

# 2023 北京九中初三（上）期中

## 数 学

2023年11月

班级\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_准考证号

### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 若  $2x = 3y (y \neq 0)$ ，则下列比例式一定成立的是

- A.  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$       B.  $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$       C.  $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$       D.  $\frac{x}{2} = \frac{3}{y}$

2. 古希腊人认为，最美人体是肚脐至足底的长度与人的身高之比是 0.618，称为黄金分割比，著名的断臂维纳斯雕像便是如此。若某人身材大致满足黄金分割比例，且其肚脐至足底的长度为 105cm，则此人身高大约为

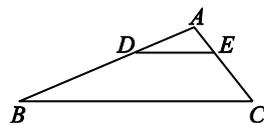
- A. 160cm    B. 170cm    C. 180cm    D. 190cm

3. 二次函数  $y = (x-1)^2 - 3$  的顶点坐标是

- A. (1, -3)    B. (-1, -3)    C. (1, 3)    D. (-1, 3)

4. 如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D, E$  分别为边  $AB, AC$  上的点，且  $DE \parallel BC$ ，若  $AD = 5, BD = 10, AE = 3$ ，则  $AC$  的长为

- A. 3    B. 6    C. 9    D. 12



5. 二次函数  $y = x^2 - 2x$ ，若点  $A(-1, y_1), B(2, y_2)$  是它图象上的两点，则  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系是

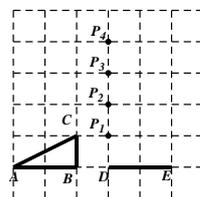
- A.  $y_1 < y_2$     B.  $y_1 = y_2$     C.  $y_1 > y_2$     D. 不能确定

6. 若要得到函数  $y = (x-1)^2 + 2$  的图象，只需将函数  $y = x^2$  的图象

- A. 先向右平移 1 个单位长度，再向上平移 2 个单位长度  
 B. 先向左平移 1 个单位长度，再向上平移 2 个单位长度  
 C. 先向左平移 1 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度  
 D. 先向右平移 1 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度

7. 如图，方格纸中小正方形边长均相等。  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEP$  的各顶点均为格点（小正方形的顶点），若  $\triangle ABC \sim \triangle DEP$  且两三角形不全等，则  $P$  点所在的格点为

- A.  $P_1$     B.  $P_2$     C.  $P_3$     D.  $P_4$



8. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  与  $x$  轴交于点  $A(-1, 0)$ ，对称轴为  $x=1$ ，与  $y$  轴的交点  $B$  在  $(0, 2)$  和  $(0, 3)$  之间（包含这两个点）运动。有如下四个结论：① 抛物线与  $x$  轴的另一个交点是  $(3, 0)$ ；② 点  $C(x_1, y_1), D(x_2, y_2)$  在抛物线上，且满足  $x_1 < x_2 < 1$ ，则  $y_1 > y_2$ ；③ 常数项  $c$  的取值范围是  $2 \leq c \leq 3$ ；

④系数  $a$  的取值范围是  $-1 \leq a \leq -\frac{2}{3}$ .

上述结论中，所有正确结论的序号是

- A. ①②③      B. ②③④      C. ①④      D. ①③④

## 二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 二次函数  $y = -2x^2 + 4x + 1$  图象的开口方向是\_\_\_\_\_.

10. 请写出一个开口向上，并且与  $y$  轴交点在  $y$  轴负半轴的抛物线的表达式：\_\_\_\_\_.

11. 写出一个当自变量  $x > 0$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小的反比例函数的表达式\_\_\_\_\_.

12. 把二次函数  $y = x^2 - 4x + 5$  化为  $y = a(x-h)^2 + k$  的形式，那么  $h+k =$ \_\_\_\_\_.

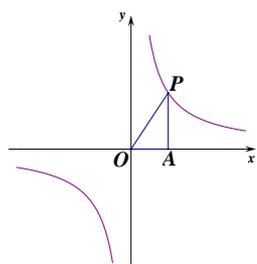
13. 函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象如图所示，那么  $ac$  \_\_\_\_\_ 0. (填 “>”，“=”，或 “<”)

14. 如图，在平行四边形  $ABCD$  中，点  $E$  在边  $AD$  上， $AC$ ， $BE$  交于点  $O$ ，若  $AE:ED = 1:2$ ，则

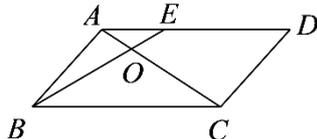
$$S_{\triangle AOE} : S_{\triangle COB} =$$

15. 如图，点  $P$  在反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象上， $PA \perp x$  轴于点  $A$ ，则  $\triangle PAO$  的面积是

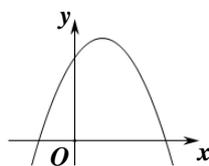
16. 如图，二次函数  $y = -x^2 + 4x$  的图象，若关于  $x$  的一元二次方程  $-x^2 + 4x - t = 0$  ( $t$  为实数) 在  $1 < x < 5$  的范围内有解，则  $t$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



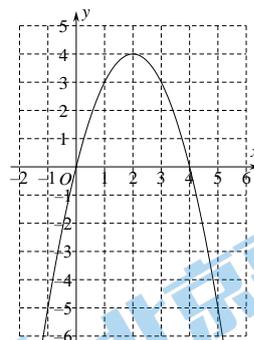
(13 题)



(14 题)



(15 题)



(16 题)

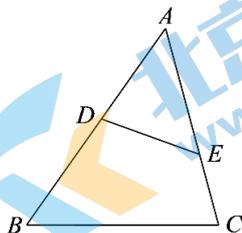
## 三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$ ， $E$  分别在边  $AB$ ， $AC$  上，连接  $DE$ ，且  $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ .

(1) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ;

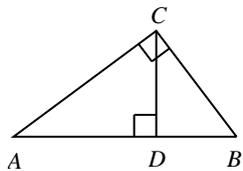
(2) 若  $\angle B = 55^\circ$ ， $\angle ADE = 75^\circ$ ，求  $\angle A$  的度数.



18.已知：如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD$  是  $AB$  边上的高。

(1) 求证： $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ ；

(2) 如果  $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，求  $BD$  的长。



19.在平面直角坐标系  $xOy$  中，一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象由函数  $y = x$  的图象平移得到，且经过点  $A(1, 3)$ 。

(1) 求这个一次函数的解析式；

(2) 当  $x < 1$  时，对于  $x$  的每一个值，函数  $y = mx (m \neq 0)$  的值小于函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的值，直接写出  $m$  的取值范围。

20.在平面直角坐标系  $xOy$  中，双曲线  $y = \frac{k}{x}$  过点  $A(1, 1)$ ，与直线  $y = 4x$  交于  $B, C$  两点（点  $B$  的横坐标小于点  $C$  的横坐标）。

(1) 求  $k$  的值；

(2) 求点  $B, C$  的坐标；

(3) 若直线  $x = t$  与双曲线  $y = \frac{k}{x}$  交于点  $D(t, y_1)$ ，与直线  $y = 4x$  交于点  $E(t, y_2)$ ，当  $y_1 < y_2$  时，写出  $t$  的取值范围。

21. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，二次函数  $y = ax^2 + bx - 1 (a \neq 0)$ ，经过点  $B(1, 4)$ ， $C(-2, 1)$ 。

(1) 求二次函数的解析式；

(2) 求此函数的顶点坐标

(3) 当  $-1 \leq x \leq 0$  时，求  $y$  的取值范围。

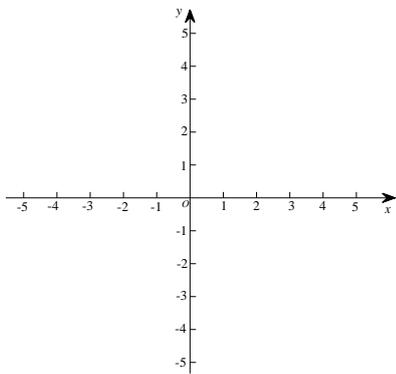
22. 已知二次函数的图象上部分点的横坐标  $x$ ，纵坐标  $y$  的对应值如下表：

$x$	...	0	1	2	3	4	...
$y$	...	1	-2	-3	-2	1	...

(1) 求这个二次函数的表达式；

(2) 画出二次函数图象

(3) 当  $y > -2$  时，直接写出  $x$  的取值范围。



23. 已知二次函数  $y = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1$ .

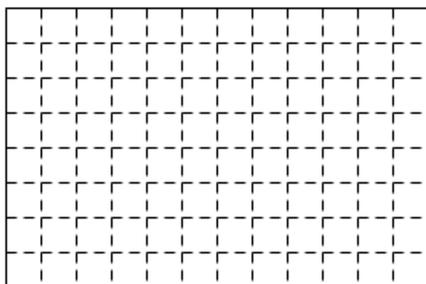
- (1) 求此二次函数的对称轴 (用含  $m$  的字母表示)
- (2) 若二次函数的图象与  $x$  轴有两个不同的交点, 求  $m$  的取值范围
- (3) 选取一个你喜欢的  $m$  值, 求此二次函数图象与  $x$  轴的交点.

24. 某公园内的人工湖里有一组小型喷泉, 水柱从垂直于湖面的水枪喷出, 水柱落于湖面的路径形状是抛物线. 现测量出如下数据, 在距离水枪水平距离为  $d$  米的地点, 水柱距离湖面高度为  $h$  米.

$d$ (米)	0	0.5	2.0	3.5	5
$h$ (米)	1.67	2.25	3.00	2.25	0

请解决以下问题:

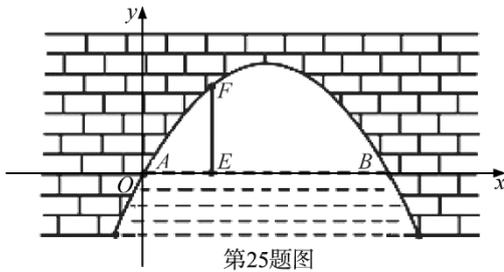
- (1) 在下面网格中建立适当的平面直角坐标系, 根据已知数据描点, 并用平滑的曲线连接;



- (2) 结合所画图象, 水柱最高点距离湖面的高度是\_\_\_米;
- (3) 求抛物线的表达式, 并写出自变量的取值范围;
- (4) 现有一游船宽度为 2 米, 顶棚到湖面的高度为 2.5 米. 要求游船从喷泉水柱中间通过时, 顶棚不碰到水柱. 请问游船是否能符合上述要求通过? 并说明理由.

25. 抛物线形拱桥具有取材方便, 造型美观的特点, 被广泛应用到桥梁建筑中. 如图是某公园抛物线形拱桥的截面图. 以水面  $AB$  所在直线为  $x$  轴,  $A$  为坐标原点, 建立如图所示的平面直角坐标系. 点  $E$  到点  $A$  的距离  $AE = x$  (单位: m), 点  $E$  到桥拱顶面的竖直直距离  $EF = y$  (单位: m).  $x, y$  近似满足函数关系  $y = ax^2 + bx$  ( $a < 0$ ).

通过取点, 得到  $x$  与  $y$  的几组对应值, 如下表:



第25题图

$x$ (米)	0	1	2	3	4	5	6
$y$ (米)	0	1.25	2	2.25	2	1.25	0

(1) 桥拱顶面离水面  $AB$  的最大高度为      m;

(2) 根据上述数据, 求出满足的函数关系  $y = ax^2 + bx$  和水面宽度  $AB$  的长.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $(1, m)$  和  $(2, n)$  在抛物线  $y = -x^2 + bx$  上.

(1) 若  $m=0$ , 求该抛物线的对称轴;

(2) 若  $mn < 0$ , 设抛物线的对称轴为直线  $x = t$ ,

① 直接写出  $t$  的取值范围;

② 已知点  $(-1, y_1)$ ,  $(\frac{3}{2}, y_2)$ ,  $(3, y_3)$  在该抛物线上. 比较  $y_1, y_2, y_3$  的大小, 并说明理由.

27. 已知: 如图①, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $F$  是  $BC$  上一个动点, 点  $E$  在  $CD$  的延长线上,

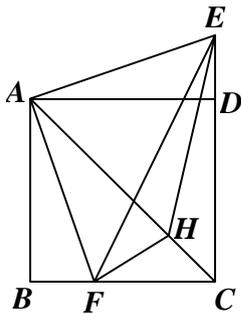
且  $BF = DE$ , 连接  $AE, AF, EF$ .  $EH$  平分  $\angle FEC$ , 交  $AC$  于点  $H$ , 连接  $FH$ .

(1) 直接写出  $AE$  与  $AF$  的数量关系与位置关系;

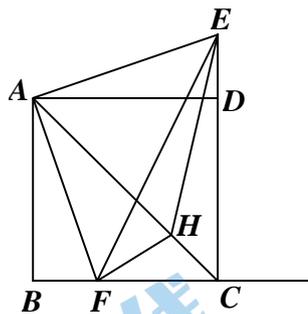
(2) 求证:  $AH = AF$ ;

(3) 如图②, 当点  $F$  在射线  $BC$  上运动时, 过  $H$  作  $HP \perp EF$  于点  $P$ ,

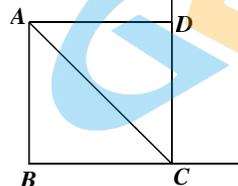
直接写出线段  $HP, EF$  与  $AB$  之间的数量关系.



图①



图②



(备用图)

28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于两点  $A, B$ , 给出如下定义: 以线段  $AB$  为边的正方形称为点  $A, B$  的“确定正方形”. 如图 1 为点  $A, B$  的“确定正方形”的示意图.

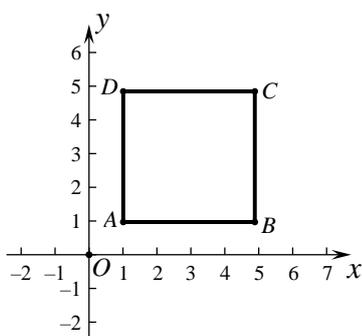
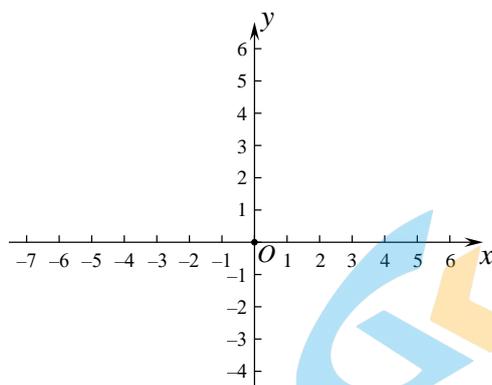


图 1



备用图

- (1) 如果点  $M$  的坐标为  $(0, 1)$ ，点  $N$  的坐标为  $(3, 1)$ ，那么点  $M, N$  的“确定正方形”的面积为 \_\_\_\_\_；
- (2) 已知点  $O$  的坐标为  $(0, 0)$ ，点  $C$  为直线  $y = x + b$  上一动点，当点  $O, C$  的“确定正方形”的面积最小，且最小面积为 2 时，求  $b$  的值.
- (3) 已知点  $E$  在以边长为 2 的正方形的边上，且该正方形的边与两坐标轴平行，对角线交点为  $P(m, 0)$ ，点  $F$  在直线  $y = -x - 2$  上，若要使所有点  $E, F$  的“确定正方形”的面积都不小于 2，直接写出  $m$  的取值范围.

# 北京初三高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023年10-11月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

