

2021 北京二中高一（下）期末

数 学

选择性必修I

命题人：_____ 审核人：_____ 得分：_____

一、选择题(共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分，选出符合题目要求的一项)

1. 已知复数 $z = 1 + 2i$ (i 为复数单位)，则 z 在复平面内对应的点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 不共线， $\vec{c} = k\vec{a} + \vec{b}, \vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ ，如果 $\vec{c} \parallel \vec{d}$ ，那么

- A. $k = 1$ 且 $\vec{c}$ 与 $\vec{d}$ 同向 B. $k = 1$ 且 $\vec{c}$ 与 $\vec{d}$ 反向
C. $k = -1$ 且 $\vec{c}$ 与 $\vec{d}$ 同向 D. $k = -1$ 且 $\vec{c}$ 与 $\vec{d}$ 反向

3. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 2x - my = 0$ 上任意一点 M 关于直线 $y = x$ 的对称点 N 也在圆上，则 m 的值为

- A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

4. 在 $\triangle ABC$ 中 $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对应的边长分别为 a, b, c ，如果 $a \cos B = b \cos A$ ，那么 $\triangle ABC$ 一定是

- A. 锐角三角形 B. 钝角三角形 C. 直角三角形 D. 等腰三角形

5. 当 P 在圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上变动时，它与定点 $Q(-3, 0)$ 的连线 PQ 的中点的轨迹方程是

- A. $(x+3)^2 + y^2 = 4$ B. $(x-3)^2 + y^2 = 1$
C. $(2x+3)^2 + 4y^2 = 1$ D. $(2x-3)^2 + 4y^2 = 1$

6. 复数 z 满足 $(z-3)(2-i) = 5$ (i 为复数单位)。则 z 的共轭复数 $\bar{z}$ 为

- A. $2+i$ B. $2-i$ C. $5+i$ D. $5-i$

7. 已知 a, b 是两条不重合的直线， α, β 是两个不重合的平面，下列命题中正确的是

- A. $a \perp \alpha, b \parallel \alpha$ ，则 $a \perp b$ B. $a, b \subset \alpha, a \parallel \beta, b \parallel \beta$ ，则 $\alpha \parallel \beta$
C. $a \parallel b, b \parallel \alpha$ ，则 $a \parallel \alpha$ D. 当 $a \subset \alpha$ ，且 $b \not\subset \alpha$ 时，若 $b \parallel \alpha$ ，则 $a \parallel b$

8. 设 $a \in R$ 则 " $a = -2$ " 是直线 $l_1: ax + 2y - 1 = 0$ 与直线 $l_2: x + (a+1)y - 1 = 0$ 平行的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 平面向量 $\vec{a} = (1, 2), \vec{b} = (4, 2), \vec{c} = m\vec{a} + \vec{b} (m \in R)$ ，且 $\vec{c}$ 与 $\vec{a}$ 的夹角等于 $\vec{c}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角，则 $m =$

A.-2

B.-1

C.1

D.2

10 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 6x - 8y + 24 = 0$ 和两点 $A(-t, 0)$, $B(t, 0) (t > 0)$, 若圆 C 上总存在点 P , 使得 $|PA|^2 + |PB|^2 = |AB|^2$, 则实数 t 的取值范围是

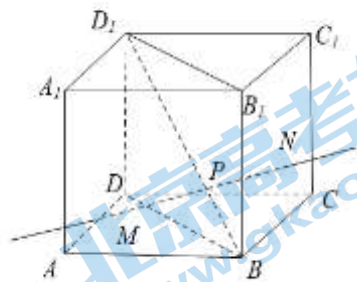
A. [6, 8]

B. [5, 7]

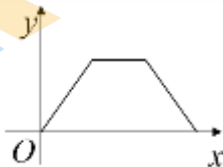
C. [4, 6]

D. [3, 5]

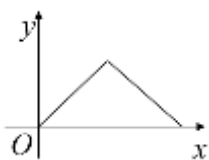
11. 如图, 动点 P 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的对角线 BD_1 上. 过点 P 作垂直于平面 BB_1D_1D 的直线, 与正方体表面相交于 M 、 N . 设 $BP = x$, $MN = y$, 则函数 $y = f(x)$ 的图像大致是



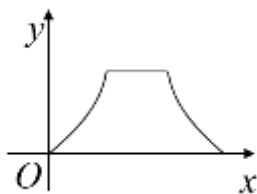
A.



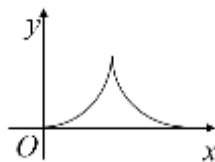
B.



C.



D.



12. 设直线系 $M: x \cos \theta + (y - 2) \sin \theta = 1 (0 \leq \theta \leq 2\pi)$, 对于下列四个命题:

(1) M 中所有直线均经过一个定点;

(2) 存在定点 P 不在 M 中的任一条直线上;

(3) 对于任意整数 $n (n \geq 3)$, 存在正 n 边形, 其所有边均在 M 中的直线上;

(4) M 中的直线所能围成的正三角形面积都相等.

其中真命题的个数

A.1

B.2

C.3

D.4

二、填空题(共 7 小题, 每小题 5 分, 共 35 分)

13. 复数 $z = 1 + \sqrt{3}i$ (i 为复数单位), 则 $|z| =$ _____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, M 是 BC 的中点, $AM = 1$, 点 P 在 AM 上且满足 $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PM}$, 则

$$\overrightarrow{PA} \cdot (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $b = 5, \angle B = \frac{\pi}{4}, \tan A = 2$, 则 $\sin A = \underline{\hspace{2cm}}; a = \underline{\hspace{2cm}}$.

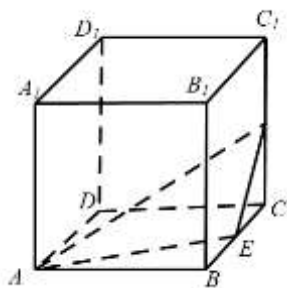
16. 过点 $(2, 0)$ 与圆 $A: x^2 + y^2 - 2x - 2\sqrt{3}y + 3 = 0$ 相切的直线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 直线 $l: y = kx + 1$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 相交于 A, B 两点, 当 $\triangle AOB$ 的面积达到最大值时, $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 如图, 在棱长为 4 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F 分别是棱 BC, CC_1 的中点, P 是侧面 BCC_1B_1 内一点, 若 $A_1P \parallel$ 平面 AEF , 则线段 A_1P 的长度取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

19. 若四面体 $ABCD$ 的三组对棱分别相等, 即 $AB = CD, AC = BD, AD = BC$, 则 $\underline{\hspace{2cm}}$. (写出所有正确结论的编号)

- ①四面体 $ABCD$ 每组对棱相互垂直;
- ②四面体 $ABCD$ 每个面的面积相等;
- ③从四面体 $ABCD$ 每个顶点出发的三条棱两两夹角之和大于 90° 而小于 180° ;
- ④连接四面体 $ABCD$ 每组对棱中点的线段互垂直平分;
- ⑤从四面体 $ABCD$ 每个顶点出发的三条棱的长可作为一个三角形的三边长.



三、解答题(共 5 小题, 共 67 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程)

20. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 对边的边长分别为 a, b, c , 已知 $c = 2, C = \frac{\pi}{3}$.

(1) 若 $\triangle ABC$ 的面积等于 $\sqrt{3}$, 求 a, b ;

(2) 若 $\sin C + \sin(B - A) = 2\sin 2A$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

21.(本小题满分 13 分)

已知直线 l 的方程为 $2x - y + 1 = 0$

(1)求过点 $A(3, 2)$ ，且与直线 l 垂直的直线 l_1 的方程；

(2)求与直线 l 平行，且到点 $P(3, 0)$ 的距离等于 $\sqrt{5}$ 的直线 l_2 的方程。

22.(本小题满分 14 分)

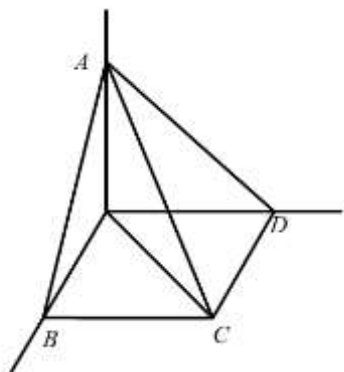
如图，棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是矩形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $PA = AD = 2, BD = 2\sqrt{2}$.

(1)求证： $BD \perp$ 平面 PAC ；

(2)求平面 PBD 与平面 PCD 夹角的余弦值；

(3)在线段 PD 上是否存在一点 Q ，使 CQ 与平面 PBD 所成角的正弦值为 $\frac{2\sqrt{6}}{9}$ ，若存在，指出点 Q 的位置；若

不存在，说明理由.

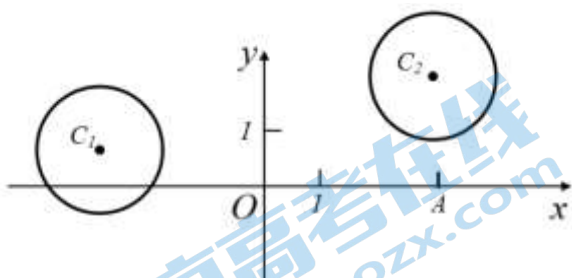


23.(本小题满分 14 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知圆 $C_1: (x+3)^2 + (y-1)^2 = 4$ 和圆 $C_2: (x-4)^2 + (y-5)^2 = 4$.

(1)若直线 l 过点 $A(4,0)$, 且被圆 C_1 截得的弦长为 $2\sqrt{3}$, 求直线 l 的方程;

(2)设 P 为平面上的点, 满足: 存在过点 P 的无穷多对互相垂直的直线 l_1 和 l_2 , 他们分别与圆 C_1 和圆 C_2 相交, 且直线 l_1 被圆 C_1 截得的弦长与直线 l_2 被圆 C_2 截得的弦长相等, 试求所有满足条件的点 P 的坐标.



24. (本小题满分 14 分)

已知集合 $M = \{1, 2, 3, \dots, n\} (n \in \mathbf{N}^*)$, 若集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\} \subseteq M (m \in \mathbf{N}^*)$, 且对于任意的 $b \in M$, 存在 $a_i, a_j \in A (1 \leq i < j \leq m)$, 使得 $b = \lambda_1 a_i + \lambda_2 a_j$ (其中 $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-1, 0, 1\}$), 则称集合 A 为集合 M 的一个 m 元基底.

(1)分别判断下列集合 A 是否为集合 M 的一个二元基底.并说明理由;

① $A = \{1, 5\}, M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; ② $A = \{2, 3\}, M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

(2)若集合 A 是集合 M 的一个 m 元基底, 证明: $m(m+1) \geq n$;

(3)若集合 A 为集合 $M = \{1, 2, 3, \dots, 19\}$ 的一个 m 元基底, 求出 m 的最小可能值, 并列当 m 取最小值时 M 的一个基底 A .

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯