

考生须知

1. 本试卷共 6 页，三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。
2. 请将条形码粘贴在答题卡相应位置处。
3. 试卷所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。请使用 2B 铅笔填涂，用黑色字迹签字笔或钢笔作答。
4. 考试结束后，请将试卷和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 已知
- $2a = 3b$
- (
- $ab \neq 0$
-)，下列比例式成立的是

A. $\frac{a}{3} = \frac{b}{2}$ B. $\frac{a}{2} = \frac{3}{b}$ C. $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$

2. 抛物线
- $y = (x-3)^2 + 1$
- 的顶点坐标是

A. $(3, -1)$ B. $(3, 1)$ C. $(-3, 1)$ D. $(-3, -1)$

3. 已知
- $\odot O$
- 的半径为 5，如果点
- P
- 到圆心
- O
- 的距离为 8，那么点
- P
- 与
- $\odot O$
- 的位置关系是

A. 点 P 在 $\odot O$ 上 B. 点 P 在 $\odot O$ 内 C. 点 P 在 $\odot O$ 外 D. 无法确定

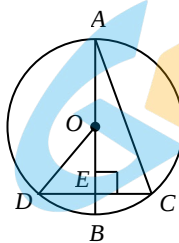
4. 在
- $\text{Rt}\triangle ABC$
- 中，如果
- $\angle C = 90^\circ$
- ，
- $\tan A = 2$
- ，那么
- $\sin A$
- 的值是

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

5. 如图，线段
- AB
- 是
- $\odot O$
- 的直径，弦
- $CD \perp AB$
- 于
- E
- ，

如果 $\angle CAB = 20^\circ$ ，那么 $\angle AOD$ 等于

A. 120° B. 140°
C. 150° D. 160°



6. 如果将抛物线
- $y = 2x^2$
- 先向左平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位后得到一条新的抛物线，

这条新的抛物线的表达式是

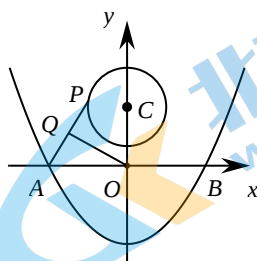
A. $y = 2(x-2)^2 + 3$ B. $y = 2(x+2)^2 - 3$
C. $y = 2(x-2)^2 - 3$ D. $y = 2(x+2)^2 + 3$

7. 如果
- $A(1, y_1)$
- 与
- $B(2, y_2)$
- 都在函数
- $y = \frac{k-1}{x}$
- 的图象上，且
- $y_1 > y_2$
- ，那么
- k
- 的取值范围是

A. $k > 1$ B. $k < 1$ C. $k \neq 1$ D. 任意实数

8. 如图, 如果抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 - 4$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 点 P 是以 $C(0,3)$ 为圆心, 2 为半径的圆上的一个动点, 点 Q 是线段 PA 的中点, 连接 OQ , 那么线段 OQ 的最大值是

- A. 3
B. $\frac{\sqrt{41}}{2}$
C. 4
D. $\frac{7}{2}$



二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 如果 $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{x+y}{x}$ 的值是_____.

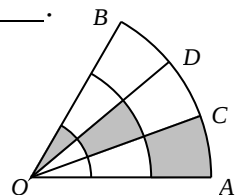
10. 颐和园是我国现存规模最大, 保存最完整的古代皇家园林, 它和承德避暑山庄、苏州拙政园、苏州留园并称为中国四大名园.



该园有一个六角亭, 如果它的地基是半径为 2 米的正六边形, 那么这个地基的周长是_____米.

11. 如果两个相似三角形的相似比是 1:3, 那么这两个相似三角形的周长比是_____.

12. 如图, 扇形的圆心角 $\angle AOB = 60^\circ$, 半径为 3cm. 如果点 C 、 D 是 AB 的三等分点, 图中所有阴影部分的面积之和是_____ cm^2 .



13. 把二次函数的表达式 $y = x^2 - 2x + 3$ 化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式为_____.

14. 写出一个图象位于第一, 三象限的反比例函数的表达式_____.

15. 《九章算术》是我国古代的数学名著, 书中有这样一个问题: “今有勾八步, 股十五步, 问勾中容圆径几何?”.

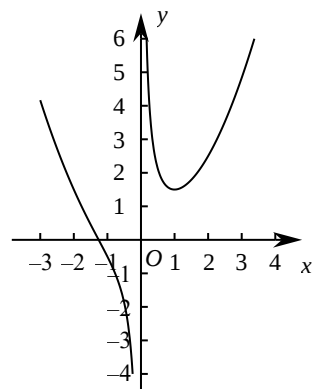
其意思是: “如图, 现有直角三角形, 勾 (短直角边) 长为 8 步, 股 (长直角边) 长为 15 步, 问该直角三角形所能容纳的最大圆的直径是多少?”.



答: 该直角三角形所能容纳的最大圆的直径是_____步.

16. 函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ 的图象如图所示, 在下列结论中,

- ① 该函数自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$; ② 该函数有最小值 $\frac{3}{2}$;
③ 方程 $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} = 3$ 有三个根; ④ 如果 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 是该函数图象上的两个点, 当 $x_1 < x_2 < 0$ 时一定有 $y_1 < y_2$.



所有正确结论的序号是_____.

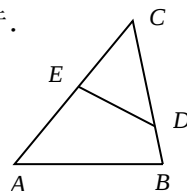
三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，23~26 题每小题 6 分，第 27~28 题每小题 7 分）

解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算: $2\sin 60^\circ + \sqrt{12} + |-5| - (\pi - \sqrt{2})^0$.

18. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 BC 上, 点 E 在 AC 上, DE 与 AB 不平行.

添加一个条件_____, 使得 $\triangle CDE \sim \triangle CAB$, 然后再加以证明.



19. 已知: 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$.

求作: $\odot O$, 使得 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆.

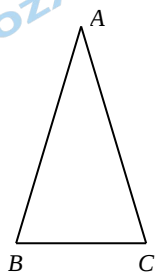


图 1

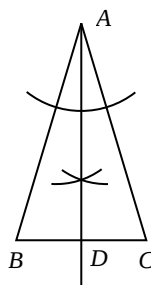


图 2

作法: ① 如图 2, 作 $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于 D ;

② 作线段 AB 的垂直平分线 EF ;

③ EF 与 AD 交于点 O ;

④ 以点 O 为圆心, 以 OB 为半径作圆.

$\therefore \odot O$ 就是所求作的 $\triangle ABC$ 的外接圆.

根据上述尺规作图的过程, 回答以下问题:

(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图 2 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: $\because AB = AC, \angle BAD = \angle DAC,$

$\therefore$ _____.

$\because AB$ 的垂直平分线 EF 与 AD 交于点 $O,$

$\therefore OA = OB, OB = OC.$ (_____) (填推理的依据)

$\therefore OA = OB = OC.$

$\therefore \odot O$ 就是 $\triangle ABC$ 的外接圆.

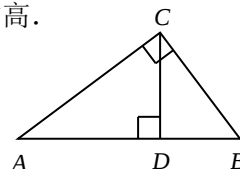
20. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图象上部分点横坐标、纵坐标的对应值如下表:

x	$\cdots$	0	1	2	3	4	$\cdots$
y	$\cdots$	-3	-4	-3	0	5	$\cdots$

- (1) 求该二次函数的表达式;
- (2) 直接写出该二次函数的图象与 x 轴的交点坐标.

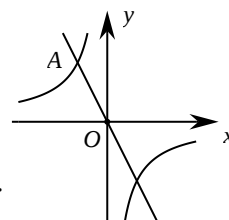
21. 已知: 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是 AB 边上的高.

- (1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle CBD$;
- (2) 如果 $AC = 4$, $BC = 3$, 求 BD 的长.

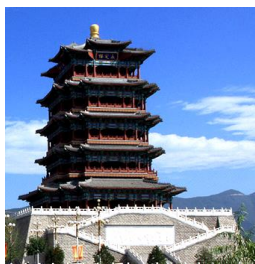


22. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = -2x$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的一个交点为 $A(-1, n)$.

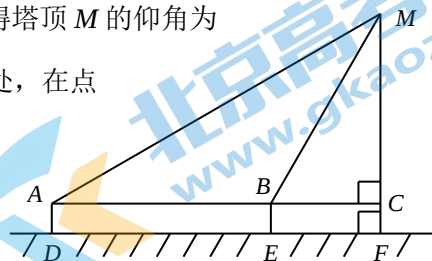
- (1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的表达式;
- (2) 如果 P 是坐标轴上一点, 且满足 $PA = OA$, 直接写出点 P 的坐标.



23. “永定楼”是门头沟区的地标性建筑, 某数学兴趣小组进行了测量它高度的社会实践活动. 如图, 他



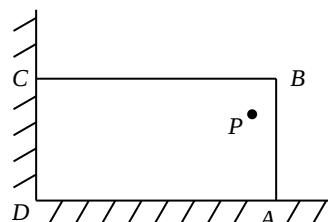
们先在点 D 处用高 1.5 米的测角仪 AD 测得塔顶 M 的仰角为 30° , 然后沿 DF 方向前行 70 m 到达点 E 处, 在点 E 处测得塔顶 M 的仰角为 60° .
求永定楼的高 MF . (结果保留根号)



24. 在美化校园的活动中, 某兴趣小组借助如图所示的直角墙角 (墙角两边 DC 和 DA 足够长), 用 28 m 长的篱笆围成一个矩形花园 $ABCD$ (篱笆只围 AB 和 BC 两边).

设 $AB = x$ m, $S_{\text{矩形}ABCD} = y$ m².

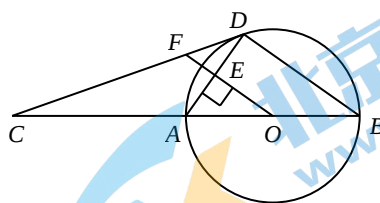
- (1) 求 y 与 x 之间的关系式, 并写出自变量的取值范围;
- (2) 当矩形花园的面积为 192 m² 时, 求 AB 的长;
- (3) 如果在点 P 处有一棵树 (不考虑粗细), 它与墙 DC 和 DA 的距离分别是 15 m 和 6 m, 如果要将这棵树围在矩形花园内部 (含边界), 直接写出矩形花园面积的最大值.



25. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 BA 延长线上一点, CD 是 $\odot O$ 的切线, D 为切点, $OF \perp AD$ 于点 E , 交 CD 于点 F .

(1) 求证: $\angle ADC = \angle AOF$;

(2) 如果 $\sin C = \frac{1}{3}$, $BD = 8$, 求 EF 的长.

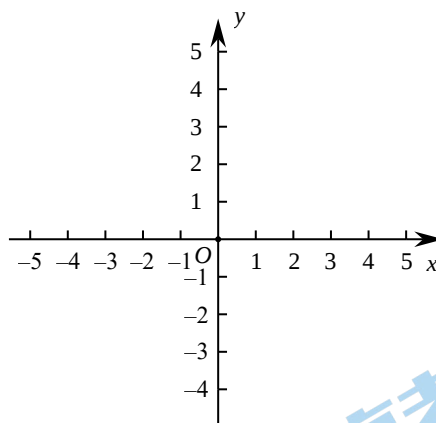


26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 4$ ($a > 0$).

(1) 求该抛物线的对称轴和顶点坐标 (用含 a 的代数式表示);

(2) 如果该抛物线的顶点恰好在 x 轴上, 求它的表达式;

(3) 如果 $A(m-1, y_1)$, $B(m, y_2)$, $C(m+2, y_3)$ 三点均在抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 4$ 上, 且总有 $y_1 > y_3 > y_2$, 结合图象, 直接写出 m 的取值范围.



27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 45^\circ$, $CD \perp AB$ 于点 D , $AE \perp BC$ 于点 E , 连接 DE .

(1) 如图 1, 当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时,

① 依题意补全图形, 猜想 $\angle BAE$ 与 $\angle BCD$ 之间的数量关系并证明;

② 用等式表示线段 AE , CE , DE 的数量关系, 并证明.

(2) 如图 2, 当 $\angle ABC$ 为钝角时, 直接写出线段 AE , CE , DE 的数量关系.

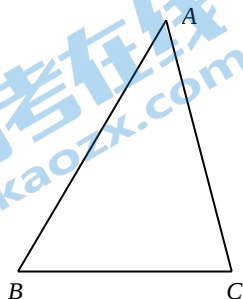


图 1

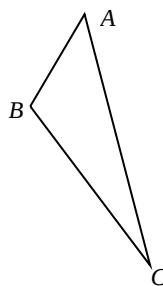


图 2

28. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $C(0,2)$, $\odot C$ 的半径为 1. 如果将线段 AB 绕原点 O 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 后的对应线段 $A'B'$ 所在的直线与 $\odot C$ 相切, 且切点在线段 $A'B'$ 上, 那么线段 AB 就是 $\odot C$ 的“关联线段”, 其中满足题意的最小 α 就是线段 AB 与 $\odot C$ 的“关联角”.

(1) 如图 1, 如果 $A(2,0)$, 线段 OA 是 $\odot C$ 的“关联线段”, 那么它的“关联角”为_____°.

(2) 如图 2, 如果 $A_1(-3,3)$ 、 $B_1(-2,3)$, $A_2(1,1)$ 、 $B_2(3,2)$, $A_3(3,0)$ 、 $B_3(3,-2)$.

那么 $\odot C$ 的“关联线段”有_____ (填序号, 可多选).

① 线段 $A_1 B_1$ ② 线段 $A_2 B_2$ ③ 线段 $A_3 B_3$

(3) 如图 3, 如果 $B(1,0)$ 、 $D(t,0)$, 线段 BD 是 $\odot C$ 的“关联线段”, 那么 t 的取值范围是_____.

(4) 如图 4, 如果点 M 的横坐标为 m , 且存在以 M 为端点, 长度为 $\sqrt{3}$ 的线段是 $\odot C$ 的“关联线段”, 那么 m 的取值范围是_____.

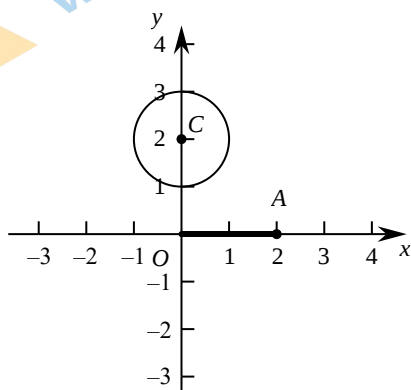


图 1

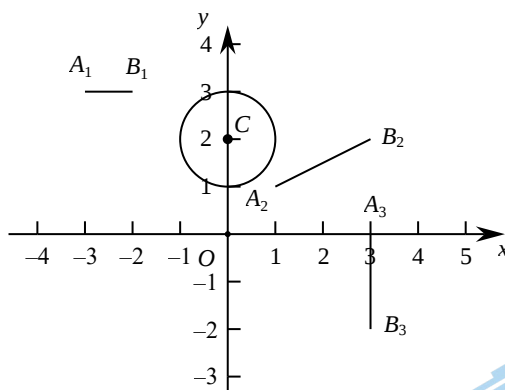


图 2

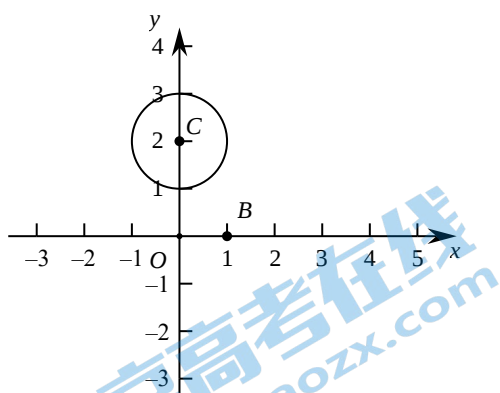


图 3

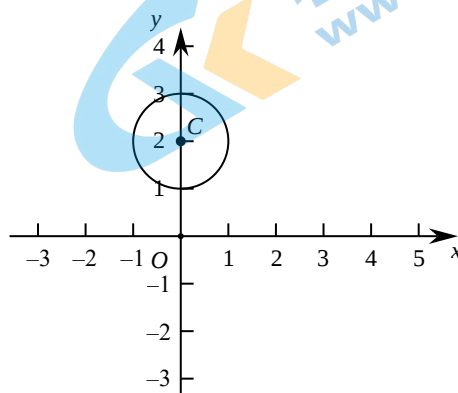


图 4

北京高一高二高三期末试题下载

北京高考资讯整理了【2022年1月北京各区各年级期末试题&答案汇总】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【北京高考资讯】公众号，对话框回复【期末】或者底部栏目<试题下载→期末试题>，进入汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

