值为

A. 7

B. 6

C. $3+2\sqrt{2}$

D. $3+\sqrt{2}$

14. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $y = f(x)$ 满足 $f(1-x) = f(1+x)$; 且当 $x_1, x_2 \in (1, +\infty)$,

$x_1 \neq x_2$ 时, $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$ 恒成立. 设 $a = f(-\frac{1}{2})$, $b = f(2)$, $c = f(3)$, 则

A. $a > b > c$

B. $c > a > b$

C. $b > c > a$

D. $b > a > c$

15. 李冶(1192~1279), 金元时期真定栾城人, 诗人、数学家; 其著作之一《益古演段》一书主要研究平面图形问题(求圆的直径、正方形的边长等), 其中一问: 现有正方田地一块, 内建一圆形水池, 水池边缘与方田四边之间的面积为 20.8 亩, 若方田的四边到水池的最近距离均为 20 步, 则圆池直径与方田边长分别约为 (注: 250 平方步为约 1 亩, 圆周率按 3 近似计算)

A. 20 步、40 步

B. 40 步、80 步

C. 60 步、80 步

D. 60 步、120 步

二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分; 请将解答填入答题纸的指定位置)

16. 命题 “ $\exists x \in \mathbf{R}, x+6>0$ ” 的否定是_____.

17. 函数 $f(x)=\sqrt{2x+5}$ 的定义域为____, 值域为_____.

18. 函数 $f(x)=\begin{cases} -\frac{1}{x}, & 0 < x < 1 \\ -x^2+4x-4, & x \geq 1 \end{cases}$ 的最大值点为_____.

19. 一批抗疫物资使用 17 辆汽车从 A 仓库以 x 千米/小时的车速匀速送达 B 仓库. 已知两仓库间公路长 256 千米, 为安全起见, 这些汽车需依次行驶, 且每两辆车的间距不得小于 $(\frac{x}{16})^2$ 千米. 如果车身长度忽略不计, 那么这批物资全部送达 B 仓库最少需要_____小时, 与之对应的车速为_____千米/小时.

20. 设 A 是非空数集, 若对任意 $x, y \in A$, 都有 $x+y \in A$ 、 $xy \in A$, 则称 A 具有性质 P , 给出以下命题:

① 若 A 具有性质 P , 则 A 可以是有限集;

② 若 A 具有性质 P , 且 $A \neq \mathbf{R}$, 则 $\mathbf{C}_{\mathbf{R}}A$ 具有性质 P ;

③ 若 A_1 、 A_2 具有性质 P , 且 $A_1 \cap A_2 \neq \emptyset$, 则 $A_1 \cap A_2$ 具有性质 P ;

④ 若 A_1 、 A_2 具有性质 P , 则 $A_1 \cup A_2$ 具有性质 P .

其中所有真命题的序号是_____.

三、解答题(本大题共 5 小题, 共 65 分; 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤;
请将答案写在答题纸的指定位置上)

21. (本小题满分 13 分)

已知集合 $A = \{x | 0 < ax + 1 < 5\}$, 集合 $B = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$.

(I) 若 $a = 4$, $U = \mathbf{R}$, 求 $\complement_U(A \cap B)$;

(II) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

22. (本小题满分 13 分)

已知: 关于 x 的方程 $x^2 - (2k - 1)x + k^2 + 1 = 0$ 的两个实数根分别为 x_1 、 x_2 .

(I) 求实数 k 的取值范围;

(II) 当 $k = -2$ 时, 求 $x_1^2 + x_2^2$ 的值;

(III) 若 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{3}{2}$, 求实数 k 的值.

23. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = 4x + \frac{1}{x-1}$.

(I) 当 $x > 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最小值及取得最小值时的 x 值;

(II) 当 $x < 1$ 时, 若 $f(x) < a$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

24. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$ 是定义在 $[-1,1]$ 上的奇函数, 且 $f(1) = \frac{1}{2}$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(II) 用函数单调性定义证明 $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上是增函数;

(III) 求不等式 $f(t-1) + f(t) < 0$ 的解集.

25. (本小题满分 13 分)

设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 如果存在函数 $g(x)$, 使得 $f(x) \geq g(x)$ 对于一切实数 x 都成立, 那么称 $g(x)$ 为 $f(x)$ 的一个“承托函数”.

已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $(-1, 0)$.

(I) 若 $a=1$, 且 $f(x)$ 的图象又经过点 $(0, 0)$, 直接写出函数 $f(x)$ 的解析式以及 $f(x)$ 的一个“承托函数”;

(II) 是否存在常数 a, b, c , 使得 $y=x$ 为函数 $f(x)$ 的一个“承托函数”, 且

$f(x)$ 为函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$ 的一个“承托函数”? 若存在, 求出 a, b, c 的值;

若不存在, 说明理由.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

Q 北京高考资讯