

2019 北京大峪中学高二（上）期中

数 学

（满分：150 时间：120 分钟）

一. 选择题（每小题 5 分，共 40 分）

1. 中心在原点，焦点在横轴上，长轴长为 4，短轴长为 2，则椭圆方程是（ ）

- A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ B. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$ C. $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ D. $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

2. 下列命题中的假命题是（ ）

- A. $\exists x \in R, \lg x = 0$ B. $\exists x \in R, \tan x = 1$
C. $\forall x \in R, x^3 > 0$ D. $\forall x \in R, 2^x > 0$

3. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n - 49$ ，当 S_n 达到最小时， n 等于（ ）

- A. 23 B. 24 C. 25 D. 26

4. 椭圆两焦点为 $F_1(-4, 0)$ ， $F_2(4, 0)$ ， P 在椭圆上，若 ΔPF_1F_2 的面积的最大值为 12，则椭圆方程为（ ）

- A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

5. 在 R 上定义运算“ $\odot$ ”： $a \odot b = ab + 2a + b$ ，则满足 $x \odot (x - 2) < 0$ 的实数 x 的取值范围为（ ）

- A. $(-2, 1)$ B. $(0, 2)$
C. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ D. $(-1, 2)$

6. 若方程 $x^2 + ky^2 = 2$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆，则 k 的取值范围为（ ）

- A. $(0, +\infty)$ B. $(0, 2)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(0, 1)$

7. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，则“ $a < 0$ ”是“ $f(x) < 0$ 恒成立”（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 某校实行选科走班制度，张毅同学的选择是地理、生物、政治这三科，且生物在B层班级，该校周一上午选科走班的课程安排如下表所示，张毅选择三个科目的课各上一节，另外一节上自习，则他不同的选课方法的种数为（ ）

第一节	第二节	第三节	第四节
-----	-----	-----	-----

地理 1 层	化学A层 3 班	地理 2 班	化学A层 4 班
生物A层 1 班	化学B层 2 班	生物B层 2 班	历史B层 1 班
物理A层 1 班	生物A层 3 班	物理A层 2 班	生物A层 4 班
物理B层 2 班	生物B层 1 班	物理B层 1 班	物理A层 4 班
政治 1 班	物理A层 3 班	政治 2 层	政治 3 班

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

二. 填空题（每小题 5 分，共 30 分）

9. 命题 “ $\forall x \in R, e^x > 0$ ” 的否定是_____.

10. $\sqrt{2} - 1$ 与 $\sqrt{2} + 1$ 的等比中项是 _____.

11. 已知正实数 x, y 满足 $2x + y = 1$, 则 xy 的最大值为_____.

12. 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 是 C 上的点, $PF_2 \perp F_1F_2$, $\angle PF_1F_2 = 30^\circ$, 求椭圆的离心率_____.

13. 能够说明: “存在不相等的正数 a, b , 使得 $a + b = ab$ ” 是真命题的一组 a, b 的值为_____.

14. “嫦娥奔月, 举国欢庆”, 据科学计算, 运载 “神六” 的 “长征二号” 系列火箭, 在点火第一秒钟通过的路程为 2km, 以后每秒钟通过的路程都增加 2km, 在达到离地面 240km 的高度时, 火箭与飞船分离, 则这一过程大约需要的时间是_____秒.

三. 解答题: (共 80 分)

15. (本小题 13 分)

设数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 3, n \in N^*$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和 S_n ;

(2) 已知 $\{b_n\}$ 是等比数列, 且 $b_1 = a_2, b_4 = a_6 + S_8$. 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

16. (本小题 13 分)

已知 $M = \{x/(x-a)^2 < 1\}$, $N = \{x/x^2 - 5x - 24 < 0\}$

- (1) 若 $a = 1$, 问: M 是 N 的什么条件;
- (2) 若 M 是 N 的充分不必要条件, 求 a 的取值范围.



17. (本小题 13 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个顶点为 $A(2, 0)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 直线 $l: y = x + 1$ 与椭圆 C 交与不同的两点 M, N , 求线段 MN 的长度;
- (3) 若直线 $y = kx + 1$ 与椭圆交于 A, B 两点, 且 $OA \perp OB$, 求实数 k 的值.



18. (本小题 13 分)

某工厂生产商品 M ，若每件定价 80 元，则每年可销售 80 万件，税务部门对市场销售的商品要征收附加税，为了既增加国家收入，又有利于市场活跃，必须合理确定征收的税率，据市场调查，若政府对商品 M 征收的税率为 $P\%$ （即每百元征收 P 元）时，每年的销售量减少 $10P$ 万件，据此，问：

- (1) 若税务部门对商品 M 每年所收税金不少于 96 万元，求 P 的范围；
- (2) 在所收税金不少于 96 万元的前提下，要让厂家获得最大的销售金额，应如何确定 P 值；
- (3) 若仅考虑每年税收金额最高，又应如何确定 P 值.

19. (本小题满分 14 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n 满足 $S_n = 2a_n - 1 (n \in N^*)$.

- (1) 求 a_1, a_2, a_3 的值；
- (2) 已知数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 2, b_{n+1} = a_n + b_n$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

20. (本小题满分 14 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ，点 $P(1, \frac{3}{2})$ 在椭圆 C 上，且离心率 $e = \frac{1}{2}$.

- (1) 求椭圆 C 的方程；
- (2) 设 P 为椭圆 C 上任一点， A_1, A_2 为椭圆 C 的左右顶点， M 为 PA_2 中点，求证：直线 PA_2 与直线 OM 它们的斜率之积为定值；
- (3) 若椭圆 C 的右焦点为 F ，过 $B(4, 0)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 D, E ，求证：直线 FD 与直线 FE 斜率之和为定值.