

北京市东直门中学 2022-2023 学年度第二学期期中考试

高二数学

2023.4

考试时间：120 分钟

总分：150 分

班级_____

姓名_____

学号_____

第一部分（选择题，共 40 分）

一、单选题（本大题共 10 小题，共 40.0 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 下列各式正确的是()

A. $(a^x)' = a^x \ln a$ B. $(\cos x)' = \sin x$ C. $(\sin \frac{\pi}{8})' = \cos \frac{\pi}{8}$ D. $(x^{-5})' = -\frac{1}{5}x^{-6}$

2. $C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = ()$

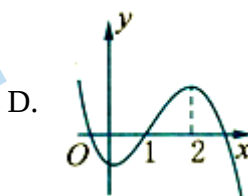
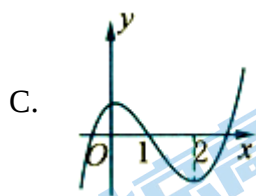
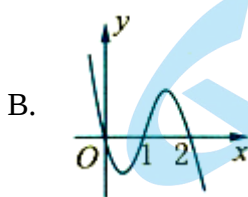
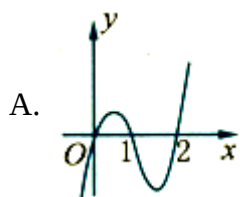
A. 12

B. 14

C. 15

D. 16

3. 已知 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导数. 若 $y = f'(x)$ 的图象如图所示, 则 $y = f(x)$ 的图象最有可能 是 ()



4. 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 a_5 = 16$, $a_2 = 2$, 则公比 $q = ()$

A. 4

B. $\frac{5}{2}$

C. 2

D. $\frac{1}{2}$

5. 为了配合创建全国文明城市的活动, 我校现从4名男教师和5名女教师中, 选取3人, 组成创文明志愿者小组, 若男女至少各有一人, 则不同的选法共有()

- A. 140种 B. 70种 C. 35种 D. 84种

6. 在 $(x - \frac{2}{\sqrt{x}})^6$ 的展开式中, 常数项为()

- A. -60 B. -240 C. 60 D. 240

7. 已知5%的男人和0.25%的女人患色盲, 假设男人女人各占一半, 现随机地挑选一人, 则此人恰是色盲的概率为()

- A. 0.01245 B. 0.05786 C. 0.02625 D. 0.02865

8. 从包含甲在内的5名学生中选出4名分别参加数学、物理、化学、生物学科竞赛, 其中甲不能参加生物竞赛, 则不同的参赛方案种数为()

- A. 48 B. 72 C. 90 D. 96

9. 从1、2、3、4、5、6中任取两个数, 事件A: 取到两数之和为偶数, 事件B: 取到两数均为偶数, 则 $P(B|A) =$ ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

10. 对于函数 $f(x)$, 在使 $f(x) \geq M$ 恒成立的所有常数 M 中, 我们把 M 中的最大值称为函数 $f(x)$ 的“下确界”, 则函数 $f(x) = xe^x$ 的下确界为()

- A. $\frac{1}{e}$ B. $-e$ C. -1 D. $-\frac{1}{e}$

第二部分（非选择题，共 110 分）

二、填空题（本大题共 6 小题，共 30.0 分）

11. 在 $(x^2 - \frac{1}{x})^5$ 的二项展开式中，所有二项式系数的和是_____. (用数值作答)
12. 2 名女生和 4 名男生排成一列，男生甲和乙的顺序一定，则有_____种不同的排法.
13. 能说明“若 $f'(0) = 0$ ，则 $x = 0$ 是函数 $y = f(x)$ 极值点”为假命题的一个函数是_____.
14. 一批产品的废品率为 0.01，从这批产品中每次随机取一件，有放回地抽取 10 件， X 表示抽到废品的件数，则 $E(X) + D(X) =$ _____.
15. 若直线 $y = a$ 与函数 $f(x) = x^3 - 3x$ 的图象有相异的三个公共点，则 a 的取值范围是_____.
16. 定义方程 $f(x) = f'(x)$ 的实数根 x_0 为函数 $f(x)$ 的“新不动点”，给出下列函数：① $g(x) = \frac{1}{2}x^2$ ；② $g(x) = -e^x - 2x$ ；③ $g(x) = \ln x$ ；④ $g(x) = \sin x + 2\cos x$. 其中只有一个“新不动点”的函数是_____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 80.0 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. (本小题 13.0 分)

设函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 8$.

(1) 求 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程；

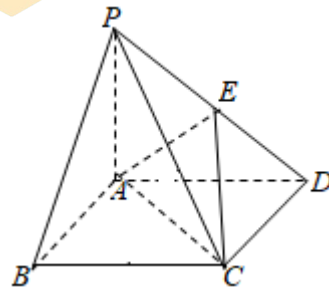
(2) 求 $f(x)$ 在 $[-2, 4]$ 上的最大值和最小值.

18. (本小题13.0分)

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是矩形，侧棱 $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， E 是 PD 的中点， $PA = 2$ ， $AB = 1$ ， $AD = 2$.

(I) 求证： $PB \parallel$ 平面 ACE ；

(II) 求直线 CP 与平面 ACE 所成角的正弦值；



19. (本小题14.0分)

2021年7月11日18时，中央气象台发布暴雨橙色预警，这是中央气象台2021年首次发布暴雨橙色预警。中央气象台预计，7月11日至13日，华北地区将出现2021年以来的最强降雨。

如表是中央气象台7月13日2:00统计的24小时全国降雨量排在前十的区域。

北京密云	山东乐陵	河北迁西	山东庆云	北京怀柔	河北海兴	河北唐山	天津渤海	河北丰南	山东长清
180毫米	175毫米	144毫米	144毫米	143毫米	140毫米	130毫米	127毫米	126毫米	126毫米

(I) 从这10个区域中随机选出1个区域，求这个区域的降雨量超过135毫米的概率；

(II) 从这10个区域中随机选出3个区域，设随机变量 X 表示选出的区域为北京区域的数量，求 X 的分布列和期望；

(III) 在7月13日2:00统计的24小时全国降雨量排在前十的区域中，设降雨量超过140毫米的区域降雨量的方差为 s_1^2 ，降雨量在140毫米或140毫米以下的区域降雨量的方差为 s_2^2 ，全部十个区域降雨量的方差为 s_3^2 。试判断 s_1^2 ， s_2^2 ， s_3^2 的大小关系。(结论不要求证明)

20. (本小题13.0分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)的一个顶点为 $P(0,1)$, 且离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(I)求椭圆 C 的方程;

(II)直线 $l: y = x + m$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 且 $|PA| = |PB|$, 求 m 的值.

21. (本小题14.0分)

已知函数 $f(x) = \ln x + ax$ ($a \in \mathbb{R}$).

(I)当 $a = -1$ 时, 求 $f(x)$ 的极值;

(II)若 $f(x)$ 在 $(0, e^2)$ 上有两个不同的零点, 求 a 的取值范围.

22. (本小题13.0分)

已知 $\{a_n\}$ 是由正整数组成的无穷数列, 该数列前 n 项的最大值记为 A_n , 最小值记为 B_n , 令

$$b_n = \frac{A_n}{B_n}.$$

(I)若 $a_n = 2n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), 写出 b_1, b_2, b_3 的值;

(II)证明: $b_{n+1} \geq b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$);

(III)若 $\{b_n\}$ 是等比数列, 证明: 存在正整数 n_0 , 当 $n \geq n_0$ 时, $a_n, a_{n+1}, a_{n+2}, \dots$ 是等比数列.

草稿纸



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯