姓名______________ 座位号______________

（在此卷上答题无效）

绝密 ★ 启用前

2024届安徽省“江南十校”联考

数 学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并收回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|2^x\geq 1\}$，$B=\{x|1-x^2>0\}$，则 $A\cup B=$

A. $\{x|-1<x<1\}$　　B. $\{x|0\leq x<1\}$　　C. $\{x|x>-1\}$　　D. $\{x|x\geq 0\}$

2. 已知复数 z 满足 $(1+2i)\overline{z}=4+3i$，则 $z=$

A. $2+i$　　B. $2-i$　　C. $-\frac{2}{5}+i$　　D. $-\frac{2}{5}-i$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(1,m)$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(3,1)$.若 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，则实数 $m=$

A. $-\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. 3　　D. -3

4. 已知函数 $f(x)=3\sin(2x+\varphi)(|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后，得到函数 $g(x)$ 的图象.若 $g(x)$ 是偶函数，则 φ 为

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $-\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $-\frac{\pi}{3}$

5. 酒驾严重危害交通安全. 为了保障交通安全，交通法规定：机动车驾驶人每 $100ml$ 血液中酒精含量达到 $20\sim 79mg$ 为酒后驾车，$80mg$ 及以上为醉酒驾车. 若某机动车驾驶员饮酒后，其血液中酒精含量上升到了 $1.2mg/ml$. 假设他停止饮酒后，其血液中酒精含量以每小时20%的速度减少，则他能驾驶需要的时间至少为(精确到0.001. 参考数据：$\lg 2\approx 0.3010$，$\lg 3\approx 0.4771$)

A. 7.963小时　　B. 8.005小时　　C. 8.022小时　　D. 8.105小时

6. 已知函数 $f(x)=\ln x-\frac{1}{x}$ 在点 $(1,-1)$ 处的切线与曲线 $y=ax^2+(a-1)x-2$ 只有一个公共点，则实数 a 的取值范围为

A. $\{1,9\}$　　B. $\{0,1,9\}$　　C. $\{-1,-9\}$　　D. $\{0,-1,-9\}$

7. 已知圆 $C:x^2+y^2-8x+12=0$，点 $M(0,\sqrt{3})$. 过原点的直线与圆 C 相交于两个不同的点 A，B，则 $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}|$ 的取值范围为

A. $(\sqrt{7}-2,\sqrt{7}+2)$　　B. $(3,\sqrt{7}+2]$

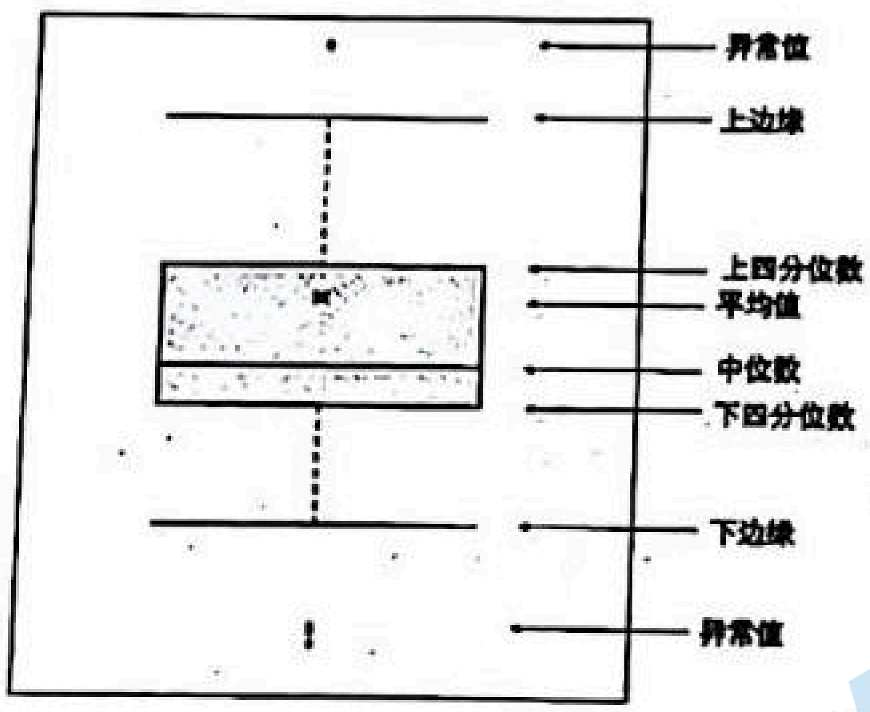
C. $(2\sqrt{7}-4,2\sqrt{7}+4)$　　D. $(6,2\sqrt{7}+4]$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，且 $a_{n+1}=S_n+n$，$a_1=1$，$b_n=\dfrac{1}{a_n+1}$，则使得 $T_n<M$ 恒成立的实数 M 的最小值为

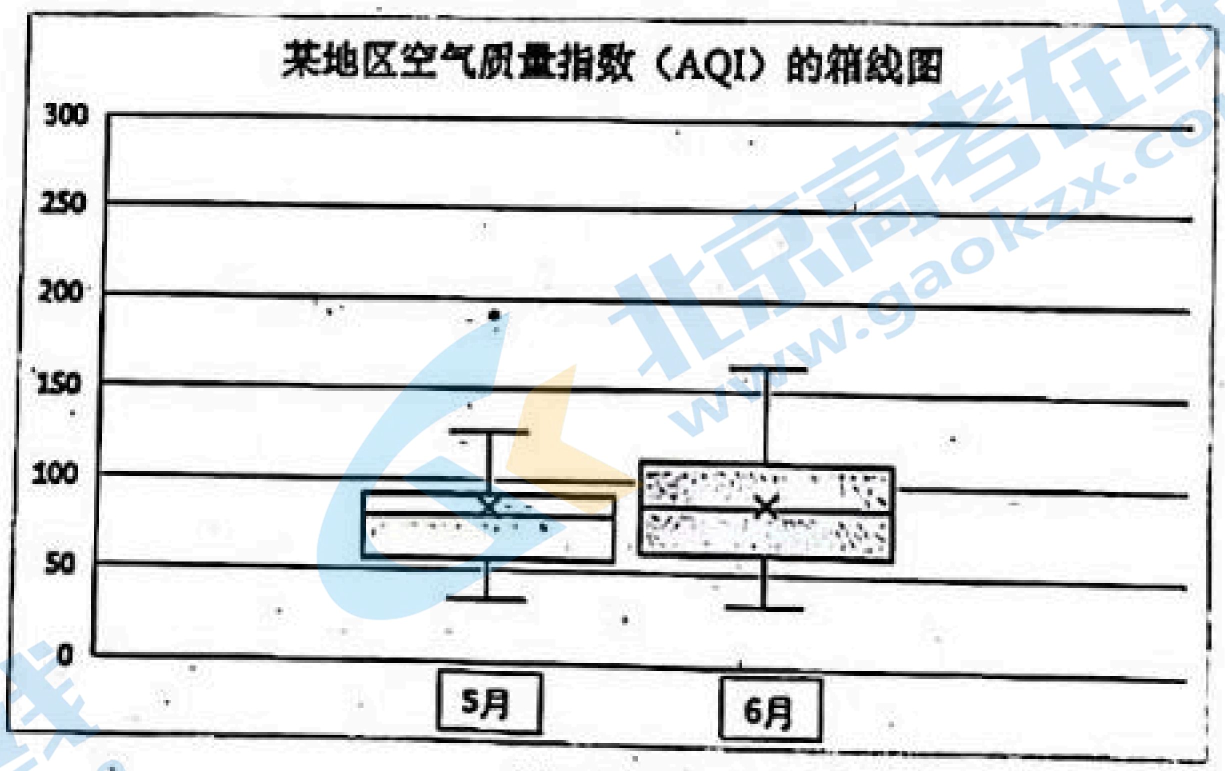
A. 1　　B. $\dfrac{3}{2}$　　C. $\dfrac{7}{6}$　　D. 2

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 箱线图是用来表示一组或多组数据分布情况的统计图，因形似箱子而得名. 在箱线图中（如图 1），箱体中部的粗实线表示中位数；中间箱体的上、下底，分别是数据的上四分位数（75%分位数）和下四分位数（25%分位数）；整个箱体的高度为四分位距；位于最下面和最上面的实横线分别表示最小值和最大值（有时候箱子外部会有一些点，它们是数据中的异常值）. 图 2 为某地区 2023 年 5 月和 6 月的空气质量指数(AQI) 箱线图. AQI 值越小，空气质量越好；AQI 值超过 200，说明污染严重. 则



（第 9 题图 1）



（第 9 题图 2）

A. 该地区 2023 年 5 月有严重污染天气

B. 该地区 2023 年 6 月的 AQI 值比 5 月的 AQI 值集中

C. 该地区 2023 年 5 月的 AQI 值比 6 月的 AQI 值集中

D. 从整体上看，该地区 2023 年 5 月的空气质量略好于 6 月

10. 已知抛物线 $E: y^2=2px$ 的焦点为 F，从点 F 发出的光线经过抛物线上的点 P（原点除外）反射，则反射光线平行于 x 轴. 经过点 F 且垂直于 x 轴的直线交抛物线 E 于 B, C 两点，经过点 P 且垂直于 x 轴的直线交 x 轴于点 Q；抛物线 E 在点 P 处的切线 l 与 x, y 轴分别交于点 M, N, 则

A. $|PQ|^2=|BF|\cdot|QF|$　　　　B. $|PQ|^2=|BC|\cdot|OQ|$

C. $|PF|=|MF|$　　　　D. $FN\perp l$

11. 已知点 S,A,B,C 均在半径为 $\sqrt{5}$ 的球面上，$\triangle ABC$ 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形，$SA\perp BC$，$SA=3\sqrt{2}$，则三棱锥 $S-ABC$ 的体积可以为

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\dfrac{3}{5}\sqrt{3}$　　C. $3\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{51}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 从 $0,2,4,6$ 中任意选 1 个数字，从 $1,3,5$ 中任意选 2 个数字，得到没有重复数字的三位数. 在所组成的三位数中任选一个，则该数是偶数的概率为__________.

13. 若函数 $f(x+2)$ 为偶函数，$y=g(x+1)-5$ 是奇函数，且 $f(2-x)+g(x)=2$，则 $f(2023)=$ __________.

14. 过双曲线 $E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点 F 的直线分别在第一、第二象限交 E 的两条渐近线于 M，N 两点，且 $OM\perp MN$. 若 $|OM|+|MN|-|ON|=\dfrac{2}{3}a$，则双曲线 E 的离心率为__________.

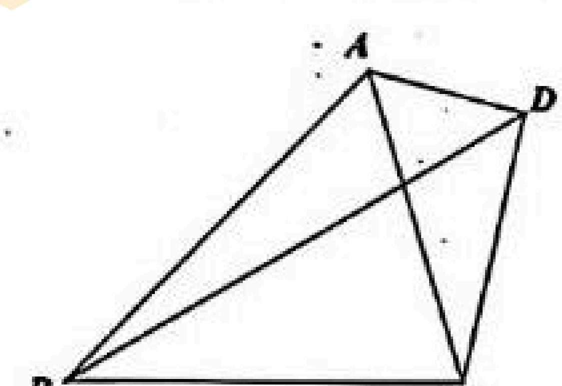
四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. （13 分）

已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边，且 $\sqrt{3}c\sin A+a\cos C=b+c$.

（1）求 A；

（2）若 $BC=2$，将射线 BA 和 CA 分别绕点 B, C 顺时针旋转 15°，30°，旋转后相交于点 D（如图所示），且 $\angle DBC=30^\circ$，求 AD.



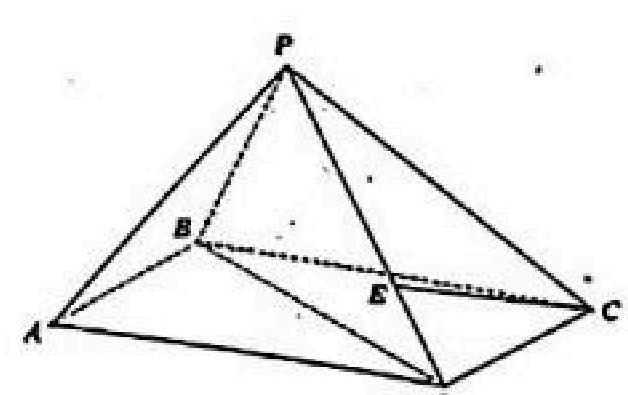
（第 15 题图）

16. （15 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形，$PB=AB=1, AD=PD=2, \angle BAD=60^\circ$.

（1）求证：平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$；

（2）若二面角 $P-BD-A$ 的大小为 120°，点 E 在棱 PD 上，且 $PE=2ED$，求直线 CE 与平面 PBC 所成角的正弦值.



（第 16 题图）

17. （15 分）

某产品的尺寸与标准尺寸的误差绝对值不超过 4㎜ 即视为合格品，否则视为不合格品. 假设误差服从正态分布且每件产品是否为合格品相互独立. 现随机抽取 100 件产品，误差的样本均值为 0，样本方差为 4. 用样本估计总体.

（1）试估计 100 件产品中不合格品的件数(精确到 1)；

（2）在（1）的条件下，现出售随机包装的 100 箱该产品，每箱均有 100 件产品. 收货方对每箱产品均采取不放回地随机抽取方式进行检验，箱与箱之间的检验相互独立. 每箱按以下规则判断是否接受该箱产品：如果抽检的第 1 件产品不合格，则拒绝该箱产品；如果抽检的第 1 件产品合格，则再抽 1 件，如果抽检的第 2 件产品合格，则接受该箱产品，否则拒绝该箱产品. 若该箱产品通过检验后生产方获利 1000 元；该箱产品被拒绝，则亏损 89 元. 求 100 箱该产品利润的期望值.

附：若随机变量 Z 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma\le Z\le\mu+\sigma)\approx0.6827$，

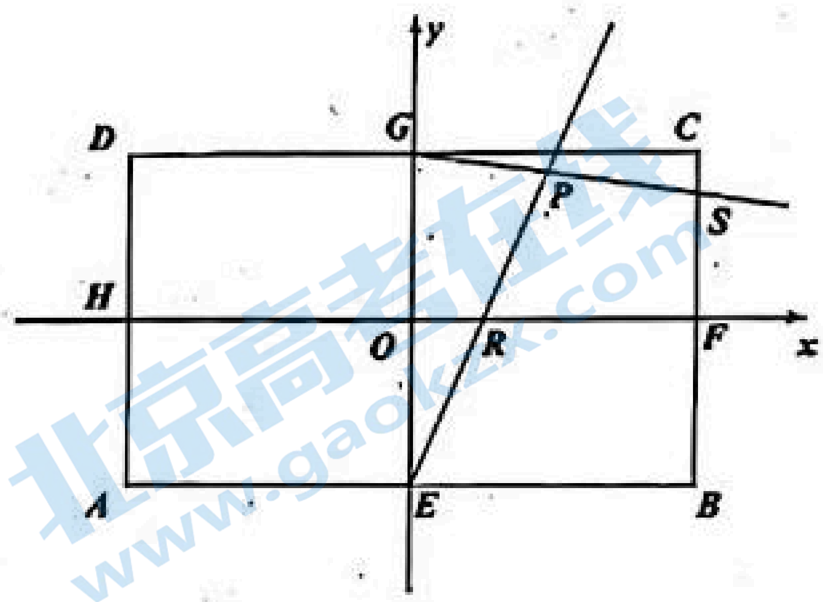
$P(\mu-2\sigma\le Z\le\mu+2\sigma)\approx0.9545$，$P(\mu-3\sigma\le Z\le\mu+3\sigma)\approx0.9973$.

18. （17 分）

已知矩形 $ABCD$ 中，$AB=2\sqrt{6}$，$BC=2\sqrt{2}$，E，F，G，H 分别是矩形四条边的中点，以矩形中心 O 为原点，HF 所在直线为 x 轴，EG 所在直线为 y 轴，建立如图所示的平面直角坐标系. 直线 HF，BC 上的动点 R，S 满足 $\overrightarrow{OR}=\lambda\overrightarrow{OF}$，$\overrightarrow{CS}=\lambda\overrightarrow{CF}(\lambda\in\mathbf{R})$.

（1）求直线 ER 与直线 GS 交点 P 的轨迹方程；

（2）当 $\lambda=-\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 时，过点 R 的直线 m（与 x 轴不重合）和点 P 轨迹交于 M，N 两点，过点 N 作直线 $l:x=-3$ 的垂线，垂足为点 Q. 设直线 MQ 与 x 轴交于点 K，求 $\triangle KMN$ 面积的最大值.



（第 18 题图）

19. （17 分）

已知函数 $f(x)=(x-a)e^x-x$，$a\in\mathbf{R}$，$f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数.

（1）证明：$f'(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上存在唯一零点 x_0；

（2）设函数 $g(x)=(x^2-ax+1)e^x-(\dfrac{1}{2}x^2+x+1)$.

①当 $a\in\left[\dfrac{e-4}{2},+\infty\right)$ 时，求函数 $g(x)$ 的单调区间；

②当 $a\in(-\infty,\dfrac{e-4}{2})$ 时，讨论函数 $g(x)$ 零点的个数.

2024届安徽省“江南十校”联考

数学试题评分参考

一、单项选择题

1．已知集合 $A=\{x|2^x\geq 1\},B=\{x|1-x^2>0\}$，则 $A\cup B=$（　）

A．$\{x|-1<x<1\}$　　B．$\{x|0\leq x<1\}$　　C．$\{x|x>-1\}$　　D．$\{x|x\geq 0\}$

【解析】由 $2^x\geq 1$ 得 $x\geq 0$，由 $1-x^2>0$ 得 $-1<x<1$，所以 $A\cup B=\{x|x>-1\}$

【答案】C

2．已知复数 z 满足 $(1+2i)\bar{z}=4+3i$，则 $z=$（　）

A．$2+i$　　B．$2-i$　　C．$-\frac{2}{5}+i$　　D．$-\frac{2}{5}-i$

【解析】$\bar{z}=\frac{4+3i}{1+2i}=\frac{10-5i}{5}=2-i$，所以 $z=2+i$

【答案】A

3．已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(1,m)$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(3,1)$．若 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，则实数 $m=$（　）

A．$-\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．3　　D．-3

【解析】由于 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(1,m)$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(3,1)$，所以 $\boldsymbol{a}=(2,\frac{m+1}{2}),\boldsymbol{b}=(-1,\frac{m-1}{2})$，又因为 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，所以

$2\cdot\frac{m-1}{2}+\frac{m+1}{2}=0$，解得 $m=\frac{1}{3}$．

【答案】B.

4．已知函数 $f(x)=3\sin(2x+\varphi)(|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后，得到函数 $g(x)$ 的图象，若 $g(x)$ 是偶函数，则 φ 为

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$-\frac{\pi}{6}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．$-\frac{\pi}{3}$

【解析】将函数 $f(x)=3\sin(2x+\varphi)(|\varphi|<0)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到 $g(x)$ 的图象，

则 $g(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{3}+\varphi)$，因为 $g(x)$ 是偶函数，所以 $2\times 0-\frac{\pi}{3}+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，即 $\varphi=\frac{5\pi}{6}+k\pi$，$k\in Z$，

又 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，令 $k=-1$，可得 $\varphi=-\frac{\pi}{6}$．

【答案】B.

5．酒驾严重危害交通安全．为了保障交通安全，交通法规定：机动车驾驶人每 $100ml$ 血液中酒精含量达到 $20\sim79mg$ 为酒后驾车，$80mg$ 及以上为醉酒驾车．若某机动车驾驶员饮酒后，其血液中酒精含量上升到了 $1.2mg/ml$．假设他停止饮酒后，其血液中酒精含量以每小时 20% 的速度减少，则他能驾驶需要的时间至少为（精确到0.001．参考数据：$\lg 2\approx 0.3010$，$\lg 3\approx 0.4771$）

A．7.963 小时　　B．8.005 小时　　C．8.022 小时　　D．8.105 小时

【解析】由已知得：$1.2\times 0.8^x<0.2$，所以 $x>\frac{\lg 6}{1-3\lg 2}=\frac{\lg 2+\lg 3}{1-3\lg 2}$

即 $x>\frac{0.3010+0.4771}{1-3\times 0.3010}=\frac{0.7781}{0.0970}\approx 8.022$，所以 $x>8.022$

【答案】C

6. 已知函数 $f(x)=\ln x-\frac{1}{x}$ 在点 $(1,-1)$ 处的切线与曲线 $y=ax^2+(a-1)x-2$ 只有一个公共点，则实数 a 的取值范围为

A. $\{1,9\}$　　B. $\{0,1,9\}$　　C. $\{-1,-9\}$　　D. $\{0,-1,-9\}$

【解析】由 $f'(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$ 得 $f'(1)=2$

所以切线方程是 $y=2(x-1)-1=2x-3$

①若 $a=0$，则曲线为 $y=-x-2$，显然切线与该曲线只有一个公共点；

②若 $a\neq 0$，则 $2x-3=ax^2+(a-1)x-2$

即 $ax^2+(a-3)x+1=0$

由 $\Delta=(a-3)^2-4a=0$，即 $a^2-10a+9=0$

得 $a=1$或$a=9$

综上：$a=0$或$a=1$或$a=9$

【答案】B

7. 已知圆 $C:x^2+y^2-8x+12=0$，点 $M(0,\sqrt{3})$．过原点的直线与圆 C 相交于两个不同的点 A,B, 则 $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ 的取值范围为

A. $\left(\sqrt{7}-2,\sqrt{7}+2\right)$　　B. $\left(3,\sqrt{7}+2\right]$

C. $\left(2\sqrt{7}-4,2\sqrt{7}+4\right)$　　D. $\left(6,2\sqrt{7}+4\right]$

【解析】设 AB 的中点为点 P，则 $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=2\left|\overrightarrow{MP}\right|$，由垂径定理知 $CP\perp OP$，则可得点 P 的轨迹 E 为以 OC 为直径的圆（圆 C 内部的圆弧）

其方程为 $E:(x-2)^2+y^2=4(3<x\le 4)$，则可得点 $M(0,\sqrt{3})$ 到轨迹 E 上点 P 的距离取值范围为 $\left(3,\sqrt{7}+2\right]$，

从而 $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=2\left|\overrightarrow{MP}\right|$ 的取值范围为 $\left(6,2\sqrt{7}+4\right]$.

【答案】D

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，且 $a_{n+1}=S_n+n$，$a_1=1$，$b_n=\frac{1}{a_n+1}$，则使得 $T_n<M$ 恒成立的实数 M 的最小值为

A. 1　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{7}{6}$　　D. 2

【解析】当 $n=1$ 时，$a_2=a_1+1=2$

当 $n\ge 2$ 时，$a_n=S_{n-1}+n-1$

所以 $a_{n+1}-a_n=S_n+n-(S_{n-1}+n-1)$，即 $a_{n+1}=2a_n+1$

所以 $a_{n+1}+1=2(a_n+1)$

则 $\{a_n+1\},n\ge 2$ 为等比数列，$a_n=\begin{cases}1, & n=1\\ 3\cdot 2^{n-2}-1, & n\ge 2\end{cases}$

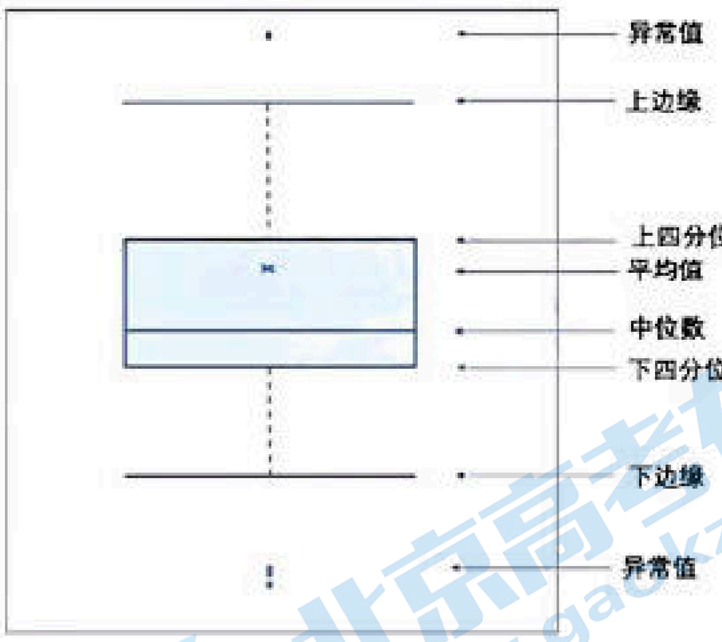
即 $n\ge 2$ 时，$a_n+1=3\cdot 2^{n-2}$

所以 $T_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2^{n-2}})=\frac{7}{6}-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2^{n-2}}<\frac{7}{6}$，得 $M\ge\frac{7}{6}$

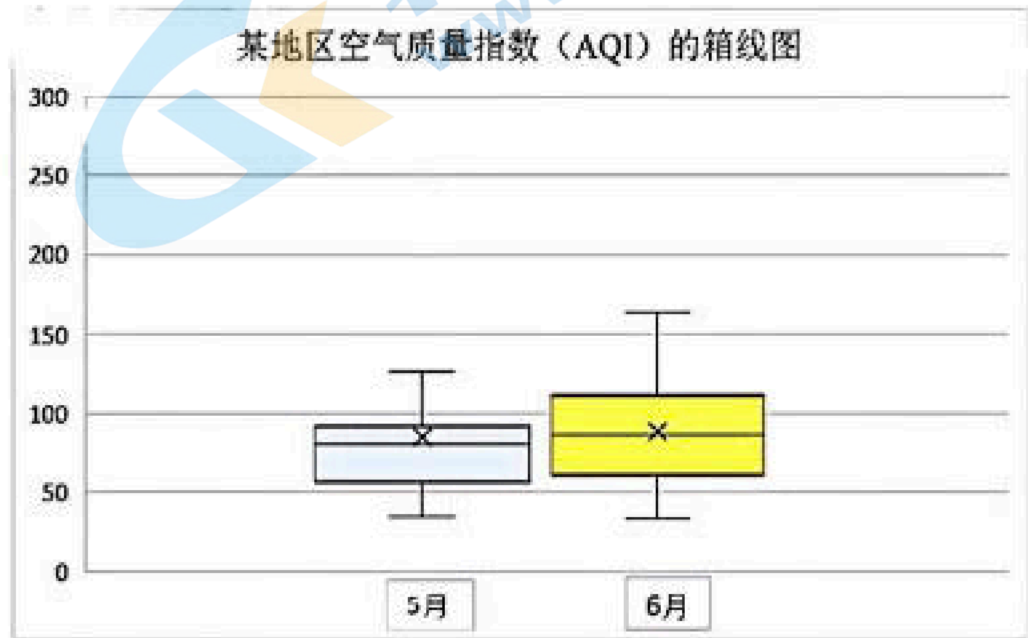
【答案】C

二、多项选择题

9. 箱线图是用来表示一组或多组数据分布情况资料的统计图，因形似箱子而得名．在箱线图中（如图 1），箱体中部的粗实线表示中位数；中间箱体的上下底，分别是数据的上四分位数（75%分位数）和下四分位数（25%分位数）；整个箱体的高度为四分位距；位于最下面和最上面的实横线分别表示最小值和最大值（有时候箱子外部会有一些点，它们是数据中的异常值）．图 2 为某地区 2023 年 5 月和 6 月的空气质量指数(AQI) 箱线图．AQI 值越小，空气质量越好；AQI 值超过 200，说明污染严重．则



（第 9 题图 1）



（第 9 题图 2）

A．该地区 2023 年 5 月有严重污染天气．

B．该地区 2023 年 6 月的 AQI 值比 5 月的 AQI 值集中．

C．该地区 2023 年 5 月的 AQI 值比 6 月的 AQI 值集中．

D．从整体上看，该地区 2023 年 5 月的空气质量略好于 6 月．

【解析】对于 A 选项可以从图 2 所示中 5 月份有 AQI 值超过 200 的异常值得到判断（也可以通过异常值结合观察 5 月份的平均值高于中位数辅助判断）；对于 B，C 选项，图 2 中 5 月份的箱体高度比 6 月份的箱体高度小，说明 5 月的 AQI 值比 6 月的 AQI 值集中；对于 D 选项，虽然 5 月有严重污染天气，但从图 2 所示中 5 月份箱体整体上比 6 月份箱体偏下且箱体高度小，AQI 值整体集中于较小值，说明从整体上看，该地区 2023 年 5 月的空气质量略好于 6 月．

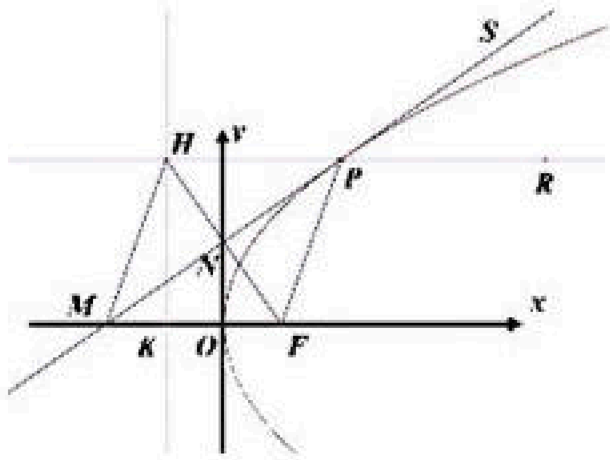
【答案】ACD

10. 已知抛物线 $E: y^2=2px$ 的焦点为 F，从点 F 发出的光线经过抛物线上的点 P（原点除外）反射，则反射光线平行于 x 轴． 经过点 F 且垂直于 x 轴的直线交抛物线 E 于 B,C 两点，经过点 P 且垂直于 x 轴的直线交 x 轴于 Q；抛物线 E 在点 P 处的切线 l 与 x,y 轴分别交于点 M,N，则下列说法成立的是

A． $|PQ|^2=|BF|\cdot|QF|$　　　　B． $|PQ|^2=|BC|\cdot|OQ|$

C． $|PF|=|MF|$　　　　D． $FN\perp l$

【解析】对于 A，B 选项，设点 $P(x,y)$，而 $|PQ|=\sqrt{2px}$，而 $|BF|=p,|QF|=\left|\frac{p}{2}-x\right|$，$|BF|\cdot|QF|=p\left|\frac{p}{2}-x\right|$，则 A 选项错误， 又 $|BC|=2p,|OQ|=x$，则 B 选项正确；对于 C 选项，如下图所示，过点 P 作 x 轴的平行线 RH，与抛物线 E 的准线 KH 交于点 H，又题意所给抛物线的光学性质可得 $\angle SPR=\angle MPF$，又 $\angle SPR=\angle PMF$，所以 $\angle MPF=\angle PMF$，从而 $|PF|=|MF|$；对于 D 选项，因为 $\angle SPR=\angle HPM$，所以 $\angle MPF=\angle HPM$，即 PM 为 $\angle HPF$ 的角平分线，又由抛物线定义知 $PH=PF$，结合 $|PF|=|MF|$，可得菱形 $MFPH$，而 y 轴经过线段 FH 中点，从而 PM 与 y 轴的交点即为点 N，所以 $FN\perp l$．



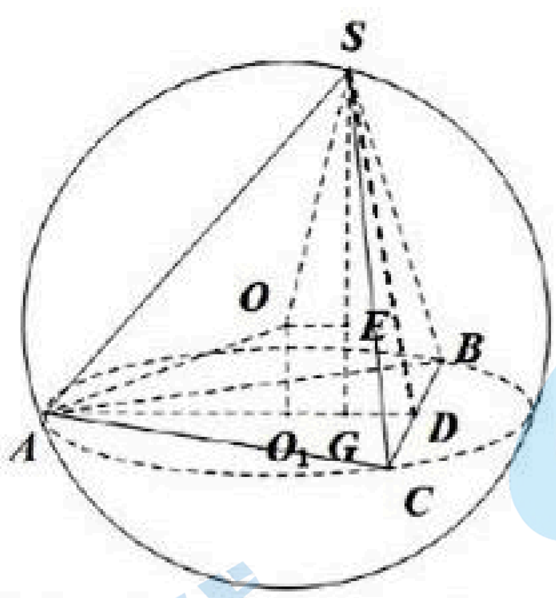
【答案】BCD

11．已知点 S,A,B,C 均在半径为$\sqrt{5}$的球面上，ΔABC是边长为$2\sqrt{3}$的等边三角形，$SA\perp BC$，$SA=3\sqrt{2}$，则三棱锥 $S\text{-}ABC$ 的体积可以为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{3}{5}\sqrt{3}$　　C．$3\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{51}$

【解析】方法一：如图，设三棱锥 $S\text{-}ABC$ 的外接球球心为 O，ΔABC 的中心为 O_1，连接 AO,SO,AO_1，延长 AO_1 交 BC 于 D，连接 SD，则 D 是 BC 中点，所以 $BC\perp AD$，又 $BC\perp SA$，所以 $BC\perp$ 平面SAD，又因为 $BC\subset$ 平面ABC，所以平面$SAD\perp$平面ABC，过 S 作 AD 的垂线，垂足为 G，则 $SG\perp$ 平面ABC，在 $Rt\Delta AOO_1$ 中，$OO_1=\sqrt{5-4}=1$，设 $AG=d,SG=h$，过 O 作 SG 的垂线，垂足为 E．若 A、O_1 在 SG 的同侧，则在 $Rt\Delta SAG$ 中有 $d^2+h^2=18$，在 $Rt\Delta SOE$ 中有 $(d-2)^2+(h-1)^2=5$，联立得$\begin{cases}h=\frac{3}{5}\\d=\frac{21}{5}\end{cases}$或$\begin{cases}h=3\\d=3\end{cases}$，所以三棱锥 $S\text{-}ABC$ 的体积为$\frac{3}{5}\sqrt{3}$或$3\sqrt{3}$；若 A，O_1 在 SG 的异侧，同理可解得$\begin{cases}h=\frac{3}{5}\\d=\frac{21}{5}\end{cases}$或$\begin{cases}h=3\\d=3\end{cases}$，与 $d<2$ 矛盾（舍去）．

【答案】BC．



方法二：设三棱锥 $S\text{-}ABC$ 的外接球球心为 O，连接 AO 并延长交大圆于 F，过 S 作 AD 的垂线，垂直为 G，可证得 $SG\perp$ 面ABC

（1）若点 S 在直线 AF 的上方，设 $\angle SAF=\alpha,\angle FAG=\beta$，则 $\tan\alpha=\frac{1}{3},\tan\beta=\frac{1}{2}$

所以 $\tan\angle SAG=\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=1$，$\angle SAG=\frac{\pi}{4}$

可得 $SG=AS\cdot\sin\angle SAG=3\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=3$

$\therefore V_1=\frac{1}{3}S_{ABC}\cdot SG=3\sqrt{3}$

（2）若点 S 在直线 AF 的下方，则 $\tan\alpha=\frac{1}{3},\tan\beta=\frac{1}{2}$

所以 $\tan\angle SAG=\tan(\beta-\alpha)=\dfrac{\tan\beta-\tan\alpha}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\dfrac{1}{7}$， $\sin\angle SAG=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$

可得 $SG=AS\cdot\sin\angle SAG=3\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{10}=\dfrac{3}{5}$

$\therefore V_2=\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot SG=\dfrac{3\sqrt{3}}{5}$，故选 BC.

【答案】BC.

三、填空题

12．从 0,2,4,6 中任意取 1 个数字，从 1,3,5 中任意选 2 个数字，得到没有重复数字的三位数．在所组成的三位数中任选一个，则该数是偶数的概率为______________.

【解析】若 0 在，则三位数有 $C_2^1A_3^2=12$；若 0 不在，则三位数有 $C_3^1C_3^2A_3^3=54$．所以没有重复数字的三位数有 66 个，其中偶数的个数是 $C_4^1A_3^2=24$ 个，所以在所组成的三位数中任选一个，是偶数的概率是 $\dfrac{24}{66}=\dfrac{4}{11}$

【答案】$\dfrac{4}{11}$.

13．若函数 $f(x+2)$ 为偶函数，$y=g(x+1)-5$ 是奇函数，且 $f(2-x)+g(x)=2$，则 $f(2023)=$______.

【解析】由 $f(x+2)$ 为偶函数，得 $f(2-x)=f(2+x)$，

由 $y=g(x+1)-5$ 是奇函数，得 $g(1+x)-5=-g(1-x)+5$，即 $g(2-x)+g(x)=10$

由 $f(2-x)+g(x)=2$，得 $f(x)+g(2-x)=2$

相加得：$f(2-x)+f(x)=-6$ (*)

用 $2+x$ 代换 x 得 $f(2+x)+f(x)=-6$

从而 $f(4+x)+f(x+2)=-6$

故 $f(x+4)=f(x)$

所以 4 是 $y=f(x)$ 的一个周期

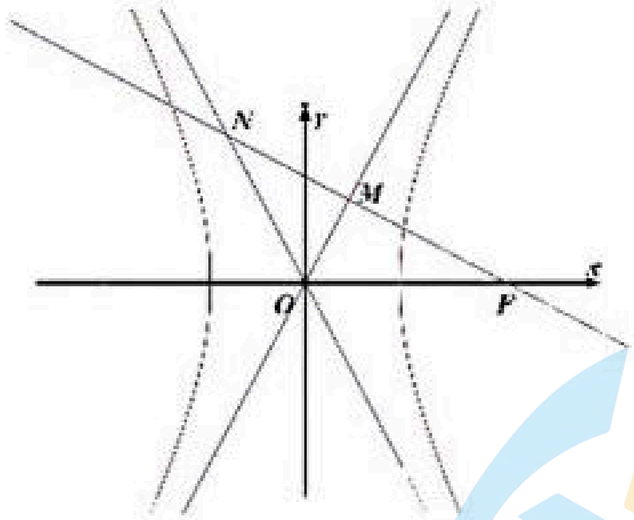
故 $f(2023)=f(3)=f(-1)$ 结合 (*) 式得 $f(3)=f(-1)=-3$

【答案】-3.

14．在平面直角坐标系 xOy 中，过双曲线 $E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$ 的右焦点 F 的直线在第一、第二象限交 E 的两渐近线分别于 M,N 两点，且 $OM\perp MN$．若 $|OM|+|MN|-|ON|=\dfrac{2}{3}a$，则双曲线 E 的离心率为__________.

【解析】如图，设 $\angle FOM=\alpha,\angle MON=2\theta$，因为 $OM\perp MN$，易知 $|FM|=b$，$\tan\alpha=\dfrac{b}{a}$，所以 $|OM|=a$；又 $|OM|+|MN|-|ON|=\dfrac{2}{3}a$，所以 $|MN|-|ON|=-\dfrac{1}{3}a$，在直角 ΔOMN 中，利用勾股定理可得 $|MN|=\dfrac{4}{3}a$，所以 $\tan2\theta=\dfrac{4}{3}$，求得 $\tan\theta=\dfrac{1}{2}$（负值舍去），也即 $\tan\alpha=\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{\tan\theta}=2$，所以可得离心率为 $\sqrt{5}$．

【答案】$\sqrt{5}$.

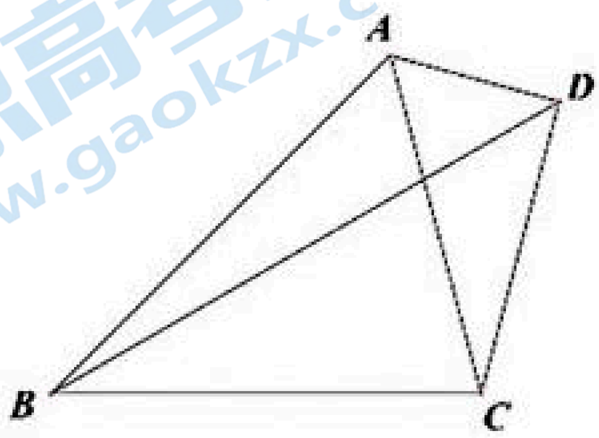


四、解答题

15．已知 a,b,c 分别是 ΔABC 三个内角 A,B,C 的对边，且 $\sqrt{3}c\sin A+a\cos C=b+c$．

(1)求 A；

(2)若 $BC=2$，将射线 BA 和 CA 分别绕点 B,C 顺时针旋转 $15°,30°$，旋转后相交于点 D(如图所示)，且 $\angle DBC=30°$，求 AD．



15．【解析】(1) 因为 $\sqrt{3}c\sin A+a\cos C=b+c$

所以 $\sqrt{3}\sin C\sin A+\sin A\cos C=\sin B+\sin C$

又因为 $\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C$

所以 $\sqrt{3}\sin C\sin A=\cos A\sin C+\sin C$ ……………………………………………………………（3 分）

由于 $\sin C>0$，所以 $\sqrt{3}\sin A=\cos A+1$，即 $\sin(A-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$，

又 $-\frac{\pi}{6}<A-\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}$，则 $A-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$，因此 $A=\frac{\pi}{3}$． ……………………………………………（6 分）

(2) 在 ΔABC 中，由正弦定理得 $AC=\dfrac{BC}{\sin\angle BAC}\sin\angle ABC=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

在 ΔBDC 中，由于 $\angle BDC=45^{\circ}$

由正弦定理得 $CD=\dfrac{BC}{\sin\angle BDC}\sin\angle DBC=\sqrt{2}$． ……………………………………………（10 分）

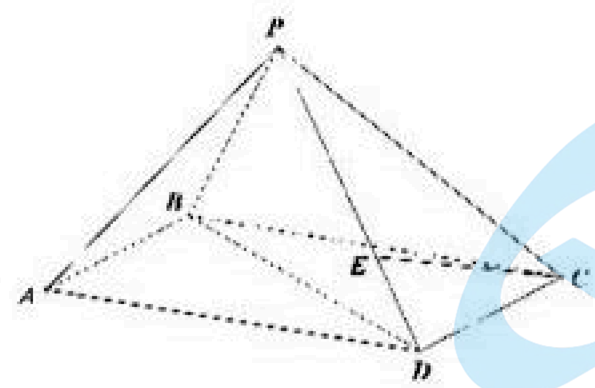
于是，在 ΔACD 中，由余弦定理得：

$AD=\sqrt{AC^2+CD^2-2AC\cdot CD\cos\angle ACD}=\sqrt{\frac{8}{3}+2-2\cdot\frac{2\sqrt{6}}{3}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ ……………（13 分）

16．如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形，$PB=AB=1$，$AD=PD=2$，$\angle BAD=60^\circ$．

（1）求证：平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$；

（2）若二面角 $P-BD-A$ 的大小为 120°，点 E 在棱 PD 上，且 $PE=2ED$，求直线 CE 与平面 PBC 所成角的正弦值．



【解析】（1）证明：由余弦定理得 $BD=\sqrt{1^2+2^2-2\cdot 1\cdot 2\cos 60^\circ}=\sqrt{3}$

所以 $AD^2=AB^2+BD^2, PD^2=PB^2+BD^2$

因此 $AB\perp BD$，$PB\perp BD$

又因为 $AB\cap PB=B, AB, PB\subset$ 平面 PAB

所以 $BD\perp$ 面 PAB

又因为 $BD\subset$ 平面 $ABCD$

故平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$ ……………………………………………………（6 分）

（2）由于 $AB\perp BD$，$PB\perp BD$

所以二面角 $P-BD-A$ 的平面角为 $\angle PBA$，即 $\angle PBA=120^0$ ……………………（7 分）

在平面 PAB 内过点 B 作 AB 的垂线，交 AP 于 F

由平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，得 $BF\perp$ 平面 $ABCD$

以 B 为坐标原点，$\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BF}$ 为 x,y,z 轴正方向

建立如图所示的空间直角坐标系 $B-xyz$

则 $B(0,0,0), D(0,\sqrt{3},0), C(-1,\sqrt{3},0)$，$P(-\dfrac{1}{2},0,\dfrac{\sqrt{3}}{2})$ ……………………………（9 分）

设平面 PBC 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，由于 $\overrightarrow{BC}=(-1,\sqrt{3},0)$，$\overrightarrow{BP}=(-\dfrac{1}{2},0,\dfrac{\sqrt{3}}{2})$

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BP}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}-x+\sqrt{3}y=0\\ -\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}z=0\end{cases}$，令 $x=\sqrt{3}$，则 $y=z=1$

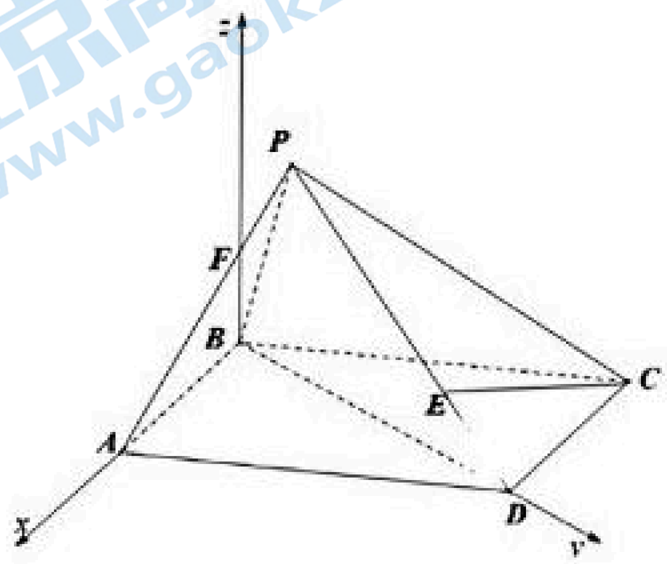
所以$\vec{n}=(\sqrt{3},1,1)$ ……………………………………………………………………………（11 分）

设直线CE与平面PBC所成角为θ

$\because \overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CP}+\overrightarrow{PE}=\overrightarrow{CP}+\frac{2}{3}\overrightarrow{PD}=(\frac{5}{6},-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{6})$

$\therefore \sin\theta=|\cos<\overrightarrow{CE},\vec{n}>|=\frac{|\overrightarrow{CE}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{CE}|\ \ |\vec{n}|}=\frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{5}\sqrt{\frac{25}{36}+\frac{1}{3}+\frac{3}{36}}}=\frac{\sqrt{6}}{5}$

因此直线CE与平面PBC所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{6}}{5}$. ……………………………………………（15 分）



17．某产品的尺寸与标准尺寸的误差绝对值不超过 4mm 就视为合格品，否则视为不合格品. 假设误差服从正态分布且每件产品是否为合格品相互独立. 现随机抽取 100 件产品，误差的样本均值为 0，样本方差为 4. 用样本估计总体.

（1）试估计 100 件产品中不合格品的件数(精确到 1)；

（2）在（1）的条件下，现出售随机包装的 100 箱该产品，每箱均有 100 件产品. 收货方对每箱中产品均不放回地随机抽取进行检验且箱与箱之间检验相互独立. 每箱按以下规则判断是否接受一箱产品：如果抽检的第 1 件产品为不合格，则拒绝整箱产品；如果抽检的第 1 件产品合格，则再抽 1 件，如果抽检的第 2 件产品合格，则接受整箱产品，否则拒绝整箱产品. 若整箱产品通过检验后生产方获利 1000 元；整箱产品被拒绝，则亏损 89 元，求该 100 箱产品利润的期望值.

附：若随机变量Z服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma\le Z\le\mu+\sigma)\approx 0.6827$,

$P(\mu-2\sigma\le Z\le\mu+2\sigma)\approx 0.9545$, $P(\mu-3\sigma\le Z\le\mu+3\sigma)\approx 0.9973$.

【解析】(1) 分别用样本均值和样本标准差估计正态分布的参数μ和σ，得产品的尺寸误差$X\sim N(0,2^2)$，$P(|x|\le 4)=P(\mu-2\sigma\leqslant Z\leqslant\mu+2\sigma)\approx 0.9545$，因此估计这批产品的合格率为95.45%.

因此样本的不合格品率为$1-0.9545=0.0455$，

所以估计 100 件产品中有$100\times 0.0455=4.55\approx 5$件不合格品. ……………………………………(6 分)

（2）方法一：设$A_1=$“抽检的第 1 件产品不合格”，$A_2=$“抽检的第 2 件产品不合格”，则一箱产品被拒绝的事件为$A_1\cup(\overline{A_1}A_2)$.

因此$P(A_1\cup(\overline{A_1}A_2))=P(A_1)+P(\overline{A_1}A_2)=P(A_1)+P(\overline{A_1})P(A_2|\overline{A_1})$

$=\frac{5}{100}+\frac{95}{100}\times\frac{5}{99}=\frac{97}{990}$. ……………………………………………………………(10分)

设100箱产品通过检验的箱数为Z，则$Z\sim B(100,\frac{893}{990})$.

所以100箱利润$W=1000Z+(-89)(100-Z)=1089Z-8900$

因此平均利润$E(W)=E(1089Z-8900)=1089E(Z)-8900=1089\times100\times\frac{893}{990}-8900$

$=89330$（元）. ……………………………………………………………(15分)

方法二：记一个整箱产品被拒绝为事件A，则$P(A)=1-\frac{C_{95}^2}{C_{100}^2}=\frac{97}{990}$ ……………………………………(10分)

设整箱产品的利润为随机变量ξ，则$P(\xi=-89)=\frac{97}{990}$，$P(\xi=1000)=1-\frac{97}{990}=\frac{893}{990}$

所以$E(\xi)=-89\times\frac{97}{990}+1000\times\frac{893}{990}=\frac{884367}{990}$

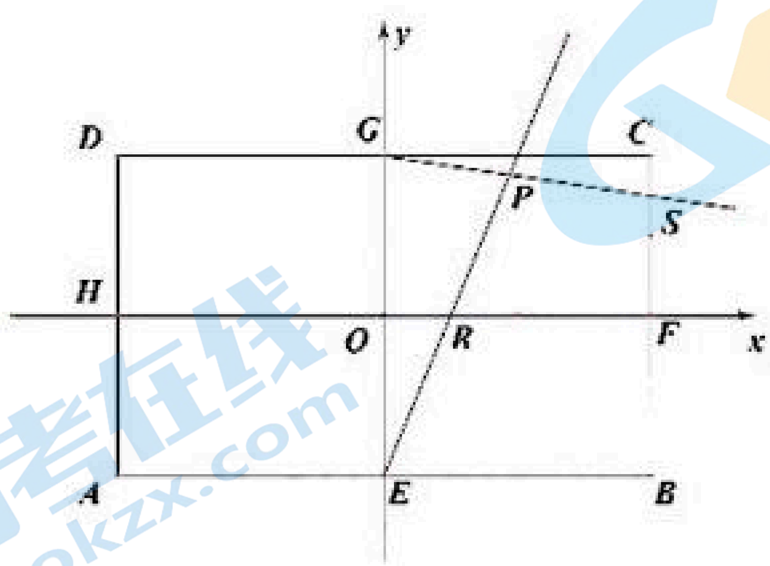
设100箱该产品的利润为随机变量X，则$X=100\xi$

所以$E(X)=E(100\xi)=100E(\xi)=89330$（元）. ……………………………………………………(15分)

18. 已知矩形$ABCD$中，$AB=2\sqrt{6},BC=2\sqrt{2}$，$E,F,G,H$分别是矩形四条边的中点，以矩形中心$O$为原点，$HF$所在直线为$x$轴，$EG$所在直线为$y$轴，如图建立平面直角坐标系．直线$HF$、$BC$上的动点$R,S$满足$\overrightarrow{OR}=\lambda\overrightarrow{OF},\overrightarrow{CS}=\lambda\overrightarrow{CF}(\lambda\in\mathbf{R})$.

(1)求直线ER与直线GS交点P的轨迹方程；

(2) 当$\lambda=-\frac{\sqrt{6}}{3}$时，过点$R$的直线$m$（与$x$轴不重合）和点$P$的轨迹交于$M,N$两点，过点$N$作直线$l:x=-3$的垂线，垂足为点$Q$．设直线$MQ$与$x$轴交于点$K$，求$\Delta KMN$面积的最大值.



【解析】(1) 设点$P(x,y)$，$R(x_R,0)$，$S(\sqrt{6},y_S)$

由$\overrightarrow{OR}=\lambda\overrightarrow{OF}$得$x_R=\sqrt{6}\lambda$，即$R(\sqrt{6}\lambda,0)$

由$\overrightarrow{CS}=\lambda\overrightarrow{CF}$得$y_S=\sqrt{2}(1-\lambda)$，即$S(\sqrt{6},\sqrt{2}(1-\lambda))$

当$\lambda\neq0$时，直线$ER:y=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}\lambda}x-\sqrt{2}$ ①

直线GS：$y=\frac{-\sqrt{2}\lambda}{\sqrt{6}}x+\sqrt{2}$　　②

由①②消去参数λ得$(y+\sqrt{2})(y-\sqrt{2})=-\frac{1}{3}x^2$

即$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1(x\neq 0)$；

当$\lambda=0$时，得交点$P(0,\sqrt{2})$；

综上：直线ER与直线GS交点P的轨迹方程：$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$(不含点$(0,-\sqrt{2})$) ……………………(6分)

(2) 当$\lambda=-\frac{\sqrt{6}}{3}$时，点$R(-2,0)$，过点$R$的直线$m$可设为$x=ty-2(t\neq-\sqrt{2})$

代入$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$得$(ty-2)^2+3y^2=6$

即$(t^2+3)y^2-4ty-2=0$

设$M(x_1,y_1),N(x_1,y_2)$

则$y_1+y_2=\frac{4t}{t^2+3},y_1y_2=\frac{-2}{t^2+3}$

由题得$Q(-3,y_2)$

则直线MQ：$y-y_2=\frac{y_1-y_2}{x_1+3}(x+3)$

所以令$y=0$

得$x_k=\frac{-y_2(x_1+3)}{y_1-y_2}-3=\frac{-y_2x_1-3y_1}{y_1-y_2}$ ……………………(8分)

又因为$x_1=ty_1-2,2ty_1y_2=-(y_1+y_2)$，代入上式得：

$$x_k=\frac{-y_2(ty_1-2)-3y_1}{y_1-y_2}=\frac{-ty_1y_2+2y_2-3y_1}{y_1-y_2}=\frac{\frac{1}{2}(y_1+y_2)+2y_2-3y_1}{y_1-y_2}$$

$$=\frac{-\frac{5}{2}y_1+\frac{5}{2}y_2}{y_1-y_2}=-\frac{5}{2}$$

所以直线MQ过定点$K(-\frac{5}{2},0)$ ……………………(12分)

由于$S_{\triangle KMN}=\frac{1}{2}|KR||y_1-y_2|=\frac{1}{2}\left|-2+\frac{5}{2}\right||y_1-y_2|=\frac{1}{4}|y_1-y_2|$

而$|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\sqrt{(\frac{4t}{t^2+3})^2+\frac{8}{t^2+3}}=2\sqrt{6}\sqrt{\frac{t^2+1}{(t^2+3)^2}}$ ……………………(14分)

令$n=t^2+1(n\geq 1)$

$|y_1-y_2|=2\sqrt{6}\sqrt{\frac{n}{n^2+4n+4}}=2\sqrt{6}\sqrt{\frac{1}{n+\frac{4}{n}+4}}$

$\le 2\sqrt{6}\sqrt{\frac{1}{2\sqrt{4}+4}}=\sqrt{3}$

当且仅当 $n=2$，也即 $t=\pm 1$ 等号成立

此时 $S_{\Delta KMN}=\frac{\sqrt{3}}{4}$

所以 ΔKMN 面积的最大值为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ……………………………………………………（17 分）

19．已知函数 $f(x)=(x-a)e^x-x, a\in R$，$f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数.

（1）证明：$f'(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有唯一零点 x_0；

（2）设函数 $g(x)=(x^2-ax+1)e^x-(\frac{1}{2}x^2+x+1)$.

①当 $a\in\left[\frac{e-4}{2},+\infty\right)$ 时，求函数 $g(x)$ 的单调区间；

②当 $a\in(-\infty,\frac{e-4}{2})$ 时，讨论函数 $g(x)$ 零点的个数.

【解析】（1）$f'(x)=(x-a+1)e^x-1$

由 $f'(x)=0$ 得，$x-a+1-\frac{1}{e^x}=0$

令 $h(x)=x-a+1-\frac{1}{e^x}$，则 $h'(x)=1+\frac{1}{e^x}>0$

所以 $h(x)$ 为 R 上的增函数

又 $h(a-1)=-\frac{1}{e^{a-1}}<0$

若 $a\ge 0$，由于 $a+1>a-1$ 且 $h(a+1)=2-\frac{1}{e^{a+1}}>0$

若 $a<0$，由于 $-a>a-1$ 且 $h(-a)=1-2a-\frac{1}{e^{-a}}=(1-\frac{1}{e^{-a}})-2a>0$

综上：存在唯一零点 $x_0\in(-\infty,+\infty)$，使得 $h(x_0)=0$

即 $f'(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有唯一零点 x_0. ……………………………………………（5 分）

（2）$g'(x)=(x+1)(x-a+1)e^x-(x+1)$

$=(x+1)(x-a+1-\frac{1}{e^x})e^x$

①由（1）知，$h(x)=x-a+1-\frac{1}{e^x}$ 有唯一零点 x_0 且为增函数，所以 $g'(x)=0$ 的根为 $-1,x_0$

又 $h(-1)=-a-e\le -e-\frac{e-4}{2}=-\frac{3e-4}{2}<0$，则 $x_0>-1$

所以由 $g'(x)>0$ 得 $x<-1$ 或 $x>x_0$；由 $g'(x)>0$ 得 $-1<x<x_0$

所以函数 $g(x)$ 的递增区间是 $(-\infty,-1),(x_0,+\infty)$；递减区间是 $(-1,x_0)$ ……………………（9 分）

②由 $g(0)=0$ 得 0 是函数 $g(x)$ 的一个零点.

（i）若 $-e<a<\frac{e-4}{2}$，由①同理可得 $x_0>-1$

当 $x\in(-\infty,-1)$ 时， $g'(x)>0$，则 $g(x)$ 单调递增

当 $x\in(-1,x_0)$ 时， $g'(x)<0$，则 $g(x)$ 单调递减

当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时， $g'(x)>0$，则 $g(x)$ 单调递增

又因为 $g(x)_{极大值}=g(-1)=\dfrac{2a+4-e}{2e}<0$

所以 $g(x)$ 仅有一个零点 0；

（ii）若 $a=-e$，则 $h(-1)=-1+e+1-e=0$，即 $x_0=-1$

则 $g'(x)\ge 0$，所以 $x\in(-\infty,+\infty)$时，$g(x)$单调递增.

所以 $g(x)$ 仅有一个零点 0 ；

（iii）若 $a<-e$，则 $h(-1)=-a-e>0$，所以 $x_0<-1$

当 $x\in(-\infty,x_0)$ 时， $g'(x)>0$，则 $g(x)$ 单调递增

当 $x\in(x_0,-1)$ 时， $g'(x)<0$，则 $g(x)$ 单调递减

当 $x\in(-1,+\infty)$ 时， $g'(x)>0$，则 $g(x)$ 单调递增

所以 $g(x)_{极大值}=g(x_0)=(x_0^2-ax_0+1)e^{x_0}-(\frac{1}{2}x_0^2+x_0+1)<(x_0^2+ex_0+1)e^{x_0}-(\frac{1}{2}x_0^2+x_0+1)$

因为 $x_0<-1$，所以 $\frac{1}{2}x_0^2+x_0+1>\frac{1}{2}(-1)^2+(-1)+1=\frac{1}{2}>0$

当 $x_0^2+ex_0+1<0$ 时，$(x_0^2+ex_0+1)e^{x_0}-(\frac{1}{2}x_0^2+x_0+1)<0$

当 $x_0^2+ex_0+1>0$ 时，$(x_0^2+ex_0+1)e^{x_0}-(\frac{1}{2}x_0^2+x_0+1)<(x_0^2+ex_0+1)\frac{1}{e}-(\frac{1}{2}x_0^2+x_0+1)$

$<\frac{1}{2}(x_0^2+ex_0+1)-\frac{1}{2}x_0^2-x_0-1=(\frac{e}{2}-1)x_0-\frac{1}{2}<0$

所以 $g(x)$ 仅有一个零点 0.

综上：当 $a\in(-\infty,\frac{e-4}{2})$ 时，函数 $g(x)$ 仅有一个零点 0. ………………………………………… (17 分)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

微信搜一搜

京考一点通