

高二数学

(本试卷满分 120 分, 考试时间 100 分钟)

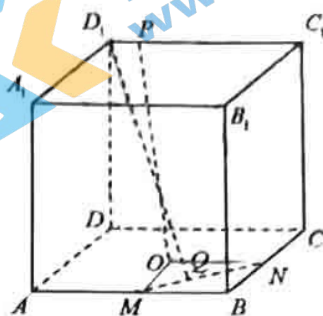
命题: 高二数学备课组 审稿: 贺丽珍

一、选择题共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分。在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项。

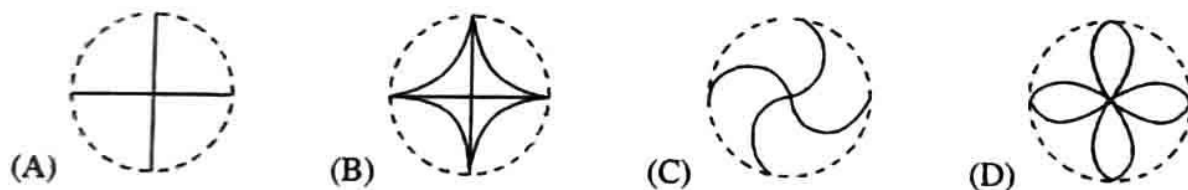
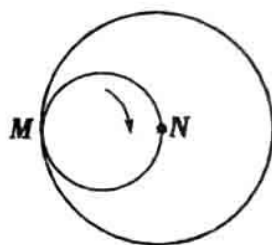
1. 抛物线 $y = 2x^2$ 的焦点到准线的距离是 ()
(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1
2. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, -3, 5)$ 与向量 $\mathbf{b} = (4, x, -1)$ 垂直, 则实数 x 的值为 ()
(A) -1 (B) 1 (C) -6 (D) 6
3. 双曲线 $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{2} = 1$ 与椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ 的焦点相同, 则 a 等于 ()
(A) 1 (B) -2 (C) 1 或 -2 (D) 2
4. 设 $a \in \mathbf{R}$, 则 “ $a = 1$ ” 是 “直线 $l_1: ax + 2y - 1 = 0$ 与直线 $l_2: x + (a + 1)y + 4 = 0$ 平行” 的 ()
(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
5. 从 0, 1, 2, 3, 4, 5 这六个数字中, 任取两个不同数字构成平面直角坐标系内点的横、纵坐标, 其中不在 y 轴上的点有 ()
(A) 36 个 (B) 30 个 (C) 25 个 (D) 20 个
6. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为棱 CC_1 的中点, 则异面直线 AE 与 CD 所成角的正切值为 ()
(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{7}}{2}$
7. 直线 $y = kx + 3$ 与圆 $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 相交于 M, N 两点, 若 $|MN| \geq 2\sqrt{3}$, 则 k 的取值范围是 ()
(A) $[-\frac{3}{4}, 0]$ (B) $(-\infty, -\frac{3}{4}] \cup [0, +\infty)$
(C) $[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}]$ (D) $[-\frac{2}{3}, 0]$

8. 已知 F_1, F_2 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两焦点, P 是椭圆上任一点, 从 F_2 引 $\angle F_1PF_2$ 外角平分线的垂线, 垂足为 Q , 则点 Q 的轨迹为 ()
- (A) 圆 (B) 两个圆 (C) 椭圆 (D) 两个椭圆

9. 如图, 在一个正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 四条边上的动点, O 为底面正方形 $ABCD$ 的中心, M, N 分别为 AB, BC 的中点, 点 Q 为平面 $ABCD$ 内一点, 线段 D_1Q 与 OP 互相平分, 则满足 $\overrightarrow{MQ} = \lambda \overrightarrow{MN}$ 的实数 λ 的值有 ()



- (A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 3 个
10. 如图, 一个直径为 1 的小圆沿着直径为 2 的大圆内壁的逆时针方向滚动, M 和 N 是小圆的一条固定直径的两个端点. 那么, 当小圆这样滚过大圆内壁的一周, 点 M, N 在大圆内所绘出的图形大致是 ()



二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 已知定点 $A(0, 1)$, 点 B 在直线 $x + y = 0$ 上运动, 则 A, B 两点的最短距离为 _____.
12. 将 4 名志愿者分配到 3 个不同的北京冬奥场馆参加接待工作, 每个场馆至少分配一名志愿者的方案种数为 _____. (用数字作答)
13. 已知双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的两个焦点分别为 F_1, F_2 , P 为双曲线上一点, 且 $\angle F_1PF_2 = 90^\circ$, 则 $|\overrightarrow{PF_1}| \cdot |\overrightarrow{PF_2}|$ 的值为 _____.
14. 点 P 是棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $A_1B_1C_1D_1$ 上一点, 则 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PC_1}$ 的取值范围是 _____.

15. 关于曲线 $C: x^2 - xy + y^2 = 4$, 给出下列三个结论:

- ① 曲线 C 关于原点对称, 但不关于 x 轴、 y 轴对称;
- ② 曲线 C 恰好经过 4 个整点 (即横、纵坐标均为整数的点);
- ③ 曲线 C 上任意一点到原点的距离都不大于 $2\sqrt{2}$.

其中, 正确结论的序号是 _____.

三、解答题共 4 小题, 共 45 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

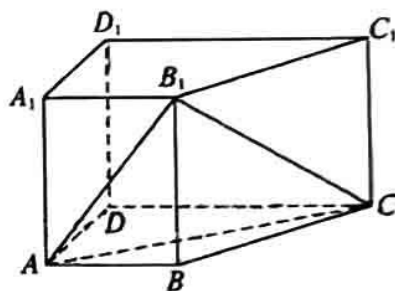
16. (本小题 9 分)

已知双曲线 $E: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$, 抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点与双曲线 E 的一个焦点相同, 点 $P(x_0, y_0)$ 为抛物线 C 上一点.

- (1) 求双曲线 E 的焦点坐标;
- (2) 若 P 点到抛物线 C 的焦点的距离是 5, 求 x_0 的值.

17. (本小题 12 分)

如图, 在四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 $ABCD$, $AB \parallel DC$, $AA_1 = 1$, $AB = 3k$, $AD = 4k$, $BC = 5k$, $DC = 6k (k > 0)$.



- (1) 求证: $CD \perp$ 平面 ADD_1A_1 ;
- (2) 若直线 AA_1 与平面 AB_1C 所成角的正弦值为 $\frac{6}{7}$, 求 k 的值;
- (3) 现将与四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 形状和大小完全相同的两个四棱柱拼成一个新的四棱柱, 规定: 若拼成的新四棱柱形状和大小完全相同, 则视为同一种拼接方案, 问共有几种不同的拼接方案? 在这些拼接成的新四棱柱中, 记其中最小的表面积为 $f(k)$, 写出 $f(k)$ 的解析式. (直接写出答案, 不必说明理由)

18. (本小题 14 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 且过点 $P(\sqrt{2}, 1)$. 直线 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x + m$ 与椭圆 C 相交于 A, B 两点.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 求 $\triangle PAB$ 的面积的最大值;
- (3) 设直线 PA, PB 分别与 y 轴交于点 M, N . 判断 $|PM|, |PN|$ 的大小关系, 并加以证明.

19. (本小题 10 分)

已知 $n \in \mathbf{N}^*$, 对于有限集 $T = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, 令 $|T|$ 表示集合 T 中元素的个数. 例如: 当 $n = 3$ 时, $T = \{1, 2, 3\}$, $|T| = 3$.

(1) 当 $n = 3$ 时, 请直接写出集合 T 的子集的个数;

(2) 当 $n = 5$ 时, A, B 都是集合 T 的子集 (A, B 可以相同), 并且 $|A| \cdot |B| = |A \cap B| \cdot |A \cup B|$, 求满足条件的有序集合对 (A, B) 的个数;

(3) 假设存在集合 T , T 具有以下性质: 将 $1, 1, 2, 2, \dots, |T|, |T|$ 这 $2|T|$ 个整数按某种次序排成一列, 使得在这个序列中, 对于任意 $k \in T$, k 与 k 之间恰好排列 k 个整数. 证明: $|T|^2 + |T|$ 是 4 的倍数.

北京高一高二高三期末试题下载

北京高考资讯整理了【2022年1月北京各区各年级期末试题&答案汇总】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【北京高考资讯】公众号，对话框回复【期末】或者底部栏目<试题下载→期末试题>，

进入汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

