2023北京丰台高二（上）期中

数　　学（A卷）

考试时间：120分钟

第Ⅰ卷（选择题共 **40** 分）

一、选择题：共10小题，每小题4分. 在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 直线 $x+y=0$ 的倾斜角为

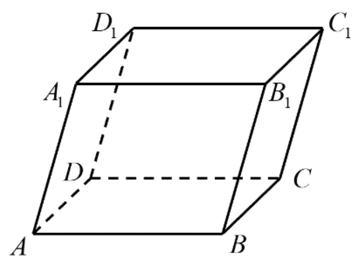
（A）45°　　（B）60°　　（C）90°　　（D）135°

2. 已知圆 $C:(x+1)^2+(y-1)^2=4$，则圆心 C 与半径 r 分别为

（A）$C(1,-1)$，$r=4$　　（B）$C(-1,1)$，$r=4$

（C）$C(1,-1)$，$r=2$　　（D）$C(-1,1)$，$r=2$

3. 如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，则与向量 $\overrightarrow{D_1B}$ 相等的是



（A）$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

（B）$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

（C）$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

（D）$-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

4. 已知直线 l 经过点 $M(2,1)$，且与直线 $x-2y+1=0$ 垂直，则直线 l 的方程为

（A）$x+2y-4=0$　　（B）$2x+y-5=0$

（C）$2x-y-3=0$　　（D）$x-2y=0$

5. 若直线 l 的方向向量为 $\boldsymbol{u}$，平面 α 的法向量为 $\boldsymbol{n}$，则下列选项中能使 $l\perp\alpha$ 成立的是

（A）$\boldsymbol{u}=(2,1,1)$，$\boldsymbol{n}=(-1,1,1)$　　（B）$\boldsymbol{u}=(1,-2,0)$，$\boldsymbol{n}=(-2,4,0)$

（C）$\boldsymbol{u}=(1,2,4)$，$\boldsymbol{n}=(1,0,1)$　　（D）$\boldsymbol{u}=(1,-1,2)$，$\boldsymbol{n}=(0,3,1)$

6. 已知直线 $l_1:ax+(a+2)y+1=0$，$l_2:x+ay-2=0$，若 $l_1 /\!/ l_2$，则实数 $a=$

（A）-1　　（B）2　　（C）-1 或 2　　（D）-2 或 0

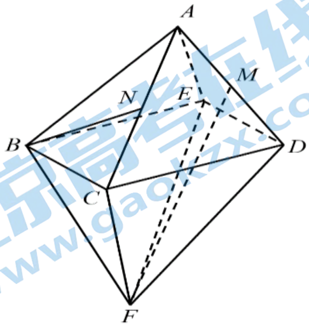
7. 若直线 $l:y=kx+3$ 与圆 $C:x^2+y^2=4$ 相交于 A,B 两点，且 $\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$（其中 O 为原点），则 k 的值为

（A）$-\sqrt{3}$　　（B）$-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$　　（C）$\sqrt{2}$　　（D）$-\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}$

8. 已知圆 $C:x^2+y^2-mx+3y+3=0$ 关于直线 $l:mx+y-m=0$ 对称，则实数 $m=$

（A）$-\sqrt{3}$　　（B）-1　　（C）3　　（D）-1 或 3

9. 正多面体也称柏拉图立体，被誉为最有规律的立体结构，是所有面都只由一种正多边形构成的多面体（各面都是全等的正多边形）. 数学家已经证明世界上只存在五种柏拉图立体，即正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体、正二十面体. 如图，已知一个正八面体 $ABCDEF$ 的棱长为 2，M，N 分别为棱 AD，AC 的中点，则直线 BN 和 FM 夹角的余弦值为



（A）$\dfrac{5}{6}$　　（B）$\dfrac{\sqrt{11}}{6}$

（C）$\dfrac{\sqrt{21}}{6}$　　（D）$\dfrac{\sqrt{15}}{6}$

10. 已知圆 $C_1: x^2+y^2=1$ 与圆 $C_2:(x-4)^2+(y-2)^2=1$，过动点 $M(a,b)$ 分别作圆 C_1，圆 C_2 的切线 MA，MB（A，B 分别为切点），若 $|MA|=|MB|$，则 $\sqrt{(a-3)^2+(b+2)^2}$ 的最小值为

（A）$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　（B）$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　（C）$\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$　　（D）$\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

第 II 卷（非选择题共 110 分）

二、填空题:共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 已知直线 l 的斜率为 2，在 y 轴上的截距为 -1，则直线 l 的方程为______.

12. 已知 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ 为空间两两垂直的单位向量，且 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{b}=3\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+4\boldsymbol{k}$， 则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$ ______.

13. 已知 $A(1,1)$，$B(4,0)$，$C(0,n)$ 三点共线，则 $n=$______.

14. 已知圆 $C: x^2+y^2-2nx+2ny+2n^2-8=0$ 上存在两个点到点 $A(-1,1)$ 的距离均为 $\sqrt{2}$，则实数 n 的一个取值为____.

15.已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，P 是空间中任意一点．给出下列四个结论：

①若点 P 在线段 A_1C_1 上运动，则总有 $CP\perp BD$；

②若点 P 在线段 AD_1 上运动，则三棱锥 $B-DPC_1$ 体积为定值；

③若点 P 在线段 A_1B 上运动，则直线 CP 与平面 ACD_1 所成角为定值；

④若点 P 满足 $\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{CD}+\lambda\overrightarrow{CC_1}$ $(0\leqslant\lambda\leqslant 1)$，则过点 A_1，P，C 三点的正方体截面面积的取值范围为 $[\dfrac{\sqrt{6}}{2},\sqrt{2}]$.

其中所有正确结论的序号为____.

三、解答题:共 6 小题，共 85 分. 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

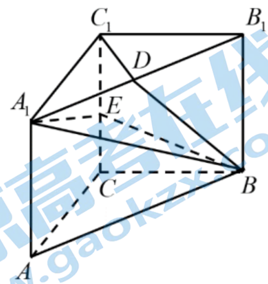
16.（本小题 13 分）

已知圆 $C:(x-1)^2+(y-2)^2=4$.

（I）求经过点 $(3,-2)$ 的圆 C 的切线方程；

（II）求直线 $l: 2x-y+2=0$ 被圆 C 截得的弦长.

17.（本小题 13 分）

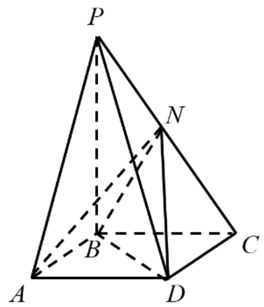


如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1=AC=BC$，$AC\perp BC$，D，E 分别是 A_1B_1，CC_1 的中点.

（Ⅰ）求证：$C_1D\perp$ 平面 AA_1B_1B；

（Ⅱ）求直线 BD 与平面 A_1BE 所成角的正弦值.

18.（本小题 14 分）



如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形，$\angle BCD=\frac{\pi}{3}$，$AB=1$，$PB=2$，$PD\perp CD$，$PB\perp BD$，N 为棱 PC 的中点.

条件①：$BC=2$；

条件②：平面 $PBD\perp$ 平面 $ABCD$.

从条件①和条件②这两个条件中选择一个作为已知，完成下列问题：

（Ⅰ）求证：$AB\perp PB$；

（Ⅱ）若点 M 在线段 AN 上，且点 M 到平面 BDN 的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$，求线段 CM 的长.

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

19.（本小题 15 分）

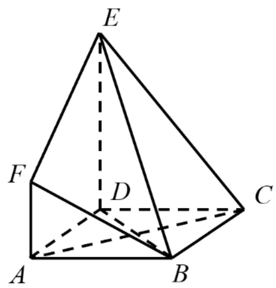
在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 C 的圆心在直线 $l:y=x-1$ 上，且半径为1.

（Ⅰ）若圆心 C 也在直线 $y=-2x+8$ 上，求圆 C 的方程；

（Ⅱ）已知点 $N(0,3)$，若圆 C 上存在点 M，使 $|MN|=|MO|$，求圆心 C 的横坐标的取值范围.

20.（本小题 15 分）

如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 是边长为 3 的正方形，平面 $CDE\perp$ 平面 $ABCD$，$AF\,//\,DE$，$DE\perp CD$，$DE=3AF=3\sqrt{6}$.



（Ⅰ）求证：$AC\perp$ 平面 BDE；

（Ⅱ）求平面 BEF 与平面 BDE 夹角的余弦值；

（Ⅲ）线段 CE 上是否存在点 P，使得 $AP\,//$ 平面 BEF？若存在，指出点 P 的位置并证明；若不存在，请说明理由.

21.（本小题 15 分）

在平面直角坐标系中，对于点 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，定义 $\rho(A,B)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$ 为点 A 到点 B 的“折线距离”.

（Ⅰ）已知 $A(1,2)$，$B(3,0)$，求 $\rho(A,B)$；

（Ⅱ）已知直线 $l:\sqrt{3}x+y-4=0$.

（i）求坐标原点 O 与直线 l 上一点的“折线距离”的最小值；

（ii）求圆 $C:x^2+y^2=1$ 上一点与直线 l 上一点的“折线距离”的最小值.

（考生务必将答案写在答题卡上，在试卷上作答无效）

参考答案

第 I 卷（选择题 共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	C	B	B	C	D	C	D	A

第 II 卷（非选择题 共 110 分）

二．填空题（每小题 5 分，共 25 分）

11. $y=2x-1$　　12. -3　　13. $\frac{4}{3}$

14. 1（答案不唯一）　　15. ①②④

三．解答题（共 85 分）

16.（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）当切线斜率不存在时，其方程为 $x=3$，

圆心 C $(1,2)$ 到直线 $x=3$ 的距离为 2，

则此时直线 $x=3$ 与圆 C 相切，满足题意；

当切线的斜率存在时，设切线方程为 $y+2=k\left(x-3\right)$，

即 $kx-y-3k-2=0$，

则圆心 $(1,2)$ 到切线的距离 $\frac{|2k+4|}{\sqrt{k^2+1}}=2$，解得 $k=-\frac{3}{4}$，

所以此时切线的方程为 $3x+4y-1=0$.

综上：切线的方程为 $x=3$ 或 $3x+4y-1=0$.　　…………………6 分

（Ⅱ）由题可知圆 C 的圆心为 $(1,2)$，半径为 $r=2$.

设圆心 C $(1,2)$ 到直线 l 的距离为 d，则 $d=\frac{|2-2+2|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

所以直线 l 被圆 C 所截得的弦长为：$2\sqrt{r^2-d^2}=\frac{8\sqrt{5}}{5}$.　…………………13 分

17.（本小题 13 分）

证明：（Ⅰ）因为直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，

所以 $AA_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1$，

因为 $C_1D\subset$ 平面 $A_1B_1C_1$，

所以 $AA_1\perp C_1D$.

因为 $AC=BC$，

所以 $A_1C_1=B_1C_1$

因为 D 是 A_1B_1 的中点，

所以 $C_1D \perp A_1B_1$，

因为 $AA_1 \cap A_1B_1 = A_1$， $AA_1 \subset$ 平面 AA_1B_1B， $A_1B_1 \subset$ 平面 AA_1B_1B，

所以 $C_1D \perp$ 平面 AA_1B_1B.　　　　………………4 分

（Ⅱ）因为直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$，

所以 $CC_1 \perp$ 平面 ABC，

所以 $CC_1 \perp AC$， $CC_1 \perp BC$，

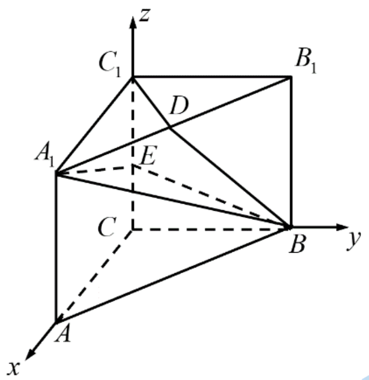
因为 $AC \perp BC$，

所以 CC_1， AC， BC 两两垂直，以 C 为原点， $\overrightarrow{CA}$， $\overrightarrow{CB}$， $\overrightarrow{CC_1}$ 为 x 轴、 y 轴、 z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系.

设 $AA_1 = 2$，则 $B(0,2,0)$, $A_1(2,0,2)$， $D(1,1,2)$， $E(0,0,1)$.

所以 $\overrightarrow{BD} = (1,-1,2)$， $\overrightarrow{BE} = (0,-2,1)$， $\overrightarrow{EA_1} = (2,0,1)$，

设平面 A_1BE 的一个法向量为 $\boldsymbol{n} = (x,y,z)$.



所以 $\begin{cases} \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BE} = 0, \\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EA_1} = 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} -2y + z = 0, \\ 2x + z = 0. \end{cases}$

令 $z = 2$，则 $x = -1$， $y = 1$.

所以 $\boldsymbol{n} = (-1,1,2)$.

所以 $\cos\langle\overrightarrow{BD},\boldsymbol{n}\rangle = \dfrac{\overrightarrow{BD}\cdot\boldsymbol{n}}{|\overrightarrow{BD}||\boldsymbol{n}|} = \dfrac{1}{3}$，

设直线 BD 与平面 A_1BE 所成角为 θ，

所以 $\sin\theta = |\cos\langle\overrightarrow{BD},\boldsymbol{n}\rangle| = \dfrac{1}{3}$，

故直线 BD 与平面 A_1BE 所成角的正弦值为 $\dfrac{1}{3}$.　　　　………………13 分

18.（本小题 14 分）

选①： $BC = 2$.

（Ⅰ）证明：因为平行四边形 $ABCD$，

所以 $CD = AB = 1$，

因为 $BC = 2$， $\angle BCD = \dfrac{\pi}{3}$，

所以在△ BCD 中， $BD = \sqrt{2^2 + 1^2 - 2\times2\times1\times\cos\dfrac{\pi}{3}} = \sqrt{3}$.

所以 $BD^2+CD^2=BC^2$，

所以 $BD\perp CD$.

又 $PD\perp CD$， $PD\cap BD=D$， $PD\subset$ 平面 PBD， $BD\subset$ 平面 PBD，

所以 $CD\perp$ 平面 PBD.

因为 $PB\subset$ 平面 PBD，

所以 $CD\perp PB$.

又因为 $AB\parallel CD$，

所以 $AB\perp PB$. ………………6 分

选②：平面 $PBD\perp$ 平面 $ABCD$.

证明：因为平面 $PBD\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PBD\cap$ 平面 $ABCD=BD$， $PB\perp BD$， $PB\subset$ 平面 PBD.

所以 $PB\perp$ 平面 $ABCD$，

因为 $AB\subset$ 平面 $ABCD$，

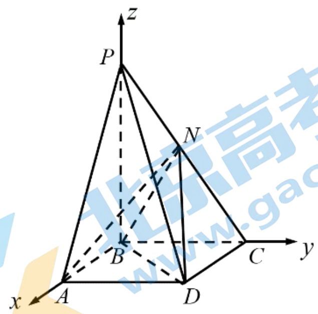
所以 $AB\perp PB$. ………………6 分

（II）由（I）知，BA，BD，BP 两两垂直，以 B 为原点，$\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{BD}$，$\overrightarrow{BP}$ 为 x 轴、y 轴、z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系.

则 $B(0,0,0),D\left(0,\sqrt{3},0\right)$，$P\left(0,0,2\right)$，$C\left(-1,\sqrt{3},0\right)$，$A\left(1,0,0\right)$， $N(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},1)$，

所以 $\overrightarrow{BD}=(0,\sqrt{3},0)$， $\overrightarrow{BN}=(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},1)$， $\overrightarrow{AN}=(-\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},1)$.

设平面 BDN 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，



则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BN}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}\sqrt{3}y=0,\\ -\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}y+z=0.\end{cases}$

令 $x=2$， 则 $y=0$， $z=1$.

所以 $\boldsymbol{n}=(2,0,1)$.

因为点 M 在直线 AN 上，设 $\overrightarrow{MN}=\lambda\overrightarrow{AN}$ $(0\leqslant\lambda\leqslant1)$，

所以 $\overrightarrow{MN}=(-\frac{3}{2}\lambda,\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda,\lambda)$，

故点 M 到平面 BDN 的距离为 $d=\left|\frac{\overrightarrow{MN}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{n}|}\right|=\frac{2}{\sqrt{5}}|\lambda|=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

得 $\lambda=\frac{1}{2}$.

所以 $\overrightarrow{MN}=(-\frac{3}{4},\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{1}{2})$

所以$M(\frac{1}{4},\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{1}{2})$，

所以$CM=\frac{\sqrt{14}}{2}$. ··················14 分

19.（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）设圆心$C(a,b)$，由题意得$\begin{cases}b=a-1,\\b=-2a+8.\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=3\\b=2\end{cases}$，所以圆心$C(3,2)$，

因为圆C的半径为 1，

所以圆C的方程为：$(x-3)^2+(y-2)^2=1$. ··················6 分

（Ⅱ）设$M(x,y)$，由已知$N(0,3)$，$|MN|=|MO|$，

得$\sqrt{x^2+(y-3)^2}=\sqrt{x^2+y^2}$，

整理得$y=\frac{3}{2}$，

所以点M既在圆C上又在直线$y=\frac{3}{2}$上，

即：圆C和直线$y=\frac{3}{2}$有公共点，

所以$|a-1-\frac{3}{2}|\leqslant 1$，

所以$\frac{3}{2}\leqslant a\leqslant\frac{7}{2}$，

所以a的取值范围为：$[\frac{3}{2},\frac{7}{2}]$. ··················15 分

20.（本小题 15 分）

证明：(Ⅰ) 因为平面$CDE\perp$平面$ABCD$，

平面$CDE\cap$平面$ABCD=CD$，

$DE\perp CD$，

$DE\subset$平面CDE，

所以$DE\perp$平面$ABCD$，

因为$AC\subset$平面$ABCD$，

所以$DE\perp AC$，

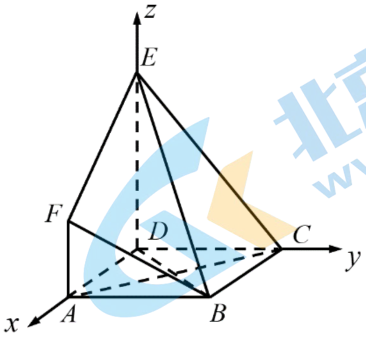
因为四边形$ABCD$是正方形，

所以$AC\perp BD$.

因为$BD\cap DE=D$，$DB\subset$平面CDE，$DE\subset$平面CDE，

所以 $AC \perp$ 平面 BDE .　　　　　　　　…………………4 分

（Ⅱ）因为 DA， DC， DE 两两垂直，以 B 为原点，$\overrightarrow{DA}$，$\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{DE}$ 为 x 轴、y 轴、z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系.



因为 $DE = 3AF = 3\sqrt{6}$， $AD = 3$，

所以 $BD = 3\sqrt{2}$， $AF = \sqrt{6}$.

则 $A(3,0,0)$， $F(3,0,\sqrt{6})$， $E(0,0,3\sqrt{6})$，

$B(3,3,0)$， $C(0,3,0)$，

所以 $\overrightarrow{BF} = (0,-3,\sqrt{6})$， $\overrightarrow{EF} = (3,0,-2\sqrt{6})$，

设平面 BEF 的一个法向量为 $\boldsymbol{n} = (x,y,z)$，

则 $\begin{cases} \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BF} = 0, \\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EF} = 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} -3y + \sqrt{6}z = 0, \\ 3x - 2\sqrt{6}z = 0. \end{cases}$

令 $z = \sqrt{6}$， 则 $x = 4$； $y = 2$.

所以 $\boldsymbol{n} = (4,2,\sqrt{6})$.

因为 $AC \perp$ 平面 BDE， 所以 $\overrightarrow{CA}$ 为平面 BDE 的一个法向量， $\overrightarrow{CA} = (3,-3,0)$，

所以 $\cos\langle\overrightarrow{CA},\boldsymbol{n}\rangle = \dfrac{\overrightarrow{CA}\cdot\boldsymbol{n}}{|\overrightarrow{CA}||\boldsymbol{n}|} = \dfrac{12-6}{3\sqrt{2}\times\sqrt{26}} = \dfrac{\sqrt{13}}{13}$，

设平面 BEF 与平面 BDE 夹角为 θ，

所以 $\cos\theta = |\cos\langle\overrightarrow{CA},\boldsymbol{n}\rangle| = \dfrac{\sqrt{13}}{13}$，

所以平面 BEF 与平面 BDE 夹角的余弦值 $\dfrac{\sqrt{13}}{13}$.　　　　…………………9 分

（Ⅲ）线段 CE 上存在点 P， 点 P 为 CE 中点，满足 $AP\,/\!/$ 平面 BEF， 证明如下：

设 $\overrightarrow{CP} = \lambda\overrightarrow{CE}$ $(0 \leqslant \lambda \leqslant 1)$，

因为 $\overrightarrow{CE} = (0,-3,3\sqrt{6})$， $\overrightarrow{AC} = (-3,3,0)$

所以 $\overrightarrow{CP} = (0,-3\lambda,3\sqrt{6}\lambda)$，

所以 $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CP} = (-3,3,0) + (0,-3\lambda,3\sqrt{6}\lambda) = (-3,3-3\lambda,3\sqrt{6}\lambda)$.

由（Ⅱ）知平面 BEF 的一个法向量为 $\boldsymbol{n} = (4,2,\sqrt{6})$，

因为 $AP\,/\!/$ 平面 BEF，

所以 $\overrightarrow{AP}\cdot\boldsymbol{n} = 0$， 即 $4\times(-3) + 2\times(3-3\lambda) + \sqrt{6}\times3\sqrt{6}\lambda = 0$，

解得：$\lambda=\frac{1}{2}$，

所以线段 CE 上存在点 P，点 P 为 CE 中点，满足 $AP\,/\!/$ 平面 BEF .………………15 分

21.（15 分）

解：(Ⅰ) $\rho(A,B)=|1-3|+|2-0|=4$.　　………………4 分

（Ⅱ）（i）直线 $l:\sqrt{3}x+y-4=0$ 与 x 轴的交点 $M(\frac{4\sqrt{3}}{3},0)$，与 y 轴的交点 $N(0,4)$，设直线 l 上任意一点 $Q\ (t,4-\sqrt{3}t)$，$(t\in\mathbf{R})$.

当点 Q 在线段 MN 的延长线上时，$\rho(O,Q)\geqslant\rho(O,N)$；

当点 Q 在线段 NM 的延长线上时，$\rho(O,Q)\geqslant\rho(O,M)$；

当点 Q 在线段 MN 上时，$\rho(O,Q)\geqslant\rho(O,M)$.

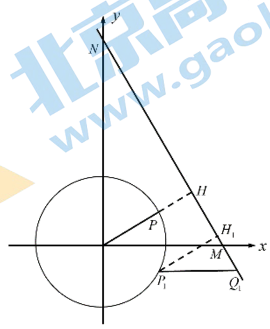
因为 $\rho(O,N)=4$，$\rho(O,M)=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

所以 $\rho(O,Q)\geqslant\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

综上，当点 Q 与点 M 重合时，坐标原点与直线 l 上一点的“折线距离”的最小值为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.　　…………9 分

（ii）由（i）可知，设 P_1 是圆 C 上任意一点，Q_1 是直线 l 上任意一点，当且仅当 $P_1Q_1\,/\!/\,x$ 轴时，$\rho(P_1,Q_1)$ 的最小值为 P_1Q_1，如图所示.

过 P_1 作直线 l 的垂线，垂足为 H_1，则 $\frac{P_1H_1}{P_1Q_1}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，



所以 $P_1Q_1=\frac{2\sqrt{3}}{3}P_1H_1$.

当 P_1H_1 取最小值时，P_1Q_1 取得最小值.

过 O 点作直线 MN 的垂线，交单位圆于 P，垂足为 H，

当且仅当 P_1 与 P 重合时，P_1H_1 取到最小值 PH .

易知 $PH=1$，

所以 P_1Q_1 的最小值为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

即 $\rho(P_1,Q_1)$ 的最小值为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.　　……………15 分

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！