

2019 北京一零一高一（上）期中

数 学

（本试卷满分 120 分，考试时间 100 分钟）

一、 选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 方程 $-x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解集为 ()

- A. $\{-6, 1\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{-1, 6\}$ D. $\{-2, -3\}$

2. “ $a > 2$ ” 是 “ $a^2 > 4$ ” 的 ()

- A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 下列函数中，在区间 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是 ()

- A. $y = -3x - 1$ B. $y = \frac{2}{x}$ C. $y = x^2 - 4x + 5$ D. $y = |x - 1| + 2$

4. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数，且当 $x > 0$ 时， $f(x) = x^2$ ，则 $f(-\frac{1}{2}) =$ ()

- A. $-\frac{9}{4}$ B. $\frac{9}{4}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

5. 设函数 $f(x) = 4x + \frac{1}{x} - 1 (x < 0)$ ，则 $f(x)$ ()

- A. 有最大值 3 B. 有最小值 3 C. 有最小值 -5 D. 有最大值 -5

6. 若函数 $f(x) = x + \frac{a}{x} (a \in \mathbb{R})$ 在区间 $(1, 2)$ 上恰好有一个零点，则 a 的值可以是 ()

- A. -2 B. 0 C. -1 D. 3

7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (a-3)x+5, & x \leq 1 \\ \frac{2a}{x}, & x > 1 \end{cases}$ 是 \mathbb{R} 上的减函数，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, 2)$ B. $(0, 2]$ C. $(0, 3)$ D. $(0, 3]$

8. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有意义，且对于任意的 $x, y \in \mathbb{R}$ ，有 $|f(x) - f(y)| < |x - y|$ ，并且函数 $f(x+1)$ 的对称中心是 $(-1, 0)$ ，若函数 $g(x) - f(x) = x$ ，则不等式 $g(2x - x^2) + g(x - 2) < 0$ 的解集是 ()

- A. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$ B. $(1, 2)$
C. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ D. $(-1, 2)$

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

9. 已知 x_1, x_2 是方程 $x^2 + 2x - 5 = 0$ 的两根，则 $x_1^2 + 2x_1 + x_1x_2$ 的值为_____.

10. 已知方程 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 的两个根分别为 $-\frac{1}{4}, 3$ ，则不等式 $ax^2 + bx + 1 > 0$ 的解集为_____（结果用区间表示）

11. 命题 “ $\forall x > 0, x^2 + 2x - 3 > 0$ ” 的否定是_____.

12. 已知 $f(x), g(x)$ 分别是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数和奇函数，且 $f(x) - g(x) = x^3 + x^2 + 2$ 则 $f(1) + g(1)$ 的值等于_____.

13. 若函数 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ 在区间 $[a, a + 2]$ 上的最小值为 4, 则实数 a 的取值集合为_____.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x|x| + 2x, & x \geq a \\ x, & x < a \end{cases}$

(1) 若 $a = 0$, 则函数 $f(x)$ 的零点有_____个.

(2) 若 $f(x) \leq f(1)$ 对任意的示数 x 都成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题共 5 小题, 共 50 分, 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程。

15. 设集合 $A = \{x^2, x - 1, 4\}, B = \{x - 5, 1 - x, 9\}$.

(1) 若 $x = -3$, 求 $A \cap B$;

(2) 若 $A \cap B = \{9\}$, 求 $A \cup B$.

16. 已知函数 $f(x) = ax - \frac{2}{x}$.

(1) 求定义域, 并判断函数 $f(x)$ 的奇偶性;

(2) 若 $f(1) + f(2) = 0$, 证明函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性, 并求函数 $f(x)$ 在区间 $[1, 4]$ 上的最值。

17. 一元二次方程 $x^2 - mx + m^2 + m - 1 = 0$ 有两实根 x_1, x_2 .

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 求 $x_1 \cdot x_2$ 的最值;

(3) 如果 $|x_1 - x_2| > \sqrt{5}$, 求 m 的取值范围.

18. 某住宅小区为了使居民有一个优雅、舒适的生活环境, 计划建一个八边形的休闲小区, 它的主体造型的平面图是由两个相同的矩形 $ABCD$ 和 $EFGH$ 构成的面积为 200 平方米的十字型地域, 现计划在正方形 $MNPQ$ 上建花坛, 造价为 4200 元/平方米, 在四个相同的矩形上 (图中阴影部分) 铺花岗岩地坪, 造价为 210 元/平方米, 再在四个空角上铺草坪, 造价为 80 元/平方米.

(1) 设总造价为 S 元, AD 的边长为 x 米, DQ 的边长为 y 米, 试建立 S 关于 x 的函数关系式;

(2) 计划至少要投入多少元, 才能建造这个休闲小区。

19. 已知函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ 其中 $b, c \in R$.

(1) 当 $f(x)$ 的图像关于直线 $x = 2$ 对称时, 求 b 的值;

(2) 如果 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上不是单调函数, 证明: 对任意 $x \in R$, 都有 $f(x) > c - 1$

(3) 如果 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上有两个不同的零点, 求 $c^2 + (1 + b)c$ 的取值范围



长按识别关注

