

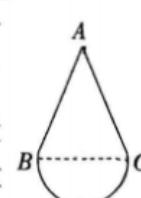
# 贵州省高三年级入学考试

# 数学试卷

## 注意事项：

- 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
- 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 已知复数  $z = -1 + 2i$  ( $i$  为虚数单位)，则  $zi =$   
A.  $-1 - 2i$       B.  $2 - i$       C.  $-2 - i$       D.  $1 + 2i$
- 若集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ，集合  $B = \{z | z = x - y, x \in A, y \in A\}$ ，则集合  $A \cup B =$   
A.  $\{1, 2\}$       B.  $\{1, 2, 3\}$   
C.  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$       D.  $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
- 已知函数  $f(x) = e^x + x^3 f'(1)$ ，则  $f(1) =$   
A.  $e$       B.  $-e$       C.  $\frac{e}{2}$       D.  $-\frac{e}{2}$
- “积跬步以至千里，积小流以成江海。”出自荀子《劝学篇》。原文为“故不积跬步，无以至千里；不积小流，无以成江海。”数学上这样的两个公式：①  $1.01^{30} \approx 1.3$ ；②  $1.01^{365} \approx 37.8$ ，也能说明这种积少成多，聚沙成塔的成功之道。它们所诠释的含义是“每天增加 1%，就会在一个月、一年以后产生巨大的变化。虽然这是一种理想化的模型，但也能充分地说明“小小的改变和时间积累的力量”。假设某同学通过学习和思考所带来的知识积累的变化，以每天 2.01% 的速度“进步”，则 30 天以后他的知识积累约为原来的  
A. 1.69 倍      B. 1.96 倍      C. 1.78 倍      D. 2.8 倍
- 已知函数  $f(x)$  为奇函数， $g(x)$  为偶函数，且  $f(x) = g(x) - e^x$ ，记  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ ，则  $h(1) =$   
A.  $\frac{e^2 + 1}{e^2 - 1}$       B.  $\frac{e^2 - 1}{e^2 + 1}$       C.  $\frac{1 - e^2}{1 + e^2}$       D.  $\frac{1 + e^2}{1 - e^2}$
- 已知  $F$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右焦点，过点  $F$  作  $x$  轴的垂线与双曲线及它的渐近线在第一象限内依次交于点  $A$  和点  $B$ 。若  $|AB| = |AF|$ ，则双曲线  $C$  的渐近线方程为  
A.  $\sqrt{3}x \pm y = 0$       B.  $x \pm \sqrt{3}y = 0$       C.  $\sqrt{2}x \pm y = 0$       D.  $x \pm \sqrt{2}y = 0$
- 已知“水滴”的表面是一个由圆锥的侧面和部分球面（常称为“球冠”）所围成的几何体。如图所示，将“水滴”的轴截面看成由线段  $AB$ ， $AC$  和优弧  $BC$  所围成的平面图形，其中点  $B, C$  所在直线与水平面平行， $AB$  和  $AC$  与圆弧相切。已知“水滴”的“竖直高度”与“水平宽度”（“水平宽度”指的是平行于水平面的直线截轴截面所得线段  $BC$  的长度）之比为  $\sqrt{3}$ 。  


关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号：bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

的长度的最大值)的比值为  $\frac{4}{3}$ , 则  $\sin \angle BAC =$

A.  $\frac{3}{25}$

B.  $\frac{9}{25}$

C.  $\frac{16}{25}$

D.  $\frac{24}{25}$

8. 中位数为 1010 的一组数构成等差数列  $\{a_n\}$ , 其末项为 2024, 则数列  $\{a_n\}$  的首项  $a_1$  为

A. -3

B. -4

C. -3 或 -4

D. 3 或 -3

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

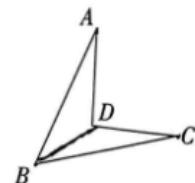
9. 如图, 在空间四边形 ABCD 中,  $AB = BC = CD = DA$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ , 将  $\triangle ABD$  以 BD 为旋转轴转动, 则下列结论正确的是

A. 连接 AC, BD, 则  $BD \perp AC$

B. 存在一个位置, 使  $\triangle ACD$  为等边三角形

C.  $AD$  与  $BC$  不可能垂直

D. 直线  $AD$  与平面  $BCD$  所成角的最大值为  $60^\circ$



10. 过抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点 F 作两条互相垂直的直线  $l_1$  和  $l_2$ , 设直线  $l_1$  交抛物线 C 于 A, B 两点, 直线  $l_2$  交抛物线 C 于 D, E 两点, 则  $|AB| + |DE|$  可能的取值为

A. 18

B. 16

C. 14

D. 12

11. 某学校高三年级于 2023 年 5 月初进行了一次高三数学备考前测考试. 按照分数大于或等于 120 的同学评价为“优秀生”, 其它分数的同学评价为“潜力生”进行整体水平评价, 得到下面表(1)所示的列联表. 已知在这 105 人中随机抽取 1 人, 成绩优秀的概率为  $\frac{2}{7}$ , 根据表(2)的数据可断定下列说法正确的是

班级	战绩		合计
	优秀生	潜力生	
甲班	10	b	
乙班	c	30	
合计			105

表(1)

$\alpha$	0.05	0.01	0.001
$x_{\alpha}$	3.841	6.635	10.828

表(2)

A. 列联表中  $c$  的值为 30,  $b$  的值为 35

B. 列联表中  $c$  的值为 20,  $b$  的值为 45

C. 根据列联表中的数据, 有 95% 的把握认为成绩与班级有关

D. 根据列联表中的数据, 没有 95% 的把握认为成绩与班级有关

12. 已知函数  $f(x) = x + \frac{4}{x}$ ,  $g(x) = x^2 - ax + 1$ , 若对任意  $x_1 \in [1, 3]$  及对任意  $x_2 \in [1, 3]$ , 都有  $f(x_1) \geq g(x_2)$ , 则实数  $a$  的值可以是

A. -2

B. -3

C. 2

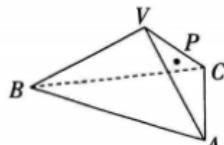
D. 3

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

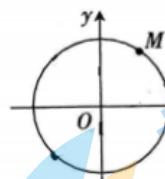
13. 设 O 为  $\triangle ABC$  的外心,  $AB = 6$ ,  $AC = 8$ , 则  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} =$  ▲

14. 数学上将形如  $2^p - 1$  ( $p$  为素数) 的素数称为“梅森素数”. 显然, 即使  $p$  是一个“不太大”的素数, “梅森素数”  $2^p - 1$  也可能是一个“很大”的数. 利用  $\lg(2^p - 1) \approx \lg 2^p$  和  $\lg 2 \approx 0.301$ , 可估计得出“梅森素数”  $2^{67} - 1$  的位数为 ▲ .

15. 如图,三棱锥  $V-ABC$  的三条侧棱  $VA, VB, VC$  两两垂直,且  $VA=VB=VC=1$ . 点  $P$  是侧面  $VAC$  内一点,过点  $P$  作一个既平行于侧棱  $VB$ ,又平行于底边  $AC$  的三棱锥的截面,则该截面面积的最大值为 ▲



第 15 题图



第 16 题图

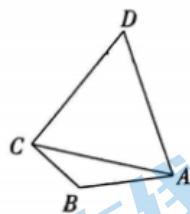
16. 如图,设  $M(x_1, y_1), P(x_2, y_2)$  是圆  $O: x^2 + y^2 = 4$  上的两个动点,点  $M$  关于原点的对称点为  $M_1$ ,点  $M$  关于  $x$  轴的对称点为  $M_2$ ,若直线  $PM_1, PM_2$  与  $y$  轴分别相交于  $(0, m)$  和  $(0, n)$ ,则  $m \cdot n =$  ▲.

**四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.请在答题卡指定区域内作答.解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. (本小题满分 10 分)

如图,已知平面四边形  $ABCD$  存在外接圆,且  $AB=5, BC=2, \cos \angle ADC=\frac{4}{5}$ .

- (1)求  $\triangle ABC$  的面积;
- (2)求  $\triangle ADC$  的周长的最大值.



18. (本小题满分 12 分)

已知  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,且满足  $a_1=-2, S_n-a_n=n^2-5n+4$ .

- (1)求  $a_9$  的值;

- (2)若  $b_n=\frac{1}{(n+1)(a_n+4)}$ ,记数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ ,证明:  $\frac{1}{4} \leq T_n < \frac{1}{2}$ .

19. (本小题满分 12 分)

甲、乙分别拥有 3 张写有数字的卡片,甲的 3 张卡片上的数字分别为  $X, Y, Z$ ,乙的 3 张卡片上的数字分别为  $x, y, z$ ,已知  $X>x>Y>y>Z>z$ .他们按如下规则做一个“出示卡片,比数字大小”的游戏:甲、乙各出示 1 张卡片,比较卡片上的数字的大小,然后丢弃已使用过的卡片.他们共进行了三次,直至各自用完 3 张卡片,且在出示卡片时双方都不知道对方所出示的卡片上的数字.三次“出示卡片,比数字大小”之后,认定至少有两次数字较大的一方获得胜利.

- (1)若第一次甲出示的卡片上写有数字  $X$ ,乙出示的卡片上写有数字  $z$ ,求乙最终获得胜利的概率;

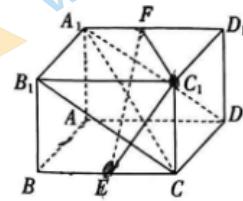
- (2)记事件  $A=$ “第一次乙出示的卡片上的数字大”,事件  $B=$ “乙获得胜利”,试比较  $A$  和  $B$  哪个概率大,并说明理由.

20. (本小题满分 12 分)

如图,直四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的底面  $ABCD$  为菱形,且  $\angle ABC=60^\circ$ ,  $AA_1=AB=2$ ,  $E, F$  分别为  $BC, A_1D_1$  的中点.

(1) 证明: 平面  $EFC_1 \perp$  平面  $A_1AD$ .

(2) 求平面  $EFC_1$  和平面  $A_1B_1CD$  的夹角的余弦值.



21. (本小题满分 12 分)

定义: 若椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 上的两个点  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$  满足  $\frac{x_1x_2}{a^2} + \frac{y_1y_2}{b^2} = 0$ , 则称  $A, B$  为该椭圆的一个“共轭点对”, 记作  $[A, B]$ . 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$  上一点  $A(3, 1)$ .

(1) 求“共轭点对” $[A, B]$  中点  $B$  所在直线  $l$  的方程.

(2) 设  $O$  为坐标原点, 点  $P, Q$  在椭圆  $C$  上, 且  $PQ \parallel OA$ .

①求(1)中的直线  $l$  和椭圆  $C$  的两个交点  $B_1, B_2$  的坐标;

②设四点  $B_1, P, B_2, Q$  在椭圆  $C$  上逆时针排列, 证明: 四边形  $B_1PB_2Q$  的面积小于  $8\sqrt{3}$ .

22. (本小题满分 12 分)

定义函数  $f(x) = (x-a)\sin x$ , 其中  $x \in \mathbb{R}$ .

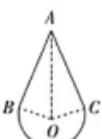
(1) 当  $a = \frac{\pi}{6}$  时, 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(\frac{\pi}{6}, 0)$  处的切线方程;

(2) 证明: 在区间  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$  上,  $f(x)$  有且只有两个不同的极值点.

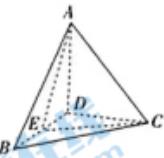
# 贵州省高三年级入学考试

## 数学试卷参考答案

1. C(提示:因为  $z = -1 + 2i$ , 所以  $zi = (-1 + 2i)i = -2 - i$ .)
2. D(提示:因为  $A = \{1, 2, 3\}$ , 当  $x=1, y \in A$  时,  $z=1-y$  可取  $0, -1, -2$ , 当  $x=2, y \in A$  时,  $z=2-y$  可取  $1, 0, -1$ , 当  $x=3, y \in A$  时,  $z=3-y$  可取  $2, 1, 0$ , 所以  $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ .)
3. C(提示:由  $f(x) = e^x + x^3 f'(1)$ , 得  $f'(x) = e^x + 3x^2 f'(1)$ , 故  $f'(1) = e + 3f'(1)$ , 解得  $f'(1) = -\frac{e}{2}$ ,  $f(x) = e^x - \frac{e}{2}x^3$ , 所以  $f(1) = e - \frac{e}{2} = \frac{e}{2}$ , 选 C.)
4. A(提示:每天进步  $2.01\%$ , 即  $0.0201$ . 因为  $(1+0.0201)^{30} = [(1.01)^2]^{30} = [(1.01)^{30}]^2 \approx 1.3^2 = 1.69$ , 所以 30 天以后某同学的知识积累约为原来的 1.69 倍.)
5. C(提示:因为  $f(x)$  为奇函数,  $g(x)$  为偶函数, 且  $f(x) = g(x) - e^x$ , 所以  $f(-1) = g(-1) - e^{-1}$ , 即  $-f(1) = g(1) - \frac{1}{e}$ . 又  $f(1) = g(1) - e$ , 两式联立解得  $f(1) = \frac{1-e^2}{2e}$ ,  $g(1) = \frac{1+e^2}{2e}$ , 所以  $h(1) = \frac{1}{g(1)} = \frac{e}{1+e^2}$ .)
6. B(提示:由题意得  $F(c, 0)$ , 双曲线  $C$  的渐近线方程为  $y = \pm \frac{b}{a}x$ . 设点  $A, B$  的纵坐标依次为  $y_1, y_2$ , 因为  $\frac{c^2}{a^2} - \frac{y_1^2}{b^2} = 1$ , 所以  $y_1 = \frac{b^2}{a}$ , 所以  $|AF| = \frac{b^2}{a}$ . 因为  $y_2 = \frac{bc}{a}$ , 所以  $|BF| = \frac{bc}{a}$ . 因为  $|AB| = |AF|$ , 所以  $\frac{bc}{a} = \frac{2b^2}{a}$ , 得  $c = 2b$ , 所以  $a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{3}b$ , 故  $\frac{b}{a} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , 双曲线  $C$  的渐近线方程为  $y = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}x$ , 即  $x \pm \sqrt{3}y = 0$ , 故选 B.)
7. D(提示:设优弧  $BC$  所在圆的圆心为  $O$ , 半径为  $R$ , 连接  $OA, OB, OC$ , 如图所示. 易知“水滴”的“竖直高度”为  $OA + R$ , “水平宽度”为  $2R$ , 由题意知  $\frac{OA+R}{2R} = \frac{4}{3}$ , 解得  $OA = \frac{5}{3}R$ . 因为  $AB$  与圆弧相切于点  $B$ , 所以  $OB \perp AB$ .
- 在  $Rt\triangle ABO$  中,  $\sin \angle BAO = \frac{OB}{OA} = \frac{R}{\frac{5}{3}R} = \frac{3}{5}$ ,  $\cos \angle BAO = \sqrt{1 - \sin^2 \angle BAO} = \frac{4}{5}$ .
- 由对称性知,  $\angle BAO = \angle CAO$ , 则  $\angle BAC = 2\angle BAO$ ,
- 所以  $\sin \angle BAC = 2\sin \angle BAO \cos \angle BAO = 2 \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{24}{25}$ .
8. B(提示:若这组数的个数为奇数, 设为  $(2n-1)$  个, 则  $a_n = 1010$ ,  $a_{2n} = 2024$ , 又  $a_1 + a_{2n+1} = 2a_n$ , 所以  $a_1 = 2 \times 1010 - 2024 = -4$ ; 若这组数的个数为偶数, 设为  $2n$  个, 则  $a_n + a_{n+1} = 1010 = 2020$ ,  $a_{2n} = 2024$ , 又  $a_1 + a_{2n} = a_n + a_{n+1}$ , 所以  $a_1 = 2020 - 2024 = -4$ .)



9. ABD(提示:如图所示,取  $BD$  的中点  $E$ ,连接  $AE,CE$ .因为  $AB=AD$ ,所以  $AE \perp BD$ .同理  $CE \perp BD$ ,所以  $BD \perp$  平面  $ACE$ , $BD \perp AC$ ,故 A 正确.由题意可知, $AB=BC=CD=DA=BD$ ,当  $AC=BD$ ,三棱锥  $A-BCD$  是正四面体时,  $\triangle ACD$  为等边三角形,故 B 正确.当三棱锥  $A-BCD$  是正四面体时,  $AD \perp BC$ ,故 C 不正确.当平面  $ABD$  与平面  $BDC$  垂直时,直线  $AD$  与平面  $BDC$  所成角的最大值为  $60^\circ$ ,故 D 正确.)

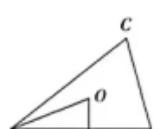


10. AB(提示:由题意可知直线  $l_1, l_2$  的斜率均存在且均不为 0.因为抛物线 C 的焦点为  $F(1,0)$ ,所以不妨设  $l_1$  的斜率为  $k$ ,则  $l_1: y=k(x-1)$ ,  $l_2: y=-\frac{1}{k}(x-1)$ .由  $\begin{cases} y^2=4x, \\ y=k(x-1), \end{cases}$  消去  $y$  得  $k^2x^2-(2k^2+4)x+k^2=0$ .设  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ,则  $x_1+x_2=\frac{2k^2+4}{k^2}=2+\frac{4}{k^2}$ .由抛物线的定义,知  $|AB|=x_1+x_2+2=4+\frac{4}{k^2}$ .同理可得  $|DE|=4+4k^2$ ,所以  $|AB|+|DE|=8+4(\frac{1}{k^2}+k^2)\geqslant 8+8=16$ ,当且仅当  $\frac{1}{k^2}=k^2$ ,即  $k=\pm 1$  时,等号成立,所以  $|AB|+|DE|\in[16, +\infty)$ ,故选 AB.)

11. BC(提示:因为在 105 人中随机抽取 1 人,成绩优秀的概率为  $\frac{2}{7}$ ,所以“优秀生”的人数为  $105 \times \frac{2}{7}=30$ ,“潜力生”的人数为  $105-30=7$  所以  $a=80-10=20, b=75-30=45$ .因为  $\chi^2=\frac{105 \times (10 \times 30 - 20 \times 45)^2}{30 \times 75 \times 50 \times 55} \approx 6.109 > 3.841$ ,所以有 95% 的把握认为成绩与班级有关,故选 BC.)

12. CD(提示:因为对任意  $x_1 \in [1,3]$  及对任意  $x_2 \in [1,3]$ ,都有  $f(x_1) \geq g(x_2)$ ,所以  $f(x)_{\min} \geq g(x)_{\max}$ .当对任意  $x \in [1,3]$  时,  $f(x)=x+\frac{4}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{4}{x}}=4$ ,当且仅当  $x=\frac{4}{x}$ ,即  $x=2$  时,等号成立,所以在  $[1,3]$  上  $f(x)_{\min}=4$ .又  $g(x)=x^2-ax+1=(x-\frac{a}{2})^2+1-\frac{a^2}{4}$ ,当  $\frac{a}{2} \leq 2$ ,即  $a \leq 4$  时,在  $[1,3]$  上  $g(x)_{\max}=g(3)=10-3a$ ,由  $4 \geq 10-3a$ ,解得  $a \geq 2$ ,所以  $2 \leq a \leq 4$ ;当  $\frac{a}{2} > 2$ ,即  $a > 4$  时,在  $[1,3]$  上  $g(x)_{\max}=g(1)=2-a$ ,由  $4 \geq 2-a$ ,解得  $a \geq -2$ ,所以  $a > 4$ .综上可知,实数  $a$  的取值范围是  $[2, +\infty)$ ,故选 CD.)

13. -14(提示:如图所示,过点 O 作  $AB$  的垂线,垂足为 D,则  $\overrightarrow{AO}$  在  $\overrightarrow{AB}$  方向上的投影向量为  $\overrightarrow{AD}$ .因为 O 为  $\triangle ABC$  的外心,所以  $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2=18$ .同理  $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}^2=32$ ,所以  $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{AO} \cdot (\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=-\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}=-32+18=-14$ .)



14. 21(提示:依题意,得  $\lg(2^{67}-1) \approx \lg 2^{67} = 67 \lg 2 \approx 67 \times 0.301 = 20.167$ ,所以  $2^{\sim} 1$ )

关注北京高考在线官方微信:京考一点通(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。

$10^{20,167}$ , “梅森素数” $2^{67}-1$  的位数为 21.)

15.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (提示: 如图所示, 在平面  $VAC$  内, 过点  $P$  作  $EF \parallel AC$  分别交  $VA, VC$  于  $F, E$ . 在平面  $VBC$  内过点  $E$  作  $EQ \parallel VB$  交  $BC$  于点  $Q$ . 在平面  $VAB$  内过点  $F$  作  $FD \parallel VB$  交  $BA$  于点  $D$ , 连接  $DQ$ , 则四边形  $DFEQ$  是过点  $P$  既平行于直线  $VB$  又平行于直线  $AC$  的截面. 易知四边形  $DFEQ$  是平行四边形. 因为  $VB \perp VC, VB \perp VA, VA \cap VC = V, VA, VC \subset$  平面  $VAC$ , 所以  $VB \perp$  平面  $VAC$ , 又  $EF \subset$  平面  $VAC$ , 所以  $VB \perp EF$ . 又  $EQ \parallel VB$ , 所以  $EQ \perp EF$ , 所以平行四边形  $DFEQ$  是矩形. 因为  $EF \parallel AC$ , 所以  $\triangle VEF \sim \triangle VCA$ , 设相似比为  $k$ , 则  $\frac{VF}{VA} = \frac{VE}{VC} = \frac{EF}{AC} = k$ , 因为  $AC = \sqrt{2}$ , 所以  $EF = \sqrt{2}k$ . 因为  $FD \parallel VB$ , 所以  $\triangle AFD \sim \triangle AVB$ , 则  $\frac{AF}{VA} = \frac{AD}{BA} = \frac{FD}{VB}$ , 因为  $\frac{AF}{VA} = \frac{VA - VF}{VA} = 1 - k$ , 所以  $\frac{FD}{VB} = \frac{AF}{VA} = 1 - k$ , 即  $FD = 1 - k$ , 故  $S_{\text{矩形 } DFEQ} = EF \cdot FD = \sqrt{2}k \cdot (1 - k) = -\sqrt{2}(k - \frac{1}{2})^2 + \frac{\sqrt{2}}{4}$ , 所以当  $k = \frac{1}{2}$  时,  $S_{\text{矩形 } DFEQ}$  取得最大值  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ .)

16. 4 (提示: 由于  $M_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$  是圆  $O$  上的两个动点, 可得  $M_1(-x_1, -y_1), M_2(x_1, -y_1)$ , 且  $x_1^2 + y_1^2 = 4, x_2^2 + y_2^2 = 4$ ,  $PM_1$  的方程为  $\frac{y+y_1}{y_2+y_1} = \frac{x+x_1}{x_2+x_1}$ , 令  $x=0$ , 得  $y=m = \frac{x_1y_2 - x_2y_1}{x_2+x_1}$ .

$$PM_2$$
 的方程为  $\frac{y+y_1}{y_2+y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$ , 令  $x=0$ , 得  $y=n = \frac{-x_1y_2 - x_2y_1}{x_2-x_1}$ , 所以  $m \cdot n = \frac{\frac{1}{2}y_1^2 - x_1^2y_2^2}{x_2^2 - x_1^2} = \frac{x_2^2(4-x_1^2) - x_1^2(4-x_2^2)}{x_2^2 - x_1^2} = 4.$ )

17. 解: (1) 因为平面四边形  $ABCD$  存在外接圆,

$$\text{所以 } \angle ABC = \pi - \angle ADC, \cos \angle ABC = -\cos \angle ADC = -\frac{4}{5},$$

$$\sin \angle ABC = \sqrt{1 - \cos^2 \angle ABC} = \sqrt{1 - (-\frac{4}{5})^2} = \frac{3}{5}, \quad \dots \dots \dots \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } \triangle ABC \text{ 的面积 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 \times \frac{3}{5} = 3. \quad \dots \dots \dots \quad (4 \text{ 分})$$

(2) 在  $\triangle ABC$  中, 由余弦定理得

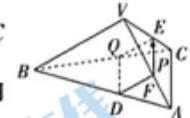
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = 5^2 + 2^2 - 2 \times 5 \times 2 \times (-\frac{4}{5}) = 45,$$

$$\text{解得 } AC = 3\sqrt{5}. \quad \dots \dots \dots \quad (6 \text{ 分})$$

关注北京高考在线官方微信, [京考一点通](#) (微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。

在  $\triangle ADC$  中, 由余弦定理得  $AC^2 = DA^2 + DC^2 - 2DA \cdot DC \cdot \cos \angle ADC$ ,

$$\text{即 } 45 = DA^2 + DC^2 - \frac{8}{5}DA \cdot DC = (DA + DC)^2 - \frac{18}{5}DA \cdot DC$$



## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索 “K12 教育 + 互联网 + 大数据 ” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “ 衔接和桥梁纽带 ” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力。

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

