

2023 北京大兴高三（上）期末

数 学

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$ ，则 $\complement_{\mathbf{R}} A =$

(A) $\{x | x < 1, \text{ 或 } x > 2\}$

(B) $\{x | x \leq 1, \text{ 或 } x \geq 2\}$

(C) $\{x | x \leq 1, \text{ 或 } x > 2\}$

(D) $\{x | x < 1, \text{ 或 } x \geq 2\}$

(2) 下列函数中，既是奇函数又在定义域上是增函数的为

(A) $y = \ln x$

(B) $y = \tan x$

(C) $y = x^3$

(D) $y = -\frac{1}{x}$

(3) 在 $(x-1)^5$ 展开式中， x^2 的系数为

(A) 10

(B) 5

(C) -10

(D) -5

(4) 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 已知 $S_3 = -3$, $a_5 = 2$, 则

(A) $\{a_n\}$ 为递减数列

(B) $a_3 = 0$

(C) S_n 有最大值

(D) $S_6 = 0$

(5) 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 上一点 M 与其焦点 F 的距离为 5, 则点 M 到 x 轴的距离等于

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) $4\sqrt{2}$

(6) “ $a = 0$ ” 是 “直线 $x - ay + 2a - 1 = 0$ ($a \in \mathbf{R}$) 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切” 的

(A) 充分而不必要条件

(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

(7) 某圆锥曲线 C 是椭圆或双曲线, 若其中心为坐标原点, 对称轴为坐标轴, 且过 $A(-2, 1)$ 和 $B(\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{4})$ 两点, 则曲线 C 的离心率等于

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(8) 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_n \cdot a_{n+1} = 2^n$, $n \in \mathbf{N}^*$, 则下列结论错误的是

(A) $a_2 = 2$

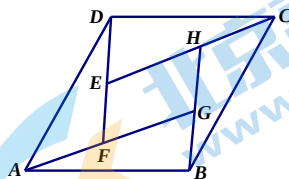
(B) $a_4 - a_3 = 2$

(C) $\{a_{2n}\}$ 是等比数列

(D) $a_{2n-1} + a_{2n} = 2^{n+1}$

- (9) “赵爽弦图”是我国古代数学的瑰宝，它是由四个全等的直角三角形和一个正方形构成。现仿照赵爽弦图，用四个三角形和一个小平行四边形构成如下图形，其中， E, F, G, H 分别是 DF, AG, BH, CE 的中点，若 $\overrightarrow{AG} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$ ，则 $2x + y$ 等于

- (A) $\frac{2}{5}$
(B) $\frac{4}{5}$
(C) 1
(D) 2



- (10) 已知函数 $f(x) = \frac{\cos \pi x}{x^2 - 2x + 3}$ ，给出下列结论：① $f(x)$ 是周期函数；② $f(x)$ 最小值是 $-\frac{1}{2}$ ；③ $f(x)$ 的最大值是 $\frac{1}{2}$ ；④ 曲线 $y = f(x)$ 是轴对称图形。则正确结论的序号是

- (A) ①③ (B) ②④
(C) ①②③ (D) ②③④

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

- (11) 已知复数 z 满足 $z \cdot i = 1 + i$ ，则 $|z| =$ _____。
- (12) 一个袋子中装有 5 个不同颜色但大小相同的球，其中 2 个红球，3 个白球，从中依次摸出 2 个球，则在第一次摸到红球的条件下，第二次摸到白球的概率是_____。
- (13) 在 $\triangle ABC$ 中， $a = 2, b = 2\sqrt{2}$ 。若 $\angle A = \frac{\pi}{4}$ ，则 $c =$ _____；若满足条件的三角形有两个，则 $\angle A$ 的一个值可以是_____。
- (14) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + a, & x < 1, \\ \ln x + 1, & x \geq 1. \end{cases}$ 若 $a = 0$ ，则函数 $f(x)$ 的值域为_____；若函数 $y = f(x) - 2$ 恰有三个零点，则实数 a 的取值范围是_____。
- (15) 在正方体 $ABCD - A'B'C'D'$ 中， O 为正方形 $A'B'C'D'$ 的中心。动点 P 沿着线段 CO 从点 C 向点 O 移动，有下列四个结论：
- ① 存在点 P ，使得 $PA' = PB$ ；
 - ② 三棱锥 $A' - BDP$ 的体积保持不变；
 - ③ $\triangle PA'B$ 的面积越来越小；
 - ④ 线段 $A'B$ 上存在点 Q ，使得直线 $PQ \perp$ 直线 $A'B$ ，且直线 $PQ \perp$ 直线 OC ；
- 则上述结论中，所有正确结论的序号是_____。

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

- (16) (本小题 14 分)

函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 部分图象如图所示, 已知 $x_4 - x_1 = \pi$. 再从条件①、条件

②、条件③ 这三个条件中选择两个作为已知.

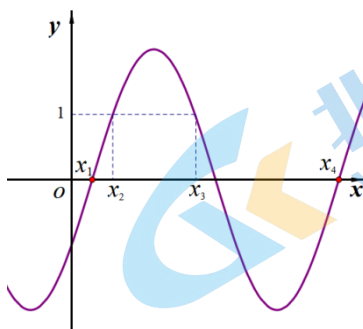
(I) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(II) 求 $f(x)$ 的单调减区间.

条件①: $x_1 = \frac{\pi}{12}$;

条件②: $x_2 = \frac{\pi}{6}$;

条件③: $x_3 = \frac{\pi}{2}$.



注: 如果选择多个条件组合分别解答, 则按第一个解答计分.

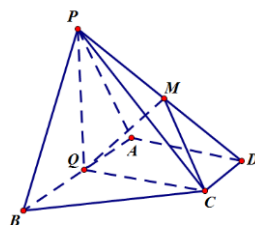
(17) (本小题 14 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是直角梯形, $AB \parallel DC$, $\angle BAD = 90^\circ$

$\triangle PAB$ 为等边三角形, 且平面 $PAB \perp$ 底面 $ABCD$, $AB = 2CD = 2$, $AD = \sqrt{3}$, M, Q 分别为 PD, AB 的中点.

(I) 求证: $PB \parallel$ 平面 MQC

(II) 求直线 PC 与平面 MQC 所成角的正弦值;



(18) (本小题 14 分)

猜歌名游戏是根据歌曲的主旋律制成的铃声来猜歌名, 该游戏中有 A, B, C 三类歌曲. 嘉宾甲参加猜歌名游戏, 需从三类歌曲中各随机选一首, 自主选择猜歌顺序, 只有猜对当前歌曲的歌名才有资格猜下一首, 并且获得本歌曲对应的奖励基金. 假设甲猜对每类歌曲的歌名相互独立, 猜对三类歌曲的概率及猜对时获得相应的奖励基金如下表:

歌曲类别	A	B	C
猜对的概率	0.8	0.5	p
获得的奖励基金/元	1000	2000	3000

(I) 求甲按 “ A, B, C ” 的顺序猜歌名, 至少猜对两首歌名的概率;

(II) 若 $p = 0.25$, 设甲按 “ A, B, C ” 的顺序猜歌名获得的奖励基金总额为 X , 求 X 的分布列及数学期望 $E(X)$;

(III) 写出 p 的一个取值, 使得甲按 “ A, B, C ” 的顺序猜歌名比按 “ C, B, A ” 的顺序猜歌名所得奖励基金的期望高. (结论不要求证明)

(19) (本小题 14 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过直线 $l: x + 2y - 2 = 0$ 与坐标轴的两个交点.

(I) 求椭圆 E 的方程;

(II) A 为椭圆 E 的右顶点, 过点 $(2, 1)$ 的直线交椭圆 E 于点 M, N , 过点 M 作 x 轴的垂线分别与直线 l, AN 交于点 P, Q , 求证: P 为线段 MQ 的中点.

(20) (本小题 15 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{x} - \ln(x + a) (a \geq 1)$

(I) 当函数 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线斜率为 0 时, 求 a 的值;

(II) 判断函数 $y = f(x)$ 单调性并说明理由;

(III) 证明: 对 $\forall x_1, x_2 \in [0, +\infty)$ 有 $|f(x_2) - f(x_1)| \leq |\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1}|$ 成立.

(21) (本小题 14 分)

已知数列 $\{a_n\} (n = 1, 2, \dots, 2022)$, $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ 为从 1 到 2022 互不相同的整数的一个排列, 设集合

$A = \{x | x = \sum_{i=1}^j a_{n+i}, n = 0, 1, 2, \dots, 2022 - j\}$, A 中元素的最大值记为 M , 最小值记为 N .

(I) 若数列 $\{a_n\}$ 为: 1, 3, 5, $\dots$, 2019, 2021, 2022, 2020, 2018, $\dots$, 4, 2, 且 $j = 3$, 写出 M, N 的值;

(II) 若 $j = 3$, 求 M 的最大值及 N 的最小值;

(III) 若 $j = 6$, 试求 M 的最小值.

参考答案

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	C	B	B	A	D	D	D	B

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

(11) $\sqrt{2}$

(12) $\frac{3}{4}$

(13) $2; (0, \frac{\pi}{4})$ 之间的任意一个角都可以

(14) $[-4, +\infty); (-3, 6)$

(15) ①②③（只写对一个 2 分，只写对二个 3 分）

三、解答题（共 6 小题，共 85 分）

(16)（本小题 14 分）

解：由图可知 $x_4 - x_1 = \pi$,

所以 $T = \pi$ 2 分

又知 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2$ 4 分

所以 $f(x) = A\sin(2x + \varphi)$.

(I) 若选择条件①②，即 $x_1 = \frac{\pi}{12}$, $x_2 = \frac{\pi}{6}$.

因为 $f(x_1) = f(\frac{\pi}{12}) = A\sin(\frac{\pi}{6} + \varphi) = 0$.

由图可知 $\frac{\pi}{6} + \varphi = 2k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$, 即 $\varphi = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ 6 分

因为 $0 < |\varphi| < \frac{\pi}{2}$,

所以当 $k = 0$ 时, $\varphi = -\frac{\pi}{6}$ 8 分

所以 $f(x) = A\sin(2x - \frac{\pi}{6})$.

又因为 $f(x_2) = f(\frac{\pi}{6}) = A\sin\frac{\pi}{6} = 1$.

所以 $A = 2$ 10 分

所以 $f(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{6})$.

若选择条件①③，即 $x_1 = \frac{\pi}{12}$, $x_3 = \frac{\pi}{2}$.

因为 $f(x_1) = f(\frac{\pi}{12}) = A\sin(\frac{\pi}{6} + \varphi) = 0$.

由图可知 $\frac{\pi}{6} + \varphi = 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$, 即 $\varphi = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$.

因为 $0 < |\varphi| < \frac{\pi}{2}$,

所以当 $k = 0$ 时, $\varphi = -\frac{\pi}{6}$.

所以 $f(x) = A\sin(2x - \frac{\pi}{6})$.

又因为 $f(x_3) = f(\frac{\pi}{2}) = A\sin\frac{\pi}{6} = 1$,

所以 $A = 2$.

所以 $f(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{6})$.

若选择条件②③, 即 $x_2 = \frac{\pi}{6}, x_3 = \frac{\pi}{2}$.

因为 $f(x_2) = f(x_3)$,

由图可知, 当 $x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\pi}{3}$ 时 $f(x)$ 取得最大值,

即 $f(\frac{\pi}{3}) = A, A\sin(2 \times \frac{\pi}{3} + \varphi) = A$

由 $\sin(\frac{2\pi}{3} + \varphi) = 1$

得 $\frac{2\pi}{3} + \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$,

因为 $0 < |\varphi| < \frac{\pi}{2}$,

所以 $\varphi = -\frac{\pi}{6}$.

又 $f(x_2) = f(\frac{\pi}{6}) = 1$,

所以 $A = 2$.

所以 $f(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{6})$.

(II) 因为函数 $y = \sin x$ 的单调递减区间为 $[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi], k \in \mathbf{Z}$,

由 $\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$, 2 分

得 $\frac{\pi}{3} + k\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$.

所以 $f(x)$ 单调递减区间为 $[\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{5\pi}{6} + k\pi], k \in \mathbf{Z}$ 4 分

(17) (本小题 14 分)

解: (I) 连结 QD, BD , BD 与 QC 交于点 O , 1 分

因为底面 $ABCD$ 是直角梯形, $AB \parallel DC$, Q 为 AB 的中点.

所以 $BQ \parallel DC$ 且 $BQ = DC$, 即 $BQDC$ 为平行四边形,

所以点 O 是 BD 中点, 连结 OM ,

所以 $PB \parallel MO$ 3 分

又因为 $PB \not\subset$ 平面 MQC , $MO \subset$ 平面 MQC ,

所以 $PB \parallel$ 平面 MQC 5 分

(II) 因为 $\triangle PAB$ 为等边三角形, Q 为 AB 的中点, 所以 $PQ \perp AB$.

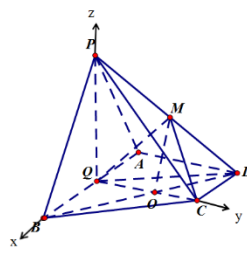
又面 $PAB \perp$ 面 $ABCD$,

面 $PAB \cap$ 面 $ABCD = AB$,

所以 $PQ \perp$ 面 $ABCD$,

又因为 $AB \parallel DC$, $\angle BAD = 90^\circ$, 所以 $BQ \perp CQ$.

如图建立空间直角坐标 $Q-xyz$, 2 分



可知 $Q(0, 0, 0)$, $P(0, 0, \sqrt{3})$, $C(0, \sqrt{3}, 0)$, $M(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$,

易知 $\overrightarrow{PC} = (0, \sqrt{3}, -\sqrt{3})$, 4 分

设面 MQC 的法向量为 $\vec{n} = (x, y, z)$,

且 $\overrightarrow{QC} = (0, \sqrt{3}, 0)$, $\overrightarrow{QM} = (-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$,

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{QC} = 0, \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{QM} = 0, \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} \sqrt{3}y = 0, \\ -\frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y + \frac{\sqrt{3}}{2}z = 0. \end{cases}$$

所以 $\vec{n} = (\sqrt{3}, 0, 1)$, 6 分

设 PC 与平面 MQC 所成角为 θ , 7 分

则 $\sin \theta = |\cos \langle \overrightarrow{PC}, \vec{n} \rangle| = \left| \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3+3 \times \sqrt{3+1}}} \right| = \frac{\sqrt{2}}{4}$, 9 分

所以 PC 与平面 MQC 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

(18) (本小题 14 分)

解: (I) 设“甲按“ A, B, C ”的顺序猜歌名至少猜对两首歌名”为事件 E , 1 分

则 $P(E) = 0.8 \times 0.5 \times (1-p) + 0.8 \times 0.5 \times p = 0.4$ 5 分

所以, 甲按“ A, B, C ”的顺序猜歌名至少猜对两首歌名的概率为 0.4.

(II) X 的所有可能取值为 0, 1000, 3000, 6000, 1 分

$$P(X=0)=1-0.8=0.2,$$

$$P(X=1000)=0.8\times(1-0.5)=0.4,$$

$$P(X=3000)=0.8\times0.5\times(1-0.25)=0.3,$$

$$P(X=6000)=0.8\times0.5\times0.25=0.1, \text{ 5 分}$$

所以随机变量 X 的分布列为

X	0	1000	3000	6000
P	0.2	0.4	0.3	0.1

$$\text{所以 } E(X)=0\times0.2+1000\times0.4+3000\times0.3+6000\times0.1=1900. \text{ 7 分}$$

(III) $0 < p < 0.5$ 均可. 2 分

(19) (本小题 14 分)

解: (I) 直线 $l: x+2y-2=0$ 与坐标轴的两个交点为 $(2,0), (0,1)$, 2 分

由于 $a > b$, 所以 $a=2, b=1$, 4 分

所以椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 5 分

(II) 设过点 $(2,1)$ 的直线为 l_1 , 由题意直线 l 斜率存在,

设 l_1 方程为 $y-1=k(x-2)$, 即 $y=kx+(1-2k)$ 1 分

$$\text{由 } \begin{cases} y=kx+(1-2k) \\ \frac{x^2}{4}+y^2=1 \end{cases}, \text{ 消元得 } x^2+4[kx+(1-2k)]^2=4,$$

整理得 $(1+4k^2)x^2+8k(1-2k)x+16k^2-16k=0$ 2 分

由 $\Delta=[8k(1-2k)]^2-4(1+4k^2)(16k^2-16k)=64k > 0$, 可得 $k > 0$ 3 分

设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$, 则

$$x_1+x_2=-\frac{8k(1-2k)}{1+4k^2}, \quad x_1 \cdot x_2=\frac{16k^2-16k}{1+4k^2}. \text{ 4 分}$$

由题意, 将 $x=x_1$, 代入 $l: x+2y-2=0$ 得 $P(x_1, \frac{2-x_1}{2})$, 5 分

直线 AN 的方程为 $y=\frac{y_2}{x_2-2}(x-2)$, 6 分

令 $x=x_1$ 得 $Q(x_1, \frac{y_2(x_1-2)}{x_2-2})$, 7 分

$$\text{所以 } \frac{y_2(x_1-2)}{x_2-2}+y_1-2 \times \frac{2-x_1}{2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{y_2(x_1 - 2) + y_1(x_2 - 2) + (x_1 - 2)(x_2 - 2)}{x_2 - 2} \\
&= \frac{(kx_2 + 1 - 2k)(x_1 - 2) + (kx_1 + 1 - 2k)(x_2 - 2) + (x_1 - 2)(x_2 - 2)}{x_2 - 2} \\
&= \frac{(2k + 1)x_1x_2 - (4k + 1)(x_1 + x_2) + 8k}{x_2 - 2} \\
&= \frac{(2k + 1)(16k^2 - 16k) + (4k + 1) \cdot 8k(1 - 2k) + 8k(1 + 4k^2)}{(1 + 4k^2)(x_2 - 2)} \\
&= \frac{(32k^3 - 16k^2 - 16k) + (-64k^3 + 16k^2 + 8k) + (8k + 32k^3)}{(1 + 4k^2)(x_2 - 2)} = 0
\end{aligned}$$

所以, 点 P 是线段 MQ 的中点. 9 分

(20) (本小题 15 分)

解: (I) $f(x) = \sqrt{x} - \ln(x + a)$,

所以 $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x + a}$, 2 分

由 $f'(1) = 0$, 得 $\frac{1}{2\sqrt{1}} - \frac{1}{1 + a} = 0$,

所以 $a = 1$ 4 分

(II) 函数 $y = f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增. 1 分

因为 $a \geq 1$, 所以函数 $f(x)$ 定义域为 $[0, +\infty)$ 2 分

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x + a} = \frac{x - 2\sqrt{x} + a}{2\sqrt{x}(x + a)},$$

因为 $x - 2\sqrt{x} + a = (\sqrt{x} - 1)^2 + a - 1 \geq a - 1$ 4 分

因为 $a \geq 1$, 所以 $f'(x) \geq 0$ 5 分

因此函数 $y = f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

(III) 证明: 当 $x_1 = x_2$ 时, 显然有 $|f(x_2) - f(x_1)| = |\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1}|$, 不等式成立; 1 分

当 $x_1 \neq x_2$ 时, 不妨设 $x_1 < x_2$, 2 分

由于函数 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

所以 $|f(x_2) - f(x_1)| = f(x_2) - f(x_1)$,

$$\text{又 } |\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1}| = \sqrt{x_2} - \sqrt{x_1},$$

$$\text{则 } |f(x_2) - f(x_1)| - |\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1}|$$

$$= f(x_2) - f(x_1) - (\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1})$$

$$= \sqrt{x_2} - \ln(x_2 + a) - \sqrt{x_1} + \ln(x_1 + a) - \sqrt{x_2} + \sqrt{x_1}$$

$$= \ln(x_1 + a) - \ln(x_2 + a)$$

$$= \ln \frac{x_1 + a}{x_2 + a} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

因为 $x_1 < x_2$, 所以 $x_2 + a > x_1 + a > 0$,

$$\text{所以 } 0 < \frac{x_1 + a}{x_2 + a} < 1 ,$$

$$\text{所以 } \ln \frac{x_1 + a}{x_2 + a} < 0 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

综上, 对任意的 $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$, $|f(x_2) - f(x_1)| \leq |\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1}|$ 成立.

(21) (本小题 14 分)

解: (I) $M = 6063$, $N = 9$. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(II) N 最小值为 6, M 的最大值 6063.

证明: 对于 1, 2, $\dots$, 2021, 2022 的一个排列 $\{a_n\}$,

若 $j = 3$, 则 A 中的每一个元素为 $x = \sum_{i=1}^3 a_{n+i} = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3}$, $n = 0, 1, 2, \dots, 2019$,

由题意 $M = \max(\sum_{i=1}^3 a_{n+i})$, $n = 0, 1, 2, \dots, 2019$,

那么, 对于任意的 $\{a_n\}$, 总有 $M \leq 2020 + 2021 + 2022 = 6063$.

同理, 由题意 $N = \min(\sum_{i=1}^3 a_{n+i})$, $n = 0, 1, 2, \dots, 2019$,

那么, 对于任意的 $\{a_n\}$, 总有 $N \geq 1 + 2 + 3 = 6$, $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

当 $a_n = n$ ($n = 1, 2, \dots, 2022$) 时, 满足: $N = 6$, $M = 6063$. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(III) M 的最小值为 6069.

由于 $j = 6$, 对于 1, 2, $\dots$, 2021, 2022 的一个排列 $\{a_n\}$,

A 中的每一个元素为 $x = \sum_{i=1}^6 a_{n+i}$, $n = 0, 1, 2, \dots, 2016$,

由题意 $M = \max(\sum_{i=1}^6 a_{n+i})$, $n = 0, 1, 2, \dots, 2016$,

对于任意的 $\{a_n\}$, 都有

$$\frac{2022}{6} M \geq 1 + 2 + \dots + 2022 ,$$

$$\text{即 } \frac{2022}{6} M \geq \frac{2023 \times 2022}{2} , M \geq 6069 . \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

构造数列 $\{a_n\}$: $a_{2n} = n$, $n = 1, 2, \dots, 1011$, $a_{2n-1} = 2023 - n$, $n = 1, 2, \dots, 1011$,

对于数列 $\{a_n\}$, 设任意相邻 6 项的和为 T , 则

$$T = a_{2n-1} + a_{2n} + a_{2n+1} + a_{2n+2} + a_{2n+3} + a_{2n+4} , \text{ 或 } T = a_{2n} + a_{2n+1} + a_{2n+2} + a_{2n+3} + a_{2n+4} + a_{2n+5}$$

若 $T = a_{2n-1} + a_{2n} + a_{2n+1} + a_{2n+2} + a_{2n+3} + a_{2n+4}$, 则

$$T = (n + (n+1) + (n+2)) + ((2023-n) + (2023-n-1) + (2023-n-2))$$

$$= 2023 \times 3 = 6069, \quad n = 1, 2, \dots, 1009$$

若 $T = a_{2n} + a_{2n+1} + a_{2n+2} + a_{2n+3} + a_{2n+4} + a_{2n+5}$ ，则

$$T = (n + (n+1) + (n+2)) + ((2023-n-1) + (2023-n-2) + (2023-n-3))$$

$$= 2022 \times 3 = 6066, \quad (n = 1, 2, \dots, 1008)$$

所以 $T \leq 6069$ ，即对这样的数列 $\{a_n\}$ ， $M = 6069$ ，

又 $M \geq 6069$ ，所以 M 的最小值为 6069. 5 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯