

高一数学

2023. 1

(考试时间 120 分钟 满分 150 分)

本试卷分为选择题(共 50 分)和非选择题(共 100 分)两部分

考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

第一部分(选择题 共 50 分)

一、选择题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分. 在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

(1) 若 $a > b$, 则下列各式一定成立的是

(A) $a^2 > b^2$

(B) $ac^2 > bc^2$

(C) $a^3 > b^3$

(D) $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$

(2) 若角 θ 满足 $\cos\theta < 0, \tan\theta < 0$, 则角 θ 是

(A) 第一象限角

(B) 第二象限角

(C) 第三象限角

(D) 第四象限角

(3) 下列函数中, 在其定义域上单调递增且值域为 $\mathbf{R}$ 的是

(A) $y = 2^x$

(B) $y = (x-1)^3$

(C) $y = x + \frac{1}{x}$

(D) $y = |\ln x|$

(4) 设集合 $A = \left\{ \alpha \mid \alpha = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z} \right\}$, 集合 $B = \left\{ \alpha \mid \alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z} \right\}$, 则 A 与 B 的关系为

(A) $A = B$

(B) $A \subsetneq B$

(C) $A \supsetneq B$

(D) $A \cap B = \emptyset$

(5) 声强级 L_1 (单位: dB) 由公式 $L_1 = 10 \lg\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$ 给出, 其中 I 为声强 (单位: W/m^2).若平时常人交谈时的声强约为 $10^{-6} \text{ W}/\text{m}^2$, 则声强级为

(A) 6 dB

(B) 12 dB

(C) 60 dB

(D) 600 dB

(6) 设 $a > 0, b > 0$, 则“ $a+b \leq 2$ ”是“ $ab \leq 1$ ”的

(A) 充分而不必要条件

(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

(7) 已知函数 $f(x) = \frac{3^x - 1}{3^x + 1}$, 有如下四个结论:① 函数 $f(x)$ 在其定义域内单调递减;② 函数 $f(x)$ 的值域为 $(0, 1)$;③ 函数 $f(x)$ 的图象是中心对称图形;④ 方程 $f(x) = -x + 1$ 有且只有一个实根.

其中所有正确结论的序号是

(A) ①②

(B) ②③

(C) ①③

(D) ③④

(8) 已知角 α 为第一象限角, 且 $\sin \frac{\alpha}{2} > \cos \frac{\alpha}{2}$, 则 $\sin \frac{\alpha}{2}$ 的取值范围是

(A) $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$

(B) $(-1, -\frac{\sqrt{2}}{2})$

(C) $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$

(D) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$

(9) 某厂以 x 千克/小时的速度匀速生产某种产品(生产条件要求 $1 \leq x \leq 10$), 每小时可获得利润 $100(3x+1-\frac{2}{x})$ 元, 要使生产 100 千克该产品获得的利润最大, 该厂应选取的生产速度是

(A) 2 千克/小时

(B) 3 千克/小时

(C) 4 千克/小时

(D) 6 千克/小时

(10) 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $y=f(x)$ 满足 $f(x-1)=-f(x)$, 且在 $[0, 1]$ 上单调递增, $a=f(\frac{2023}{2})$, $b=f(\ln \sqrt{2})$, $c=f(2022)$, 则 a, b, c 的大小关系是

(A) $a > b > c$

(B) $a > c > b$

(C) $b > c > a$

(D) $c > b > a$

第二部分(非选择题 共 100 分)

二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

(11) 已知集合 $A=\{x|-2 < x < 0\}$, 集合 $B=\{x|0 \leq x \leq 1\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

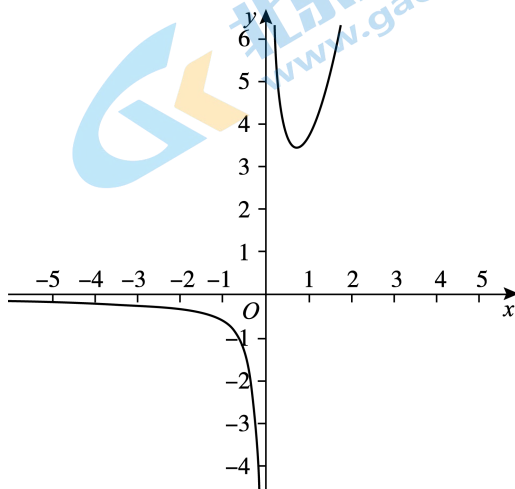
(12) 已知角 $\alpha \in (\pi, \frac{3}{2}\pi)$, 若 $\sin(\pi+\alpha) = \frac{1}{2}$, 则 $\alpha =$ _____; $\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha) =$ _____.

(13) 设 $m > 1, n > 1$, 且 $\log_2 m \cdot \log_2 n = 1$, 则 $\log_2 mn$ 的最小值为 _____.

(14) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 I , 如果 $\forall x \in I$, 都有 $-x \in I$, 且 $f(-x) = f(x)$, 已知函数 $f(x)$ 的最大值为 2, 则 $f(x)$ 可以是 _____.

(15) 已知下列五个函数: $y=x, y=\frac{1}{x}, y=x^2,$

$y=\ln x, y=e^x$, 从中选出两个函数分别记为 $f(x)$ 和 $g(x)$, 若 $F(x)=f(x)+g(x)$ 的图象如图所示, 则 $F(x)=$ _____.



(16) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x > a, \\ |x|, & x \leq a. \end{cases}$ 给出以下四个结论:

- ① 存在实数 a , 函数 $f(x)$ 无最小值;
 - ② 对任意实数 a , 函数 $f(x)$ 都有零点;
 - ③ 当 $a \geq 0$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增;
 - ④ 对任意 $a \in (0, 1)$, 都存在实数 m , 使方程 $f(x) = m$ 有 3 个不同的实根.
- 其中所有正确结论的序号是_____.

三、解答题共 5 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

(17) (本小题 13 分)

已知角 α 的顶点在坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边经过点 $P(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$.

(I) 求 $\sin\alpha + \cos\alpha$ 和 $\sin 2\alpha$ 的值;

(II) 求 $\tan(2\alpha - \frac{\pi}{4})$ 的值.

(18) (本小题 13 分)

已知函数 $f(x) = 2ax^2 - ax - 1, a \in \mathbf{R}$.

(I) 当 $a = 1$ 时, 解不等式 $f(x) < 0$;

(II) 若命题“ $\forall x \in \mathbf{R},$ 不等式 $f(x) < 0$ 恒成立”是假命题, 求实数 a 的取值范围.

(19) (本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = 2 \cos^2 x + \sqrt{3} \sin 2x + a, x \in [0, \frac{\pi}{2}]$. 从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知.

一个作为已知.

(I) 求 a 的值;

(II) 求 $f(x)$ 的最小值, 以及取得最小值时 x 的值.

条件①: $f(x)$ 的最大值为 6;

条件②: $f(x)$ 的零点为 $\frac{\pi}{2}$.

注: 如果选择条件①和条件②分别解答, 按第一个解答计分.

(20) (本小题 15 分)

已知函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(2^x + 1) - mx, m \in \mathbf{R}$.

(I) 当 $m=0$ 时, 解不等式 $f(x) > -1$;

(II) 若函数 $f(x)$ 是偶函数, 求 m 的值;

(III) 当 $m=-1$ 时, 若函数 $y=f(x)$ 的图象与直线 $y=b$ 有公共点, 求实数 b 的取值范围.

(21) (本小题 15 分)

设全集 $U = \{1, 2, \dots, n\} (n \in \mathbf{N}^*)$, 集合 A 是 U 的真子集. 设正整数 $t \leq n$, 若集合 A 满足如下三个性质, 则称 A 为 U 的 $R(t)$ 子集:

① $t \in A$;

② $\forall a \in A, \forall b \in \complement_U A$, 若 $ab \in U$, 则 $ab \in A$;

③ $\forall a \in A, \forall b \in \complement_U A$, 若 $a+b \in U$, 则 $a+b \notin A$.

(I) 当 $n=6$ 时, 判断 $A = \{1, 3, 6\}$ 是否为 U 的 $R(3)$ 子集, 说明理由;

(II) 当 $n \geq 7$ 时, 若 A 为 U 的 $R(7)$ 子集, 求证: $2 \notin A$;

(III) 当 $n=23$ 时, 若 A 为 U 的 $R(7)$ 子集, 求集合 A .

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯