

人大附中 2018~2019 学年度第一学期高二年级期中数学练习

2018 年 11 月 7 日

制卷人：侯立伟 李岩 审卷人：梁丽平

说明：本试卷分 I 卷和 II 卷，I 卷 17 道题，共 100 分，作为模块成绩；II 卷 6 道题，共 50 分；考试时间 120 分钟。

第 I 卷（共 17 题，满分 100 分）

一、选择题（共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分，在每道小题给出的四个备选答案中，只有一个是符合题目要求的，请把所选答案前的字母按规定要求填涂在“机读答题卡”的相应位置上。）

1. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 25$ ，那么 $a_3 =$

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

2. 命题 “ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, 10^{x_0} \leq 0$ ” 的否定是

- A. 不存在 $x_0 \in \mathbb{R}, 10^{x_0} > 0$ B. 存在 $x_0 \in \mathbb{R}, 10^{x_0} \geq 0$

C. 对 $\forall x \in \mathbb{R}, 10^x \leq 0$

D. 对 $\forall x \in \mathbb{R}, 10^x > 0$

3. 已知 a, b 为非零实数，且 $a < b$ ，则下列命题成立的是

- A. $a^2 < b^2$ B. $a^2 b < ab^2$ C. $\frac{1}{ab^2} < \frac{1}{a^2 b}$ D. $\frac{b}{a} < \frac{a}{b}$

4. 在下列函数中最小值是 2 的函数为

A. $y = 5^x + 5^{-x}, (x \in \mathbb{R})$

B. $y = \lg x + \frac{1}{\lg x} (1 < x < 10)$

C. $y = \frac{x}{3} + \frac{3}{x} (x \in \mathbb{R}, \text{且 } x \neq 0)$

D. $y = \sin x + \frac{1}{\sin x} (0 < x < \frac{\pi}{2})$

5. 《九章算术》中“竹九节”问题：现有一根 9 节的竹子，自上而下各节的容积成等比数列。

上面 3 节的容积共 2 升，下面 3 节的容积共 128 升，则第 5 节的容积为

A. 3 升 B. $\frac{31}{6}$ 升 C. 4 升

D. $\frac{32}{7}$ 升

6. 已知等比数列 $\{a_n\}$, 则下面对任意非零自然数 k 都成立的是

A. $a_k \cdot a_{k+1} > 0$

B. $a_k \cdot a_{k+2} > 0$

C. $a_k \cdot a_{k+1} \cdot a_{k+2} > 0$

D. $a_k \cdot a_{k+2} \cdot a_{k+4} > 0$

7. 双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{m} = 1$ 的离心率大于 $\sqrt{2}$ 的充分必要条件是

A. $m > \frac{1}{2}$

B. $m \geq 1$

C. $m > 1$

D. $m > 2$

高二数学期中试题 第1页 共4页

8. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$, 对于任意实数 k , 下列直线被椭圆 E 所截弦长与 $l: y = kx + 1$ 被椭圆 E 所截得的弦长不可能相等的是

A. $kx + y + k = 0$ $y = -kx - k$

B. $kx - y - 1 = 0$ $-y = -kx + 1$ $y = kx - 1$

C. $kx + y - k = 0$ $y = -kx + k$

D. $kx + y - 2 = 0$ $y = -kx + 2$

二、填空题 (本大题共6小题, 每小题5分, 共30分. 请把结果填在答题纸中.)

9. 不等式 $x^2 - x < 2$ 的解为 $(-1, 2) \cup (2, +\infty)$

10. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 其前 n 项和为 S_n . 若 $a_1 = 1$, $a_3 = 4$, 则 $a_n = a_1 \cdot q^{n-1} =$

11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$, 则双曲线 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$; 点 $(2, 0)$ 到其渐近线的距离

是 $\frac{2}{\sqrt{5}}$

$c^2 = a^2 + b^2 = 4 + 1 = 5$ $c = \sqrt{5}$ $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

12. 已知数列 $\{a_n\}$, $a_{n+1} = a_n + 2$, $a_1 = 1$.

$a_n - a_{n-1} = 2$

(1) $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = a_1 + d(n-1) = 1 + 2(n-1) = 1 + 2n - 2 = 2n - 1$

(2) 数列 $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 $\frac{18}{37}$, 则 $n =$

$a_2 = 3$
 $a_3 = 5$ $a_5 = 9$
 $a_6 = 11$
 $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} = \frac{18}{37}$

13. 过椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的焦点且垂直于 x 轴的直线 l 被椭圆截得的弦长是 $\frac{4}{3}$

14. 已知数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_{n+1} - a_n$ (其中 $n = 1, 2, 3, \dots$), $a_1 = 1$.

若 $b_{n+1} b_{n-1} = b_n$ ($n \geq 2$), 且 $b_1 = 1, b_2 = 2$.

(1) 则 $b_{2018} =$

(2) 记 $c_n = a_{6n-1}$ ($n \geq 1$), 则数列 $\{c_n\}$ 的通项公式为

三、解答题（本大题共3小题，每题10分，共30分，解答应写出文字说明证明过程或演算步骤）

15.（本小题满分10分）

记关于 x 的不等式 $\frac{x-a}{x+1} < 0$ 的解集为 P ，函数 $f(x) = (\frac{1}{3})^x - 1$ ， $x \in [-1, 0]$ 的值域为 Q

(1) 若 $a=3$ ，求 P ；

(2) 若 $x \in P$ 是 $x \in Q$ 的必要不充分条件，求正数 a 的取值范围。

$$\frac{x-3}{x+1} < 0$$

$$x-3 < 0$$

高二数学期中试题 第2页 共4页

$$\frac{28}{17}$$

16.（本小题满分10分）

数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1=2$ ， $a_{n+1}=a_n+c \cdot 2^n$ （ c 是常数， $n=1,2,3,\dots$ ），

且 a_1, a_2, a_3 成公比不为1的等比数列。

(I) 求 c 的值； $c=1$ ， $a_{n+1}=a_n+c \cdot 2^n$

(II) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式。 $a_2 = 2+2c$
 $= a_n + 2^n$

$$a_n = a_{n-1} + 2^{n-1} \quad a_3 = a_{2+1} = 2+2c + 4c = 2+6c \quad (2+2c)^2 = 4$$

17.（本小题满分10分）

设 F_1, F_2 分别为椭圆 $E: x^2 + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < 1)$ 的左、右焦点，过 F_1 的直线 l 与 E 相交于

A, B 两点，且 $|AF_2|, |AB|, |BF_2|$ 成等差数列。

(1) 求 $|AB|$ ； $\frac{4}{3}$

(2) 若直线 l 的斜率为1，求 b 的值。



II卷 (共6道题, 满分50分)

(本卷所有答案直接写在答题纸上)

一、选择题 (本大题共4小题, 每小题6分, 共24分。请把所选答案前的字母按规定要求填涂在“机读答题卡”的相应位置上。)

18. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, “ $a_1 < a_3$ ”是“ $a_n < a_{n+1}$ ”的

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

19. 若 $a > 0, b > 0$, 且 $a \neq b$ 则

$\frac{a+b}{2} < \sqrt{ab} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$

$\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$

$\sqrt{ab} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} < \frac{a+b}{2}$

$\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} < \sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$

20. 点 P 是以 F_1, F_2 为焦点的双曲线 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ 上的一点, 且 $|PF_1| = 12$, 则 $|PF_2| =$

A. 2

B. 22

C. 2 或 22

D. 4 或 22

16. (本小题满分10分)

数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + c \cdot 2^n$ (c 是常数, $n = 1, 2, 3, \dots$),

且 a_1, a_2, a_3 成公比不为1的等比数列.

(I) 求 c 的值: $c = 1, a_{n+1} = a_n + c \cdot 2^n$

(II) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式: $a_2 = 2 + 2c$
 $= a_n + 2^n$

$a_n = a_{n-1} + 2^{n-1}$ $a_3 = a_{2+1} = 2 + 2c + 4c = 2 + 6c$ $(2+2c)^2 = 4$
 $4 + 8c + 4c^2 = 4$

17. (本小题满分10分)

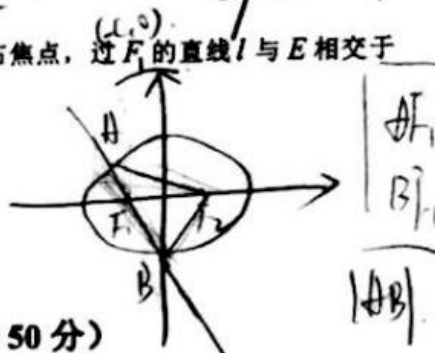
设 F_1, F_2 分别为椭圆 $E: x^2 + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < 1)$ 的左, 右焦点, 过 F_1 的直线 l 与 E 相交于

A, B 两点, 且 $|AF_2|, |AB|, |BF_2|$ 成等差数列.

(1) 求 $|AB|$:

$\frac{4}{3}$

(2) 若直线 l 的斜率为1, 求 b 的值.



II卷 (共6道题, 满分50分)

一、选择题（本大题共 4 小题，每小题 6 分，共 24 分。请把所选答案前的字母按规定要求填涂在“机读答题卡”的相应位置上。）

18. 等差数列 $\{a_n\}$ 中，“ $a_1 < a_3$ ”是“ $a_n < a_{n+1}$ ”的

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

19. 若 $a > 0, b > 0$ ，且 $a \neq b$ 则

$$\frac{a+b}{2} < \sqrt{ab} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

$$C. \sqrt{ab} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} < \frac{a+b}{2}$$

$$B. \sqrt{ab} < \frac{a+b}{2} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

$$D. \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} < \sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$$

20. 点 P 是以 F_1, F_2 为焦点的双曲线 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ 上的一点，且 $|PF_1| = 12$ ，则 $|PF_2| =$

A. 2

B. 22

C. 2 或 22

D. 4 或 22

21. 某房地产建筑公司在挖掘地基时，出土了一个宋代小文物，该文物外面是红色透明蓝田

玉材质，里面是一个球形绿色水晶宝珠，其轴截面（如图）由半椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (x \geq 0)$

与半椭圆 $C_2: \frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (x < 0)$ （其中 $a^2 = b^2 + c^2, a > b > c > 0$ ）组成。 F_0 是椭圆 C_1 的右

焦点， F_1, F_2 是椭圆 C_2 的焦点， A_1, A_2 和 B_1, B_2 是轴截面与 x, y 轴交点，阴影部分是宝珠

轴截面，若球形绿色水晶宝珠的半径为 2， F_1, F_2 在宝珠球面上， $\triangle F_0 F_1 F_2$ 是等边三角形，

给出以下四个命题：

①椭圆 C_1 的离心率为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$ ；

②椭圆 C_2 的离心率为 $\frac{1}{4}$ ；

③ $a^2 - b^2 = 12$ ；

④椭圆 C_2 的长、短轴之比大于椭圆 C_1 的长、短轴之比。

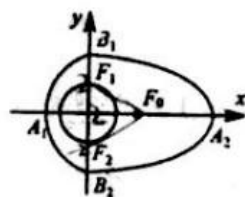
其中是真命题的个数是

A. 1

B. 2

C. 3

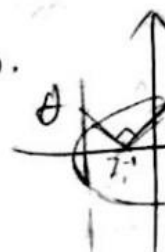
D. 4



二、解答题 (本大题共 2 小题, 满分 26 分. 请把结果填在答题纸中.)

22. (本小题满分 13 分)

已知 F_1, F_2 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点. 设动点 $A(-2, m), B(2, n)$,
($m > 0, n > 0$), 且 $AF_1 \perp BF_1$. 4-3 $c=1$



(I) 证明: $mn=3$;

(II) 求点 F_1, F_2 到直线 AB 距离之和的最小值;

(III) 判断直线 AB 和椭圆 C 的位置关系. (只要求写出结论, 不要求证明)

23. (本小题满分 13 分)

已知含有 n 个元素的正整数集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ($a_1 < a_2 < \dots < a_n, n \geq 3$) 具有性质 P : 对任意不大于 $S(A)$ (其中 $S(A) = a_1 + a_2 + \dots + a_n$) 的正整数 k , 存在数集 A 的一个子集, 使得该子集所有元素的和等于 k .

(I) 写出 a_1, a_2 的值;

(II) 证明: “ $a_1, a_2, \dots, a_n$ 成等差数列” 的充要条件是 “ $S(A) = \frac{n(n+1)}{2} n$ ”;

(III) 若 $S(A) = 2017$, 求当 n 取最小值时, a_n 的最大值.

高二数学期中试题 第 4 页 共 4 页

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生, 助力千万学子, 圆梦高考。

目前, 北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵, 关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信: bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980