

## 九年级数学试卷(选用)

2024. 1

(考试时间 120 分钟 满分 100 分)

学校\_\_\_\_\_ 班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 考号\_\_\_\_\_

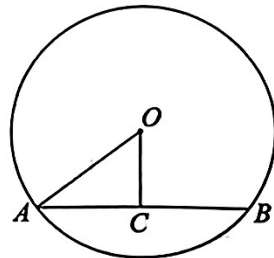
考生须知

1. 本试卷共 8 页, 28 道小题。在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和考号。
2. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效。
3. 在答题卡上, 选择题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答。
4. 考试结束, 将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

## 一、选择题(共 16 分, 每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个。

1. 在平面直角坐标系中, 点  $A(3, -4)$  关于原点对称的点的坐标是  
(A)  $(3, 4)$  (B)  $(3, -4)$  (C)  $(-3, -4)$  (D)  $(-3, 4)$
2. 下列事件中, 是不可能事件的是  
(A) 一枚质地均匀骰子的六个面上分别刻有 1-6 的点数, 掷一次骰子, 骰子向上一面的点数是 8  
(B) 射击运动员射击一次, 命中靶心  
(C) 通常温度降到  $0^{\circ}\text{C}$  以下, 纯净的水结冰  
(D) 在同一平面内, 任意画两条直线, 这两条直线平行
3. 在圆、正六边形、平行四边形、等边三角形这四个图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的图形个数是  
(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个
4. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的弦, 若  $\odot O$  的半径  $OA = 5$ , 圆心  $O$  到弦  $AB$  的距离  $OC = 3$ , 则弦  $AB$  的长为  
(A) 4  
(B) 6  
(C) 8  
(D) 10



5. 不透明盒子中有 6 张卡片,除所标注文字不同外无其他差别.其中,写有“珍稀濒危植物种子”的卡片有 1 张,写有“人工种子”的卡片有 5 张.随机摸出一张卡片写有“珍稀濒危植物种子”的概率为

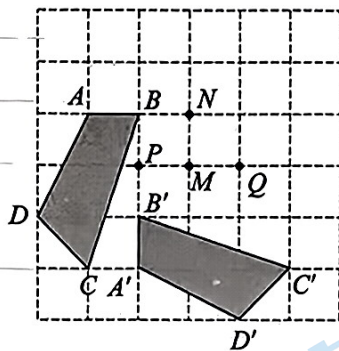
(A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{1}{5}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{1}{2}$

6. 把抛物线  $y=3x^2$  向左平移 2 个单位长度,再向上平移 5 个单位长度,得到的抛物线的解析式为

(A)  $y=3(x-5)^2+2$  (B)  $y=3(x+5)^2+2$   
(C)  $y=3(x+2)^2+5$  (D)  $y=3(x-2)^2+5$

7. 在如图所示的正方形网格中,四边形  $ABCD$  绕某一点旋转某一角度得到四边形  $A'B'C'D'$  (所有顶点都是网格线交点),在网格线交点  $M, N, P, Q$  中,可能是旋转中心的是

(A) 点  $M$   
(B) 点  $N$   
(C) 点  $P$   
(D) 点  $Q$



8. 用一个圆心角为  $n^\circ$  ( $n$  为常数,  $0 < n < 180$ ) 的扇形作圆锥的侧面,记扇形的半径为  $R$ ,所作的圆锥的底面圆的周长为  $l$ ,侧面积为  $S$ ,当  $R$  在一定范围内变化时,  $l$  与  $S$  都随  $R$  的变化而变化,则  $l$  与  $R$ ,  $S$  与  $R$  满足的函数关系分别是

(A) 一次函数关系,一次函数关系  
(B) 二次函数关系,二次函数关系  
(C) 一次函数关系,二次函数关系  
(D) 二次函数关系,一次函数关系

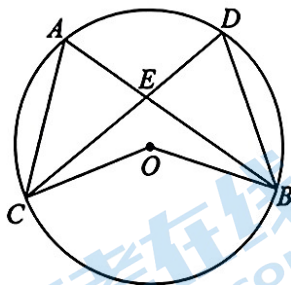
## 二、填空题(共 16 分,每题 2 分)

9. 方程  $x^2-9=0$  的根是\_\_\_\_\_

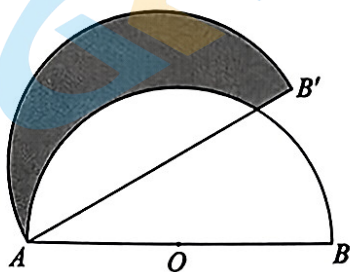
10.  $\odot O$  的直径为 15cm,若圆心  $O$  与直线  $l$  的距离为 7.5cm,则  $l$  与  $\odot O$  的位置关系是\_\_\_\_\_ (填“相交”、“相切”或“相离”).

11. 抛物线  $y=x^2-2x+4$  的顶点坐标是\_\_\_\_\_.

12. 如图,在  $\odot O$  中,弦  $AB, CD$  相交于点  $E$ ,  $\angle AEC = 74^\circ$ ,  $\angle ABD = 36^\circ$ , 则  $\angle BOC$  的度数为\_\_\_\_\_.



第 12 题图



第 14 题图

13. 某科技公司开展技术研发,在相同条件下,对运用新技术生产的一批产品的合格率进行检测,下表是检测过程中的一组统计数据:

|                       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 抽取的产品数 $n$            | 500   | 1000  | 1500  | 2000  | 2500  | 3000  | 3500  | 4000  |
| 合格的产品数 $m$            | 476   | 967   | 1431  | 1926  | 2395  | 2883  | 3367  | 3836  |
| 合格的产品频率 $\frac{m}{n}$ | 0.952 | 0.967 | 0.954 | 0.963 | 0.958 | 0.961 | 0.962 | 0.959 |

估计这批产品合格的产品的概率为\_\_\_\_\_.

14. 如图, $AB$  是半圆  $O$  的直径,将半圆  $O$  绕点  $A$  逆时针旋转  $30^\circ$ ,点  $B$  的对应点为  $B'$ ,连接  $AB'$ ,若  $AB=8$ ,则图中阴影部分的面积是\_\_\_\_\_.

15. 对于向上抛的物体,在没有空气阻力的条件下,上升高度  $h$ ,初速度  $v$ ,抛出后所经历的时间  $t$ ,这三个量之间有如下关系: $h=vt-\frac{1}{2}gt^2$  (其中  $g$  是重力加速度, $g$  取  $10\text{m/s}^2$ ).将一物体以  $v=21\text{m/s}$  的初速度向上抛,当物体处在离抛出点  $18\text{m}$  高的地方时, $t$  的值为\_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $y_1=kx+4k-2$  ( $k$  是常数, $k \neq 0$ ),  $y_2=ax^2+4ax-5a$  ( $a$  是常数, $a \neq 0$ ),在同一平面直角坐标系中,若无论  $k$  为何值,函数  $y_1$  和  $y_2$  的图象总有公共点,则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



三、解答题(共 68 分,第 17-22 题,每题 5 分,第 23-26 题,每题 6 分,第 27-28 题,每题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解方程  $x^2 - 1 = 6x$ .

18. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (m+4)x + 3(m+1) = 0$ .

(1) 求证:该方程总有两个实数根;

(2) 若该方程有一根小于 0,求  $m$  的取值范围.

19. 已知一次函数  $y_1 = mx + n$  ( $m \neq 0$ ) 和二次函数  $y_2 = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ),下表给出了  $y_1, y_2$  与自变量  $x$  的几组对应值:

|       |     |    |    |   |   |   |   |    |     |
|-------|-----|----|----|---|---|---|---|----|-----|
| $x$   | ... | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4  | ... |
| $y_1$ | ... | 5  | 4  | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 | ... |
| $y_2$ | ... | -5 | 0  | 3 | 4 | 3 | 0 | -5 | ... |

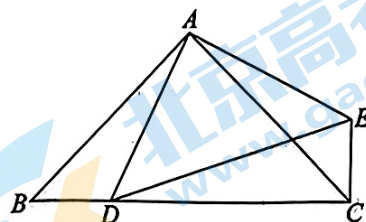
(1) 求  $y_2$  的解析式;

(2) 直接写出关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > mx + n$  的解集.

20. 如图,在等腰直角  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $D$  是  $BC$  边上任意一点(不与  $B, C$  重合),将线段  $AD$  绕点  $A$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $AE$ ,连接  $CE, DE$ .

(1) 求  $\angle ECD$  的度数;

(2) 若  $AB = 4, BD = \sqrt{2}$ ,求  $DE$  的长.



21. 经过某十字路口的汽车,可能直行,也可能向左转或向右转,这三种可能性大小都相同.

有两辆汽车经过这个十字路口,观察这两辆车经过这个十字路口的情况.

(1) 列举出所有可能的情况;

(2) 求出至少有一辆车向左转的概率.



小明在学习了圆内接四边形的性质“圆内接四边形的对角互补”后,想探究它的逆命题“对角互补的四边形的四个顶点在同一个圆上”是否成立.他先根据命题画出图形,并用符号表示已知,求证.

已知:如图,在四边形  $ABCD$  中,  $\angle B + \angle ADC = 180^\circ$ .

求证:点  $A, B, C, D$  在同一个圆上.

他的基本思路是依据“不在同一直线上的三个点确定一个圆”,先作出一个过三个顶点  $A, B, C$  的  $\odot O$ ,再证明第四个顶点  $D$  也在  $\odot O$  上.具体过程如下:

步骤一 作出过  $A, B, C$  三点的  $\odot O$ .

如图 1,分别作出线段  $AB, BC$  的垂直平分线  $m, n$ ,  
设它们的交点为  $O$ ,以  $O$  为圆心,  $OA$  的长为半径作  $\odot O$ .

连接  $OA, OB, OC$ ,

$\therefore OA = OB, OB = OC$  (①). (填推理依据)

$\therefore OA = OB = OC$ .

$\therefore$  点  $B, C$  在  $\odot O$  上.

步骤二 用反证法证明点  $D$  也在  $\odot O$  上.

假设点  $D$  不在  $\odot O$  上,则点  $D$  在  $\odot O$  内或  $\odot O$  外.

i 如图 2,假设点  $D$  在  $\odot O$  内.

延长  $CD$  交  $\odot O$  于点  $D_1$ ,连接  $AD_1$ .

$\therefore \angle B + \angle D_1 = 180^\circ$  (②). (填推理依据)

$\therefore \angle ADC$  是  $\triangle ADD_1$  的外角,

$\therefore \angle ADC = \angle DAD_1 + \angle D_1$  (③). (填推理依据)

$\therefore \angle ADC > \angle D_1$ .

$\therefore \angle B + \angle ADC > 180^\circ$ .

这与已知条件  $\angle B + \angle ADC = 180^\circ$  矛盾.

$\therefore$  假设不成立.即点  $D$  不在  $\odot O$  内.

ii 如图 3,假设点  $D$  在  $\odot O$  外.

设  $CD$  与  $\odot O$  交于点  $D_2$ ,连接  $AD_2$ .

$\therefore \angle B + \angle AD_2C = 180^\circ$ .

$\therefore \angle AD_2C$  是  $\triangle AD_2D$  的外角,

$\therefore \angle AD_2C = \angle DAD_2 + \angle ADC$ .

$\therefore \angle ADC < \angle AD_2C$ .

$\therefore \angle B + \angle ADC < 180^\circ$ .

这与已知条件  $\angle B + \angle ADC = 180^\circ$  矛盾.

$\therefore$  假设不成立.即点  $D$  不在  $\odot O$  外.

综上所述,点  $D$  在  $\odot O$  上.

$\therefore$  点  $A, B, C, D$  在同一个圆上.

阅读上述材料,并回答问题:

(1) 根据步骤一,补全图 1(要求:尺规作图,保留作图痕迹);

(2) 填推理依据:①\_\_\_\_\_,②\_\_\_\_\_,③\_\_\_\_\_.

九年级数学试卷 第 5 页(共 8 页)

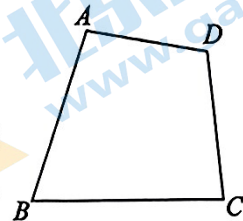


图 1

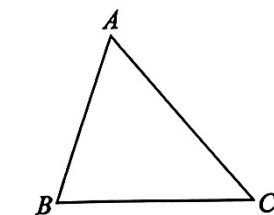


图 2

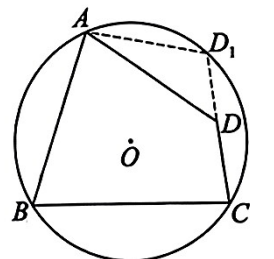


图 3

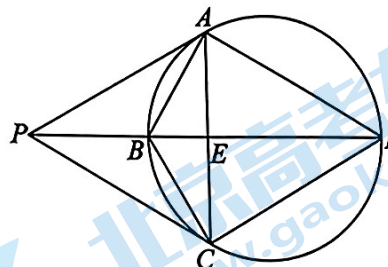
23. 某校乒乓球队举行队内比赛,比赛规则是每两个队员之间都赛一场,每场比赛都要分出胜负,每一场比赛结束后依据胜负给出相应积分. 本次比赛一共进行了 210 场,用时两天完成. 下面是第一天比赛结束后部分队员的积分表:

| 队员号码 | 比赛场次 | 胜场 | 负场 | 积分 |
|------|------|----|----|----|
| 1    | 10   | 8  | 2  | 18 |
| 2    | 10   | 10 | 0  | 20 |
| 3    | 8    | 7  | 1  | 15 |
| 4    | 8    | 6  | 2  | 14 |
| 5    | 7    | 0  | 7  | 7  |

- (1) 在本次比赛中,有一名队员只输掉了一场比赛,则该名队员的积分是多少?  
 (2) 如果有一名队员在本次比赛中的积分不低于 34 分,那么他最多负\_\_\_\_\_场.

24. 如图, $AC, BD$  是圆内接四边形  $ABCD$  的对角线, $AC \perp BD$  于点  $E, BD$  平分  $\angle ADC$ .

- (1) 求  $\angle BAD$  的度数;  
 (2) 点  $P$  在  $DB$  的延长线上, $PA$  是该圆的切线.  
 ① 求证: $PC$  是该圆的切线;  
 ② 若  $PA=AC=\sqrt{3}$ ,直接写出  $PD$  的长.



25. 如图 1 所示,草坪上的喷水装置  $PA$  高  $1\text{m}$ ,喷头  $P$  一瞬间喷出的水流呈抛物线状,喷出的抛物线水流在与喷水装置  $PA$  的水平距离为  $4\text{m}$  处,达到最高点  $C$ ,点  $C$  距离地面  $\frac{25}{9}\text{m}$ .

- (1) 请建立适当的平面直角坐标系  $xOy$ , 求出该坐标系中水流所呈现的抛物线的解析式;
- (2) 这个喷水装置的喷头  $P$  能旋转  $220^\circ$ , 它的喷灌区域是一个扇形, 如图 2 所示, 求出它能喷灌的草坪的面积 ( $\pi$  取  $3$ , 结果保留整数).

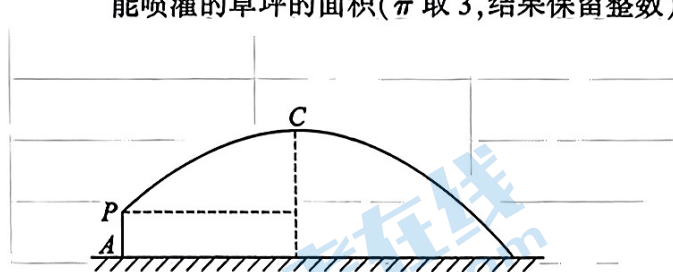


图 1

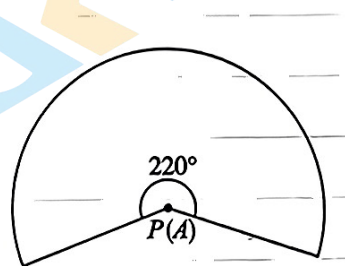


图 2

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $(x_1, m)$ ,  $(x_2, n)$  在抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$ ) 上, 设抛物线的对称轴为  $x = t$ .

- (1) 若对于  $x_1 = 1, x_2 = 3$ , 有  $m = n$ , 求  $t$  的值;
- (2) 若对于  $t - 1 < x_1 < t, 2 < x_2 < 3$ , 存在  $m > n$ , 求  $t$  的取值范围.



27. 已知线段  $AB$  和点  $C$ , 将线段  $AC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ), 得到线段  $AD$ , 将线段  $BC$  绕点  $B$  顺时针旋转  $180^\circ - \alpha$ , 得到线段  $BE$ , 连接  $DE$ ,  $F$  为  $DE$  的中点, 连接  $AF$ ,  $BF$ .

(1) 如图 1, 点  $C$  在线段  $AB$  上, 依题意补全图 1, 直接写出  $\angle AFB$  的度数;

(2) 如图 2, 点  $C$  在线段  $AB$  的上方, 写出一个  $\alpha$  的度数, 使得  $AF = \sqrt{3}BF$  成立, 并证明.

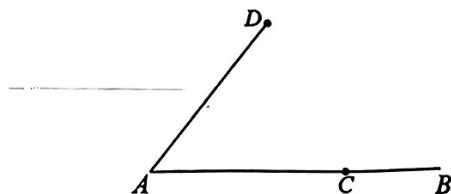


图 1



图 2

28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知  $A(t-2, 0)$ ,  $B(t+2, 0)$ .

对于点  $P$  给出如下定义: 若  $\angle APB = 45^\circ$ , 则称  $P$  为线段  $AB$  的“等直点”.

(1) 当  $t=0$  时,

① 在点  $P_1(0, 2+2\sqrt{2})$ ,  $P_2(-4, 0)$ ,  $P_3(-2\sqrt{2}, -2)$ ,  $P_4(2, 5)$  中, 线段  $AB$  的“等直点”是\_\_\_\_\_;

② 点  $Q$  在直线  $y=x$  上, 若点  $Q$  为线段  $AB$  的“等直点”, 直接写出点  $Q$  的横坐标.

(2) 当直线  $y=x+t$  上存在线段  $AB$  的两个“等直点”时, 直接写出  $t$  的取值范围.

北京市朝阳区 2023~2024 学年度第一学期期末检测

九年级数学参考答案及评分标准(选用)

2024. 1

一、选择题(共 16 分,每题 2 分)

|    |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | D | A | B | C | A | C | A | C |

二、填空题(共 16 分,每题 2 分)

|    |                   |                            |          |                            |
|----|-------------------|----------------------------|----------|----------------------------|
| 题号 | 9                 | 10                         | 11       | 12                         |
| 答案 | $x_1=3, x_2=-3$   | 相切                         | $(1, 3)$ | 140                        |
| 题号 | 13                | 14                         | 15       | 16                         |
| 答案 | 答案不唯一,<br>如 0.959 | $\frac{8\pi}{3}+4\sqrt{3}$ | 1.2 或 3  | $a<0$ 或 $a\geq\frac{2}{5}$ |

三、解答题(共 68 分,第 17~22 题,每题 5 分,第 23~26 题,每题 6 分,第 27~28 题,每题 7 分)

17. 解:方程化为  $x^2-6x=1$ .

$$x^2-6x+9=10. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$(x-3)^2=10. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$x-3=\pm\sqrt{10}. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$x_1=3+\sqrt{10}, x_2=3-\sqrt{10}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

18. (1) 证明:依题意,得  $\Delta=[-(m+4)]^2-4\times 3(m+1)=(m-2)^2. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\therefore (m-2)^2\geq 0,$$

$$\therefore \Delta\geq 0.$$

$\therefore$  该方程总有两个实数根.  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$(2) \text{ 解: 解方程, 得 } x=\frac{(m+4)\pm(m-2)}{2}.$$

$$\therefore x_1=m+1, x_2=3. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

依题意,得  $m+1<0$ .

$$\therefore m<-1. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

19. 解:(1) 根据题意,设该二次函数的解析式为  $y_2=a(x-1)^2+4. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\therefore \text{ 当 } x=0 \text{ 时, } y_2=3,$$

$$\therefore a=-1. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore y_2=-x^2+2x+3. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$(2) 0<x<3. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

20. 解:(1)  $\because \triangle ABC$  是等腰直角三角形,  
 $\therefore \angle B = \angle ACB = 45^\circ, AB = AC.$   
 $\therefore \angle BAC = \angle DAE = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle BAD = \angle CAE. \dots\dots\dots 1$  分  
 $\therefore AD = AE,$   
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE. \dots\dots\dots 2$  分  
 $\therefore \angle B = \angle ACE = 45^\circ.$   
 $\therefore \angle ECD = \angle ACE + \angle ACB,$   
 $\therefore \angle ECD = 90^\circ. \dots\dots\dots 3$  分

- (2) 由(1)可知,  $BD = CE = \sqrt{2}.$   
 $\therefore AB = AC = 4,$   
 $\therefore BC = 4\sqrt{2}. \dots\dots\dots 4$  分  
 $\therefore CD = 3\sqrt{2}.$

在  $\text{Rt}\triangle CDE$  中, 根据勾股定理

$$DE = \sqrt{CE^2 + CD^2} = 2\sqrt{5}. \dots\dots\dots 5$$
 分

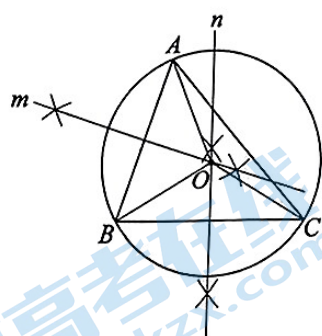
21. 解:(1) 两辆车分别记为车 1, 车 2, 可以用表格列举出所有可能出现的情况.

| 车 2 \ 车 1 | 直行       | 左转       | 右转       |
|-----------|----------|----------|----------|
| 直行        | (直行, 直行) | (左转, 直行) | (右转, 直行) |
| 左转        | (直行, 左转) | (左转, 左转) | (右转, 左转) |
| 右转        | (直行, 右转) | (左转, 右转) | (右转, 右转) |

$\dots\dots\dots 4$  分

- (2) 由(1)可知, 所有可能出现的情况共有 9 种, 它们出现的可能性相等, 至少有一辆车向左转的情况有 5 种. 所以  $P(\text{至少有一辆车向左转}) = \frac{5}{9}. \dots\dots\dots 5$  分

22. (1) 补全图 1, 如图.



$\dots\dots\dots 2$  分

- (2) ① 线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等.  $\dots\dots\dots 3$  分  
 ② 圆内接四边形的对角互补.  $\dots\dots\dots 4$  分  
 ③ 三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和.  $\dots\dots\dots 5$  分



23. 解:(1)设参加本次比赛的队员共  $x$  人. .... 1 分

由题意,得  $\frac{x(x-1)}{2}=210$ . .... 2 分

解方程,得  $x_1=21, x_2=-20$ (舍去). .... 3 分

所以参加本次比赛的队员共 21 人,每个人都需要进行 20 场比赛.

根据题意,可知胜一场积 2 分,负一场积 1 分. .... 4 分

所以该名队员在本次比赛中的积分是  $2 \times 19 + 1 \times 1 = 39$ .

答:该名队员本次比赛中的积分是 39 分. .... 5 分

(2)6. .... 6 分

24. (1)解: $\because BD$  平分  $\angle ADC$ ,

$\therefore \angle ADB = \angle CDB$ .

$\because \angle BAC = \angle CDB$ ,

$\therefore \angle ADB = \angle BAC$ . .... 1 分

$\therefore AC \perp BD$ ,

$\therefore \angle ADB + \angle CAD = 90^\circ$ .

$\therefore \angle BAC + \angle CAD = 90^\circ$ .

$\therefore \angle BAD = 90^\circ$ . .... 2 分

(2)①证明:如图,取  $BD$  的中点  $O$ ,连接  $OA, OC$ .

$\because \angle BAD = 90^\circ$ ,

$\therefore BD$  是该圆的直径. .... 3 分

$\therefore$  点  $O$  是该圆的圆心.

$\because PA$  是  $\odot O$  的切线,

$\therefore \angle OAP = 90^\circ$ . .... 4 分

$\because OA = OC, AC \perp BD$ ,

$\therefore \angle AOP = \angle COP$ .

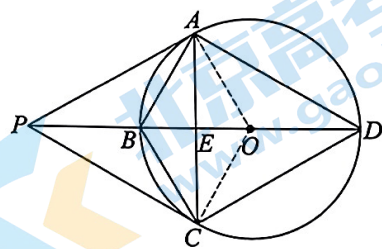
$\because OP = OP$ ,

$\therefore \triangle AOP \cong \triangle COP$ .

$\therefore \angle OCP = \angle OAP = 90^\circ$ .

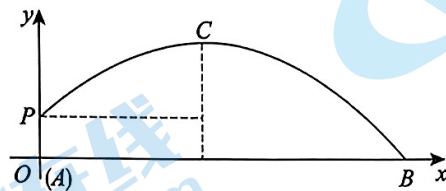
$\therefore PC$  是  $\odot O$  的切线. .... 5 分

②3. .... 6 分



25. 解:(1)答案不唯一,例如

以点  $A$  为坐标原点,原点与水流落地点  $B$  所在直线为  $x$  轴,喷水装置  $PA$  所在直线为  $y$  轴,建立如图所示的平面直角坐标系  $xOy$ .



..... 1 分

由题意可知,抛物线顶点  $C(4, \frac{25}{9})$ . ..... 2 分

设抛物线对应的函数解析式为  $y=a(x-4)^2+\frac{25}{9}$ . ..... 3 分

由抛物线经过点  $P(0,1)$ ,可得  $1=a(0-4)^2+\frac{25}{9}$ ,

解得  $a=-\frac{1}{9}$ .

$\therefore y=-\frac{1}{9}(x-4)^2+\frac{25}{9}$ . ..... 4 分

(2)令  $y=0$ ,

解得  $x_1=9, x_2=-1$ (舍去).

$\therefore OB=9$ . ..... 5 分

$\therefore$  喷灌面积  $S=\frac{220\pi \cdot 9^2}{360} \approx 149$ .

答:这个喷水装置能喷灌的草坪的面积约为  $149\text{m}^2$ . ..... 6 分

26. 解:(1)由题意知,  $a+b+c=9a+3b+c$ . ..... 1 分

$\therefore b=-4a$ .

$\therefore t=-\frac{b}{2a}=2$ . ..... 2 分

(2)  $\because a > 0$ ,

$\therefore$  当  $x \geq t$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大; 当  $x \leq t$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小.

设抛物线上的四个点的坐标为  $A(t-1, m_A)$ ,  $B(t, m_B)$ ,  $C(2, n_C)$ ,  $D(3, n_D)$ .

$\therefore$  点  $A$  关于对称轴  $x=t$  的对称点为  $A'(t+1, m_A)$ .

$\therefore$  抛物线开口向上, 点  $B$  是抛物线顶点,

$\therefore m_A > m_B$ .

i 当  $t \leq 1$  时,  $n_C < n_D$ .

$\therefore t+1 \leq 2$ .

$\therefore m_A \leq n_C$ .

$\therefore$  不存在  $m > n$ , 不符合题意.

ii 当  $1 < t \leq 2$  时,  $n_C < n_D$ .

$\therefore 2 < t+1 \leq 3$ .

$\therefore m_A > n_C$ .

$\therefore$  存在  $m > n$ , 符合题意.

iii 当  $2 < t \leq 3$  时,

$\therefore n$  的最小值为  $m_B$ .

$\therefore m_A > m_B$ ,

$\therefore$  存在  $m > n$ , 符合题意.

iv 当  $3 < t < 4$  时,  $n_D < n_C$ .

$\therefore 2 < t-1 < 3$ .

$\therefore m_A > n_D$ .

$\therefore$  存在  $m > n$ , 符合题意.

v 当  $t \geq 4$  时,  $n_D < n_C$ .

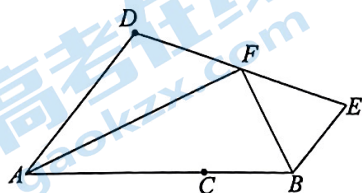
$\therefore t-1 \geq 3$ .

$\therefore m_A \leq n_D$ .

$\therefore$  不存在  $m > n$ , 不符合题意.

综上所述,  $t$  的取值范围是  $1 < t < 4$ . ..... 6 分

27. (1) 补全图 1, 如图.



90. .... 2 分



(2)60. .... 3 分

证明:延长  $AF$  到点  $G$ ,使得  $GF=AF$ ,连接  $BC$ ,连接  $GE$  并延长,与  $AB$  的延长线相交于点  $H$ .

$\because F$  是  $DE$  的中点,

$\therefore DF=FE$ .

$\therefore \angle DFA=\angle GFE$ ,

$\therefore \triangle DFA \cong \triangle GFE$ . .... 4 分

$\therefore AD=GE, \angle DAF=\angle FGE$ .

$\therefore AD \parallel EG$ .

$\therefore \angle DAB+\angle H=180^\circ$ .

在  $\triangle ACB$  中,

$$\angle ACB=180^\circ-\angle CAB-\angle CBA$$

$$=180^\circ-(\angle DAB-\angle DAC)-(\angle EBA-\angle EBC)$$

$$=180^\circ-\angle DAB+\alpha-\angle EBA+180^\circ-\alpha$$

$$=\angle H+\angle EBH$$

$$=\angle BEG.$$

$\therefore BE=CE, AD=AC=GE$ ,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BEG$ . .... 5 分

$\therefore AB=BG, \angle ABC=\angle GBE$ .

$\therefore AF \perp BF, \angle ABG=2\angle ABF, \angle ABG=\angle EBC$ . .... 6 分

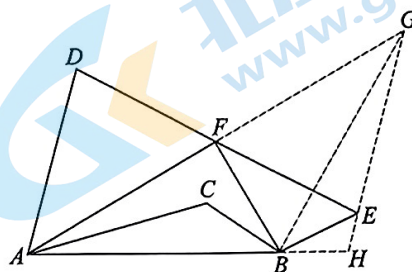
$\therefore \alpha=60^\circ$ ,

$\therefore \angle EBC=180^\circ-\alpha=120^\circ$ .

$\therefore \angle ABF=60^\circ$ . .... 7 分

$\therefore \angle FAB=30^\circ$ .

$\therefore AF=\sqrt{3}BF$ .



28. 解:(1)① $P_1, P_3$ . .... 2 分

② $1+\sqrt{3}$  或  $-1-\sqrt{3}$ . .... 4 分

(2) $-3 < t < 3$  且  $t \neq \pm 1$ . .... 7 分

# 北京初三期末试题下载

京考一点通团队整理了【**2024年1月北京初三期末试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期末**】，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！



微信搜一搜



京考一点通

