2020 北京怀柔高三二模

数　　学

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. （5 分）已知集合 $A=\{0，1\}$，$B=\{0，1，2\}$，则满足 $A\cup C=B$ 的集合 C 的个数为（　　）

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

2. （5 分）设递增的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，已知 $S_4=\frac{40}{3}$，$3a_4-10a_3+3a_2=0$，则 $a_4=$（　　）

A. 9　　B. 27　　C. 81　　D. $\frac{8}{3}$

3. （5 分）已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$n(a_{n+1}-a_n)=a_n+1$，$n\in N^*$，若对于任意的 $a\in[-2，2]$，不等式 $\frac{a_{n+1}}{n+1}<2t^2+at-1$（$n\in N^*$）恒成立，则实数 t 的取值范围为（　　）

A. $(-\infty，-2]\cup[1，+\infty)$　　B. $(-\infty，-2]\cup[2，+\infty)$

C. $(-\infty，-1]\cup[2，+\infty)$　　D. $[-2，2]$

4. （5 分）要排出高三某班一天中，语文、数学、英语各 2 节，自习课 1 节的功课表，其中上午 5 节，下午 2 节，若要求 2 节语文课必须相邻且 2 节数学课也必须相邻（注意：上午第五节和下午第一节不算相邻），则不同的排法种数是（　　）

A. 84　　B. 54　　C. 42　　D. 18

5. （5 分）已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 和偶函数 $g(x)$ 满足 $f(x)+g(x)=a^x-a^{-x}+2$（$a>0$ 且 $a\neq1$），若 $g(2)=a$，则函数 $f(x^2+2x)$ 的单调递增区间为（　　）

A. $(-1，1)$　　B. $(-\infty，1)$　　C. $(1，+\infty)$　　D. $(-1，+\infty)$

6. （5 分）已知函数 $f(x)=x^2+bx+c$，其中 $0\leqslant b\leqslant4$，$0\leqslant c\leqslant4$，记函数 $f(x)$ 满足条件 $\begin{cases}f(2)\leqslant12\\f(-2)\leqslant4\end{cases}$ 为事件 A，则事件 A 发生的概率为（　　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{5}{8}$　　C. $\frac{3}{8}$　　D. $\frac{1}{2}$

7. （5 分）M 是抛物线 $y^2=4x$ 上一点，N 是圆 $(x-1)^2+(y-2)^2=1$ 关于直线 $x-y-1=0$ 的对称圆上的一点，则 $|MN|$ 的最小值是（　　）

A. $\frac{\sqrt{11}}{2}-1$　　B. $\sqrt{3}-1$　　C. $2\sqrt{2}-1$　　D. $\frac{3}{2}$

8. （5 分）命题 p：存在实数 x_0，对任意实数 x，使得 $\sin(x+x_0)=-\sin x$ 恒成立：q：$\forall a>0$，$f(x)=ln\frac{a+x}{a-x}$为奇函数，则下列命题是真命题的是（　　）

A. $p\wedge q$　　B. $(\neg p)\vee(\neg q)$　　C. $p\wedge(\neg q)$　　D. $(\neg p)\wedge q$

9. （5 分）“$a\leqslant 0$”是“函数 $f(x)=|(ax-1)x|$在区间 $(0,+\infty)$ 内单调递增”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

10. （5 分）已知我市某居民小区户主人数和户主对户型结构的满意率分别如图 1 和如图 2 所示，为了解该小区户主对户型结构的满意程度，用分层抽样的方法抽取 30%的户主进行调查，则样本容量和抽取的户主对四居室满意的人数分别为（　　）

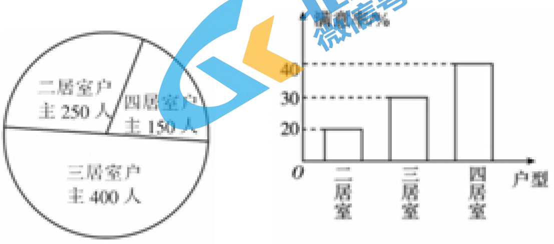


图 1　　图 2

A. 240，18　　B. 200，20　　C. 240，20　　D. 200，18

11. （5 分）复数 $z=\frac{i}{1+2i}$的共轭复数在复平面内所对应的点位于（　　）

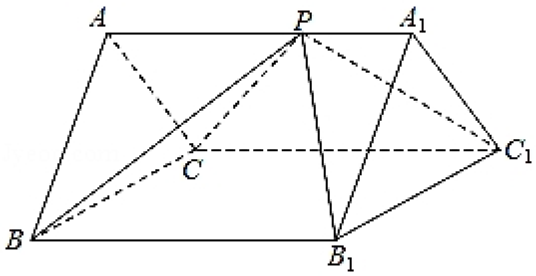
A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

12. （5 分）已知数列$\{a_n\}$对任意的 $n\in N^*$有 $a_{n+1}=a_n-\frac{1}{n(n+1)}+1$ 成立，若 $a_1=1$，则 a_{10} 等于（　　）

A. $\frac{101}{10}$　　B. $\frac{91}{10}$　　C. $\frac{111}{11}$　　D. $\frac{122}{11}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. （5 分）若正三棱柱 $ABCA_1B_1C_1$ 的所有棱长均为 2，点 P 为侧棱 AA_1 上任意一点，则四棱锥 $PBCC_1B_1$ 的体积为_______.



14. （5 分）设等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_1-a_2=2$，$a_2-a_3=6$，则 $S_4=$________.

15. （5 分）在（$\sqrt{x}+\frac{1}{x}$）^{n}的展开式中，各项系数之和为 64，则展开式中的常数项为________.

16. （5 分）在一次医疗救助活动中，需要从 A 医院某科室的 6 名男医生、4 名女医生中分别抽调 3 名男医生、2 名女医生，且男医生中唯一的主任医师必须参加，则不同的选派案共有________种．（用数字作答）

三、解答题：共 70 分。解答应写成文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 为践行“绿水青山就是金山银山”的发展理念和提高生态环境的保护意识，高二年级准备成立一个环境保护兴趣小组．该年级理科班有男生 400 人，女生 200 人；文科班有男生 100 人，女生 300 人．现按男、女用分层抽样从理科生中抽取 6 人，按男、女分层抽样从文科生中抽取 4 人，组成环境保护兴趣小组，再从这 10 人的兴趣小组中抽出 4 人参加学校的环保知识竞赛．

（1）设事件 A 为“选出的这 4 个人中要求有两个男生两个女生，而且这两个男生必须文、理科生都有”，求事件 A 发生的概率；

（2）用 X 表示抽取的 4 人中文科女生的人数，求 X 的分布列和数学期望．

[选修 4-5：不等式选讲]

18. 已知函数 $f(x)=|x|-|x-1|$.

（1）若 $f(x)\geq|m-1|$的解集非空，求实数 m 的取值范围；

（2）若正数 x，y 满足 $x^2+y^2=M$，M 为（1）中 m 可取到的最大值，求证：$x+y\geq 2xy$.

19. 在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且满足 $b\cos A-\sqrt{3}a\sin B=0$.

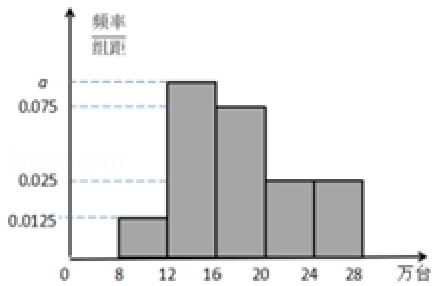
（1）求 A；

（2）已知 $a=2\sqrt{3}$，$B=\frac{\pi}{3}$，求△ABC 的面积.

20. 秉持“绿水青山就是金山银山”的生态文明发展理念，为推动新能源汽车产业迅速发展，有必要调查研究新能源汽车市场的生产与销售．下图是我国某地区 2016 年至 2019 年新能源汽车的销量（单位：万台）按季度（一年四个季度）统计制成的频率分布直方图．

（Ⅰ）求直方图中 a 的值，并估计销量的中位数；

（Ⅱ）请根据频率分布直方图估计新能源汽车平均每个季度的销售量（同一组数据用该组中间值代表），并以此预计 2020 年的销售量.



21．在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系；曲线 C_1 的普通方程为 $(x-1)^2+y^2=1$，曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\theta\\y=\sqrt{2}\sin\theta\end{cases}$（θ 为参数）.

（Ⅰ）求曲线 C_1 和 C_2 的极坐标方程.

（Ⅱ）设射线 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$（$\rho>0$）分别与曲线 C_1 和 C_2 相交于 A，B 两点，求 $|AB|$ 的值.

22．某机构组织的家庭教育活动上有一个游戏，每次由一个小孩与其一位家长参与，测试家长对小孩饮食习惯的了解程度．在每一轮游戏中，主持人给出 A，B，C，D 四种食物，要求小孩根据自己的喜爱程度对其排序，然后由家长猜测小孩的排序结果．设小孩对四种食物排除的序号依次为 x_A，x_B，x_C，x_D，家长猜测的序号依次为 y_A，y_B，y_C，y_D，其中 x_A，x_B，x_C，x_D 和 y_A，y_B，y_C，y_D 都是 1，2，3，4 四个数字的一种排列．定义随机变量 $X=(x_A-y_A)^2+(x_B-y_B)^2+(x_C-y_C)^2+(x_D-y_D)^2$，用 X 来衡量家长对小孩饮食习惯的了解程度.

（1）若参与游戏的家长对小孩的饮食习惯完全不了解.

（i）求他们在一轮游戏中，对四种食物排出的序号完全不同的概率；

（ii）求 X 的分布列（简要说明方法，不用写出详细计算过程）.

（2）若有一组小孩和家长进行来三轮游戏，三轮的结果都满足 $X<4$，请判断这位家长对小孩饮食习惯是否了解，说明理由.

23．已知二阶矩阵 $A=\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}$，矩阵 A 属于特征值 $\lambda_1=-1$ 的一个特征向量为 $\overrightarrow{\alpha_1}=\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}$，属于特征值 $\lambda_2=4$ 的一个特征向量为 $\overrightarrow{\alpha_2}=\begin{bmatrix}3\\2\end{bmatrix}$．求矩阵 A.

2020 北京怀柔高三二模数学

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．【分析】集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{0,1,2\}$，利用列举法能求出满足 $A\cup C=B$ 的集合 C 的个数．

【解答】解：∵集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{0,1,2\}$，

∴满足 $A\cup C=B$ 的集合 C 有：

$\{2\}$，$\{0,2\}$，$\{1,2\}$，$\{0,1,2\}$，共 4 个．

故选：A．

【点评】本题考查满足条件的集合个数的求法，考查并集定义等基础知识，是基础题．

2．【分析】根据题意，设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，若 $3a_4-10a_3+3a_2=0$，则 $3a_2q^2-10a_2q+3=0$，变形解可得 q 的值，由等比数列的前 n 项和公式可得 $S_4=\dfrac{a_1(1-q^4)}{1-q}=40a_1=\dfrac{40}{3}$，解可得 a_1 的值，由等比数列的通项公式计算可得答案．

【解答】解：根据题意，设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，

若 $3a_4-10a_3+3a_2=0$，则 $3a_2q^2-10a_2q+3a_2=0$，即有 $3q^2-10q+3=0$，

解可得 $q=3$ 或 $\dfrac{1}{3}$，

又由数列 $\{a_n\}$ 为递增的等比数列，则 $q=3$，

若 $S_4=\dfrac{40}{3}$，则 $S_4=\dfrac{a_1(1-q^4)}{1-q}=40a_1=\dfrac{40}{3}$，解可得 $a_1=\dfrac{1}{3}$，

则 $a_4=a_1q^3=9$，

故选：A．

【点评】本题考查等比数列的性质以及应用，注意求出等比数列的公比，属于基础题．

3. 【分析】由题意可得$\frac{a_{n+1}}{n+1}-\frac{a_n}{n}=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，运用裂项相消求和可得$\frac{a_{n+1}}{n+1}$，再由不等式恒成立问题可得 $2t^2+at-4\geqslant 0$，设 $f(a)=2t^2+at-4$，$a\in[-2,2]$，运用一次函函数的性质，可得 t 的不等式，解不等式即可得到所求 t 的范围．

【解答】解：根据题意，数列$\{a_n\}$中，$n(a_{n+1}-a_n)=a_n+1$，

即 $na_{n+1}-(n+1)a_n=1$，

则有$\frac{a_{n+1}}{n+1}-\frac{a_n}{n}=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，

则有$\frac{a_{n+1}}{n+1}=\left(\frac{a_{n+1}}{n+1}-\frac{a_n}{n}\right)+\left(\frac{a_n}{n}-\frac{a_{n-1}}{n-1}\right)+\left(\frac{a_{n-1}}{n-1}-\frac{a_{n-2}}{n-2}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2}a_2-a_1\right)+a_1$

$=\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)+\left(\frac{1}{n-2}-\frac{1}{n-1}\right)+\cdots+\left(1-\frac{1}{2}\right)+2=3-\frac{1}{n+1}<3$，

$\frac{a_{n+1}}{n+1}<2t^2+at-1$ 即 $3-\frac{1}{n+1}<2t^2+at-1$，

∵对于任意的 $a\in[-2,2]$，$n\in N^*$，不等式$\frac{a_{n+1}}{n+1}<2t^2+at-1$ 恒成立，

∴$2t^2+at-1\geqslant 3$，

化为：$2t^2+at-4\geqslant 0$，

设 $f(a)=2t^2+at-4$，$a\in[-2,2]$，

可得 $f(2)\geqslant 0$ 且 $f(-2)\geqslant 0$，

即有$\begin{cases}t^2+t-2\geqslant 0\\t^2-t-2\geqslant 0\end{cases}$即$\begin{cases}t\geqslant 1或t\leqslant -2\\t\geqslant 2或t\leqslant -1\end{cases}$，

可得 $t\geqslant 2$ 或 $t\leqslant -2$，

则实数 t 的取值范围是 $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$．

故选：B.

【点评】本题考查了数列递推公式，涉及数列的求和，注意运用裂项相消求和和不等式恒成立问题的解法，关键是对 $n(a_{n+1}-a_n)=a_n+1$ 的变形．

4. 【分析】根据题意，分 2 种情况进行讨论：①，语文和数学都安排在上午，②，语文和数学都一个安排在上午，一个安排在下午；分别求出每一种情况的安排方法数目，由加法原理计算可得答案．

【解答】解：根据题意，分 2 种情况进行讨论：

①，语文和数学都安排在上午，

要求 2 节语文课必须相邻且 2 节数学课也必须相邻，则语文、数学的安排方法有 2×3＝6 种，

在剩下的 3 节课中任选 2 个，安排两节英语，剩下的一节为自习，有 $C_3^2=3$ 种情况，

此时有 6×3＝18 种安排方法；

②，语文和数学都一个安排在上午，一个安排在下午；

语文和数学都一个安排在上午，一个安排在下午，有 2 种情况，安排在上午的有 4 种情况，则语文和数学安排方法有 8 种，

在剩下的 3 节课中任选 2 个，安排两节英语，剩下的一节为自习，有 $C_3^2=3$ 种情况，

则此时有 8×3＝24 种安排方法；

则有 18+24＝42 种不同的排法，

故选：C.

【点评】本题考查排列、组合的应用，涉及分步、分类计数原理的应用，属于基础题.

5. 【分析】由已知可求 $f(x)$，$g(x)$，然后结合复合函数的单调性及二次函数的性质即可求解.

【解答】解：因为奇函数 $f(x)$ 和偶函数 $g(x)$ 满足 $f(x)+g(x)=a^x-a^{-x}+2$，

所以 $f(-x)+g(-x)=-a^x+a^{-x}+2=-f(x)+g(x)$，

联立可得 $f(x)=a^x-a^{-x}$，$g(x)=2$，

因为 $g(2)=a$，

所以 $a=2$，$f(x)=2^x-2^{-x}$，故 $f(x)$ 在 R 上单调递增，

因为 $y=x^2+2x$ 的单调递增区间 $(-1,+\infty)$，

根据复合函数的单调性可知，函数 $f(x^2+2x)$ 的单调递增区间为 $(-1,+\infty)$，

故选：D.

【点评】本题主要考查函数解析式的求解，函数的性质，要熟悉复合函数单调性的判断方法，属于中档试题.

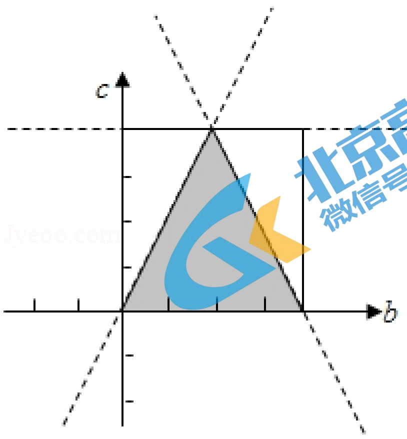
6．【分析】我们可以以 b，c 为横纵坐标建立坐标系，并把 $0\leqslant b\leqslant 4$，$0\leqslant c\leqslant 4$ 所表示的区域表示出来，并将 $\begin{cases}f(2)\leqslant 12\\f(-2)\leqslant 4\end{cases}$ 代入函数 $f(x)=x^2+bx+x$ 转化为一个关于 b、c 的不等式，画出其表示的图形，计算面积后，代入几何概型公式，即可求解．

【解答】解：$\begin{cases}f(2)\leqslant 12\\f(-2)\leqslant 4\end{cases}$ 即 $\begin{cases}4+2b+c\leqslant 12\\4-2b+c\leqslant 4\end{cases}$．

以 b，c 为横纵坐标建立坐标系如图：

所以满足条件的概率为 $\dfrac{1}{2}$．

故选：D．



【点评】几何概型的概率估算公式中的“几何度量”，可以为线段长度、面积、体积等，而且这个“几何度量”只与“大小”有关，而与形状和位置无关．解决的步骤均为：求出满足条件 A 的基本事件对应的“几何度量”$N(A)$，再求出总的基本事件对应的“几何度量”N，最后根据 $P=\dfrac{N(A)}{N}$ 求解．

7．【分析】设圆心的对称点为 C'，画出图形，转化 $|MN|=|C'M|-|C'N|=|C'M|-1$，将 $|MN|$ 的最小问题，转化为 $|C'M|$ 的最小问题即可．

【解答】解：N 是圆 $(x-1)^2+(y-2)^2=1$，

设圆心为 $C(1,2)$，半径为 1，

圆 $(x-1)^2+(y-2)^2=1$ 的圆心关于直线 $x-y-1=0$ 的对称点为 $C'(3,0)$

则 $|MN|=|C'M|-|C'N|=|C'M|-1$，C' 点坐标 $(2,0)$，

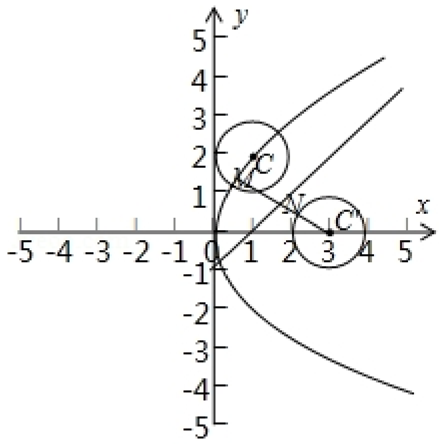
由于 M 在 $y^2=4x$ 上，设 M 的坐标为 (x,y)，

$\therefore |C'M|=\sqrt{(x-3)^2+y^2}=\sqrt{x^2-2x+9}\geqslant 2\sqrt{2}$，

$\because$ 圆半径为 1，

所以$|MN|$最小值为：$2\sqrt{2}-1$.

故选：C.



【点评】本题考查抛物线上的动点和圆上的动点间的距离的最小值，将$|MN|$的最小问题，转化为$|CM|$的最小问题是解题的关键.

8. 【分析】根据题意，由诱导公式分析可得 P 为真命题，分析函数 $f(x)=ln\frac{a+x}{a-x}$在 $a>0$ 时的奇偶性，可得 q 为真命题；由复合命题的真假判断方法分析可得答案.

【解答】解：根据题意，命题 p：存在实数 x_0，对任意实数 x，使得 $\sin(x+x_0)=-\sin x$ 恒成立，

当 $x_0=\pi$ 时，对任意实数 x，使得 $\sin(x+\pi)=-\sin x$ 恒成立，

故 P 为真命题；

命题 q：$\forall a>0$，$f(x)=ln\frac{a+x}{a-x}$，有$\frac{a+x}{a-x}>0$，解可得 $-a<x<a$，函数的定义域为$(-a,a)$，关于原点对称，

有 $f(-x)=ln\frac{a+x}{a-x}=-ln\frac{a+x}{a-x}=-f(x)$，即函数 $f(x)$ 为奇函数，

故其为真命题；

则 $p\wedge q$ 为真命题，$(\neg p)\vee(\neg q)$、$P\wedge(\neg q)$、$(\neg p)\wedge q$ 为假命题；

故选：A.

【点评】本题考查复合命题真假的判断，涉及全称命题和特称命题的真假的判断，属于基础题.

9. 【分析】对 a 分类讨论，利用二次函数的图象与单调性、充要条件即可判断出.

【解答】解：当 $a=0$ 时，$f(x)=|x|$，在区间$(0,+\infty)$内单调递增.

当 $a<0$ 时，$f(x)=(-ax+1)x=-a(x-\frac{1}{a})x$，

结合二次函数图象可知函数 $f(x)=|(ax-1)x|$ 在区间（0，$+\infty$）内单调递增.

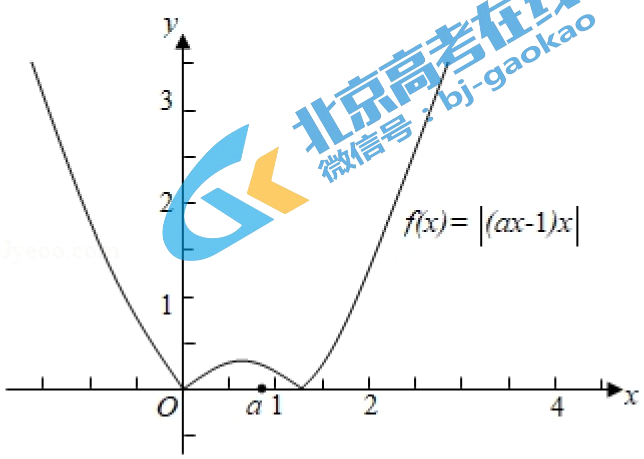
若 $a>0$，则函数 $f(x)=|(ax-1)x|$，其图象如图

它在区间（0，$+\infty$）内有增有减，

从而若函数 $f(x)=|(ax-1)x|$ 在区间（0，$+\infty$）内单调递增则 $a\leqslant 0$.

∴$a\leqslant 0$ 是”函数 $f(x)=|(ax-1)x|$ 在区间（0，$+\infty$）内单调递增”的充要条件.

故选：C.



【点评】本题考查了二次函数的图象与单调性、充要条件，考查了数形结合的思想方法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

10. 【分析】利用扇形统计图和分层抽样的性质能求出样本容量；由扇形统计图、分层抽样和条形统计图能求出抽取的户主对四居室满意的人数.

【解答】解：样本容量 $n=$（250+150+400）×30%＝240，

抽取的户主对四居室满意的人数为：

150×30%×40%＝18.

故选：A.

【点评】本题考查样本容量和抽取的户主对四居室满意的人数的求法，考查扇形统计图、分层抽样和条形统计图等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

11. 【分析】直接利用复数代数形式的乘除运算化简复数 z，求出 z 的共轭复数，然后求出在复平面内，复数 z 的共轭复数对应的点的坐标得答案.

【解答】解：∵$z=\frac{i}{1+2i}=\frac{i(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\frac{2+i}{5}=\frac{2}{5}+\frac{1}{5}i$，

∴其共轭复数为$\frac{2}{5}-\frac{1}{5}i$，

在复平面内，复数 $z=\frac{i}{1+2i}$的共轭复数对应的点的坐标为：（$\frac{2}{5}$，$-\frac{1}{5}$），位于第四象限.

故选：D.

【点评】本题考查了复数代数形式的乘除运算，考查了复数的代数表示法及其几何意义，是基础题.

12. 【分析】利用累加法以及裂项法即可得到结论.

【解答】解：∵$a_{n+1}=a_n-\frac{1}{n(n+1)}+1$，

∴$a_{n+1}-a_n=-\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)+1=1-\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$，

∴$a_2-a_1=1-\left(1-\frac{1}{2}\right)$，

$a_3-a_2=1-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$，

$a_4-a_3=1-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)$，

…

$a_{10}-a_9=1-\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right)$，

两边同时相加得 $a_{10}-a_1=9-\left(1-\frac{1}{10}\right)$，

则 $a_{10}=a_1+9-\left(1-\frac{1}{10}\right)=9+\frac{1}{10}=\frac{91}{10}$，

故选：B.

【点评】本题主要考查数列递推公式的应用，利用累加法是解决本题的关键.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 【分析】取 B_1C_1 的中点 D，连接 A_1D，证明 $A_1D\perp$平面 BCC_1B_1，再代入体积公式计算.

【解答】解：取 B_1C_1 的中点 D，连接 A_1D，

∵△$A_1B_1C_1$是边长为 2 的等边三角形，∴$A_1D\perp B_1C_1$，$A_1D=\sqrt{3}$，

∵$BB_1\perp$平面 $A_1B_1C_1$，$A_1D\subset$平面 $A_1B_1C_1$，

∴$BB_1\perp A_1D$，

又 $BB_1\subset$平面 BCC_1B_1，$B_1C_1\subset$平面 BCC_1B_1，$BB_1\cap B_1C_1=B_1$，

∴$A_1D\perp$平面 BCC_1B_1，

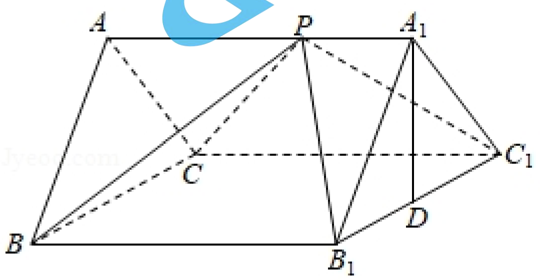
又 $AA_1\parallel BB_1$，$AA_1\not\subset$平面 BCC_1B_1，$BB_1\subset$平面 BCC_1B_1，

∴$AA_1\parallel$平面 BCC_1B_1，

∴P 到平面 BCC_1B_1 的距离等于 $A_1D=\sqrt{3}$，

∴ $V_{P-BCC_1B_1}=\frac{1}{3}S_{BCC_1B_1}\cdot A_1D=\frac{1}{3}\times 2^2\times\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

故答案为：$\frac{4\sqrt{3}}{3}$.



【点评】本题考查了线面垂直的判断，棱锥的体积计算，属于中档题．

14. 【分析】设公比为 q，由 $a_1-a_2=2$，$a_2-a_3=6$，求出首项和公比，再根据求和公式计算即可．

【解答】解：设公比为 q，

由 $a_1-a_2=2$，$a_2-a_3=6$，

∴（a_1-a_2）$q=a_2-a_3$，

∴$q=3$，

∴$a_1-3a_1=2$，

∴$a_1=-1$，

∴$S_4=\frac{-1(1-3^4)}{1-3}=-40$，

故答案为：﹣40．

【点评】本题考查了等比数列的通项公式和求和公式，属于基础题．

15．【分析】根据各项系数的和为64，求得 n 的值，再利用二项展开式的通项公式，求得该展开式中常数项．

【解答】解：令 $x=1$，可得二项式（$x+\frac{1}{\sqrt{x}}$）^{n}展开式中各项系数的和为 $2^n=64$，∴$n=6$，

二项式（$x+\frac{1}{\sqrt{x}}$）^{n}，即二项式（$x+\frac{1}{\sqrt{x}}$）^{6}，它的展开式通项公式为 $T_{r+1}=C_6^r\cdot x^{6-\frac{3r}{2}}$，

令 $6-\frac{3r}{2}=0$，求得 $r=4$，故展开式中常数项为 $C_6^4=15$，

故答案为：15．

【点评】本题主要考查二项式定理的应用，二项展开式的通项公式，二项式系数的性质，属于基础题．

16．【分析】男主任医师必选，则从剩余5名男医生中选2名，从4名女医生中选2名，利用组合的公式进行计算即可．

【解答】解：男医生中唯一的主任医师必须参加，

则从剩余5名男医生中选2名，从4名女医生中选2名，

共有 $C_5^2C_4^2=10\times6=60$，

故答案为：60

【点评】本题主要考查组合的应用，利用组合数公式是解决本题的关键．比较基础．

三、解答题：共70分。解答应写成文字说明、证明过程或演算步骤。

17．【分析】（1）该年级分文、理科按男女用分层抽样抽取10人，则抽取了理科男生4人，女生2人，文科男生1人，女生3人，则$P(A)=\frac{C_4^1\cdot C_1^1\cdot C_5^2}{C_{10}^4}$．

（2）X 可能取值为0，1，2，3，分别求出相应的概率，由此能求出 X 的分布列和数学期望．

【解答】解：（1）因为学生总数为1000人，该年级分文、理科按男女用分层抽样抽取10人，则抽取了理科男生4人，女生2人，文科男生1人，女生3人．

所以$P(A)=\frac{C_4^1\cdot C_1^1\cdot C_5^2}{C_{10}^4}=\frac{40}{210}=\frac{4}{21}$．

（2）X的可能取值为 0，1，2，3，$P(X=0)=\frac{C_7^4\cdot C_3^0}{C_{10}^4}=\frac{1}{6}$，$P(X=1)=\frac{C_7^3\cdot C_3^1}{C_{10}^4}=\frac{1}{2}$，$P(X=2)=\frac{C_7^2\cdot C_3^2}{C_{10}^4}=\frac{3}{10}$，

$P(X=3)=\frac{C_7^1\cdot C_3^3}{C_{10}^4}=\frac{1}{30}$，$X$的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

$EX=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{1}{30}=\frac{6}{5}$.

【点评】本题考查概率的求法，考查离散型随机变量的分布列、数学期望的求法，考查古典概型、排列组合等基础知识，考查运算求解能力，是中档题.

[选修 4-5：不等式选讲]

18. 【分析】（1）先确定函数 $f(x)$ 的最大值，再确定 m 的取值范围；

（2）从要证的结论发出，一直逆推分析，结合提干信息证明结论的正确性.

【解答】解：（1）去绝对值符号，可得 $f(x)=\begin{cases}-1, & x<0\\ 2x-1, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 1, & x>1\end{cases}$，

所以 $f(x)_{max}=1$.

所以 $|m-1|\leqslant 1$，解得 $0\leqslant m\leqslant 2$，

所以实数 m 的取值范围为[0，2].

（2）由（1）知，$M=2$，所以 $x^2+y^2=2$.

因为 $x>0$，$y>0$，

所以要证 $x+y\geqslant 2xy$，只需证 $(x+y)^2\geqslant 4x^2y^2$，

即证 $2(xy)^2-xy-1\leqslant 0$，即证 $(2xy+1)(xy-1)\leqslant 0$.

因为 $2xy+1>0$，所以只需证 $xy\leqslant 1$.

因为 $2xy\leqslant x^2+y^2=2$，∴$xy\leqslant 1$ 成立，所以 $x+y\geqslant 2xy$.

【点评】本题旨在考查绝对值不等式的解法、分析法在证明不等式中的应用，考查考生的推理论证能力与运算求解能力．属于中档题.

19. 【分析】（1）由正弦定理化简已知等式可得 $\sin B\cos A-\sqrt{3}\sin A\sin B=0$，结合 $\sin B>0$，可求 $\tan A=\frac{\sqrt{3}}{3}$，结合范围 $A\in(0,\ \pi)$，可得 A 的值.

（2）由已知可求 $C=\frac{\pi}{2}$，可求 b 的值，根据三角形的面积公式即可计算得解.

【解答】解：（1）∵ $b\cos A-\sqrt{3}a\sin B=0$.

∴由正弦定理可得：$\sin B\cos A-\sqrt{3}\sin A\sin B=0$，

∵ $\sin B>0$，

∴ $\cos A=\sqrt{3}\sin A$，

∴ $\tan A=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∵ $A\in(0,\ \pi)$，

∴ $A=\frac{\pi}{6}$；

（2）∵ $a=2\sqrt{3}$，$B=\frac{\pi}{3}$，$A=\frac{\pi}{6}$，

∴ $C=\frac{\pi}{2}$，

∴ $b=6$，

∴ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 6=6\sqrt{3}$.

【点评】本题主要考查了正弦定理，三角形的面积公式在解三角形中的综合应用，考查了计算能力和转化思想，属于基础题.

20. 【分析】（Ⅰ）由频率分布直方图可知，频率和为 1，可以求得 a 的值；设销量的中位数为 x，根据销售量从 8 万台到中位数的占比为 $\frac{1}{2}$，列出关于 x 的方程，解之即可得解；

（Ⅱ）根据频率分布直方图中的数据，利用同一组数据用该组中间值代表可以求出每个季度销量的平均数，再乘以 4 即可预计 2020 年全年的销售量.

【解答】解：（Ⅰ）由频率分布直方图可知，$(0.0125+a+0.075+0.025+0.025)\times 4=1$，解得 $a=0.1125$.

设销量的中位数为 x，则 $16\leqslant x\leqslant 20$，

$[0.0125+0.1125+(x-16)\times 0.075]\times 4=0.5$，解得 $x=16$，

故估计销量的中位数为 16 万台．

（Ⅱ）估计新能源汽车平均每个季度的销售量为（$0.0125\times 10+0.1125\times 14+0.075\times 18+0.025\times 22+0.025\times 26)\times 4=17$ 万台．

所以 2020 年的销售量为 $17\times 4=68$ 万台，

故预计 2020 年的销售量为 68 万台．

【点评】本题考查频率分布直方图的性质以及应用，考查学生将理论知识与实际生活相结合的能力和对数据的分析能力，属于基础题．

21．【分析】（Ⅰ）直接利用转换关系，把参数方程极坐标方程和直角坐标方程之间进行转换．

（Ⅱ）利用极径的应用建立方程组组，进一步求出结果．

【解答】解：（Ⅰ）曲线 C_1 的普通方程为 $(x-1)^2+y^2=1$，整理得 $x^2+y^2=2x$，转换为极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$．

曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\theta\\ y=\sqrt{2}\sin\theta\end{cases}$（θ 为参数），转换为直角坐标方程为 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$，转换为极坐标方程为 $2\rho^2\cos^2\theta+3\rho^2\sin^2\theta-6=0$．

（Ⅱ）由（Ⅰ）得：$\begin{cases}\rho=2\cos\theta\\ \theta=\frac{\pi}{6}\end{cases}$，解得 $\rho_1=2\cos\frac{\pi}{6}=\sqrt{3}$．

$\begin{cases}2\rho^2\cos^2\theta+3\rho^2\sin^2\theta-6=0\\ \theta=\frac{\pi}{6}\end{cases}$，解得 $9\rho_2^2=24$，即 $\rho_2=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

所以 $|AB|=|\rho_1-\rho_2|=\sqrt{3}-\frac{2\sqrt{6}}{3}$．

【点评】本题考查的知识要点：参数方程极坐标方程和直角坐标方程之间的转换，极径的应用，主要考查学生的运算能力和转换能力及思维能力，属于基础题型．

22．【分析】（1）（*i*）若家长对小孩子的饮食习惯完全不了解，则家长对小孩的排序是随意猜测的，家长的排序有 $A_4^4=24$ 种等可能结果，利用列举法求出其中满足“家长的排序与对应位置的数字完全不同”的情况有 9 种，由此能求出他们在一轮游戏中，对四种食物排出的序号完全不同的概率．

（*ii*）根据（*i*）的分析，同样只考虑小孩排序为 1234 的情况，家长的排序一共有 24 种情况，由此能求出 X 的分布列．

（2）假设家长对小孩的饮食习惯完全不了解，在一轮游戏中，$P(X<4)=P(X=0)+P(X=2)=\frac{1}{6}$，三轮游戏结果都满足“$X<4$”的概率为$\frac{1}{216}<\frac{5}{1000}$，这个结果发生的可能性很小，从而这位家长对小孩饮食习惯比较了解．

【解答】解：（1）（i）若家长对小孩子的饮食习惯完全不了解，

则家长对小孩的排序是随意猜测的，

先考虑小孩的排序为 x_A，x_B，x_C，x_D为 1234 的情况，家长的排序有 $A_4^4=24$ 种等可能结果，

其中满足“家长的排序与对应位置的数字完全不同”的情况有 9 种，分别为：

2143，2341，2413，3142，3412，3421，4123，4312，4321，

∴家长的排序与对应位置的数字完全不同的概率 $P=\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$．

基小孩对四种食物的排序是其他情况，

只需将角标 A，B，C，D 按照小孩的顺序调整即可，

假设小孩的排序 x_A，x_B，x_C，x_D为 1423 的情况，四种食物按 1234 的排列为 $ACDB$，

再研究 $y_Ay_By_Cy_D$的情况即可，其实这样处理后与第一种情况的计算结果是一致的，

∴他们在一轮游戏中，对四种食物排出的序号完全不同的概率为$\frac{3}{8}$．

（ii）根据（i）的分析，同样只考虑小孩排序为 1234 的情况，家长的排序一共有 24 种情况，

列出所有情况，分别计算每种情况下的 x 的值，

X 的分布列如下表：

X	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
P	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{24}$

（2）这位家长对小孩的饮食习惯比较了解．

理由如下：

假设家长对小孩的饮食习惯完全不了解，由（1）可知，在一轮游戏中，

$P(X<4)=P(X=0)+P(X=2)=\frac{1}{6}$，

三轮游戏结果都满足“$X<4$”的概率为 $(\frac{1}{6})^3=\frac{1}{216}<\frac{5}{1000}$，

这个结果发生的可能性很小，

∴这位家长对小孩饮食习惯比较了解.

【点评】本题考查概率的求法，考查古典概型、排列组合、列举法等基础知识，考查运算求解能力，是中档题.

23. 【分析】由特征值、特征向量定义可知，$A\overrightarrow{\alpha_1}=\lambda_1\overrightarrow{\alpha_1}$，$A\overrightarrow{\alpha_2}=\lambda_2\overrightarrow{\alpha_2}$，由此可建立方程组，从而可求矩阵 A.

【解答】解：由特征值、特征向量定义可知，$A\overrightarrow{\alpha_1}=\lambda_1\overrightarrow{\alpha_1}$，$A\overrightarrow{\alpha_2}=\lambda_2\overrightarrow{\alpha_2}$，

∵二阶矩阵 $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$，矩阵 A 属于特征值 $\lambda_1=-1$ 的一个特征向量为 $\overrightarrow{a_1}=\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}$，

属于特征值 $\lambda_2=4$ 的一个特征向量为 $\overrightarrow{a_2}=\begin{bmatrix}3\\ 2\end{bmatrix}$.

∴$\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}=-1\times\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3\\ 2\end{bmatrix}=4\begin{bmatrix}3\\ 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12\\ 8\end{bmatrix}$，

∴$\begin{cases}a-b=-1\\ c-d=1\end{cases}$，且$\begin{cases}3a+2b=12\\ 3c+2d=8\end{cases}$，

解得 $a=2$，$b=3$，$c=2$，$d=1$.

∴矩阵 $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 2 & 1\end{bmatrix}$.

【点评】本题考查待定系数法求矩阵，考查特征值、特征向量定、矩阵乘法法则等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索 "K12 教育+互联网+大数据" 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 "衔接和桥梁纽带" 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。