

丰台区 2019-2020 学年度第一学期期中联考试卷

高二数学 (A 卷) 考试时间: 90 分钟

第 I 卷 (选择题 共 40 分)

一、单选题共 10 小题; 每小题 4 分, 共 40 分。在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项。

1. 已知 $f(x) = e^x$, 则 $f'(0) =$

- A. 0 B. $\frac{1}{e}$ C. 1 D. e

2. 如果 $a < b < 0$, 那么下列不等式中正确的是

- A. $a^2 > b^2$ B. $ab > a^2$ C. $b^2 > ab$ D. $|a| < |b|$

3. 若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_3 = 20$, $a_2 + a_4 = 40$, 则公差 d 等于

- A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

4. 命题“对任意 $x \in \mathbf{N}$, 都有 $x \geq 0$ ”的否定是

- A. 存在 $x \notin \mathbf{N}$, 使得 $x < 0$ B. 存在 $x \in \mathbf{N}$, 使得 $x \geq 0$
C. 存在 $x \in \mathbf{N}$, 使得 $x < 0$ D. 对任意 $x \in \mathbf{N}$, 都有 $x < 0$

5. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 2a_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 则 S_5 等于

- A. 30 B. 31 C. 62 D. 64

6. 按数列的排列规律猜想数列 $\frac{2}{3}, -\frac{4}{5}, \frac{8}{7}, -\frac{16}{9}, \dots$ 的第 10 项是

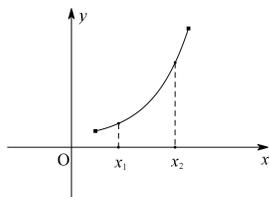
- A. $\frac{512}{19}$ B. $-\frac{512}{19}$ C. $\frac{1024}{21}$ D. $-\frac{1024}{21}$

7. 已知函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上可导, 其部分图象

如图所示, 设 $k = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, 则下列不

等式正确的是

- A. $k < f'(x_1) < f'(x_2)$ B. $f'(x_1) < k < f'(x_2)$
C. $f'(x_2) < f'(x_1) < k$ D. $f'(x_1) < f'(x_2) < k$



8. 已知函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上可导, “ $x=0$ 是函数 $y=f(x)$ 的极值点” 是 “ $f'(0)=0$ ”

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 对于函数 $y = f(x)$ ，部分 x 与 y 的对应关系如下表：

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	7	4	5	8	1	3	5	2	6

若数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_1 = 2$ ，且对任意 $n \in \mathbf{N}^*$ ，点 (x_n, x_{n+1}) 都在函数 $y = f(x)$ 的图象上，

则 $x_{2020} =$

- A. 2 B. 4 C. 7 D. 8

10. 已知函数 $f(x) = x^2 - 1$ ， $g(x) = \ln x$ ，那么下列说法中正确的是

- A. $f(x), g(x)$ 在点 $(1, 0)$ 处有相同的切线
B. 函数 $f(x) - g(x)$ 有两个极值点
C. 对于任意 $x > 0$ $f(x) \geq g(x)$ 恒成立
D. $f(x), g(x)$ 的图象有且只有两个交点

第 II 卷（非选择题 共 60 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分。

11. 曲线 $y = \frac{1}{x}$ 在 $x = 1$ 处的切线方程为_____.

12. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ，能够说明“若 $q > 1$ ，则 $\{a_n\}$ 为递增数列”是假命题的一组 a_1, a_2, a_3 的值为_____.

13. 函数 $f(x) = x - \sqrt{2} \cos x$ 在区间 $[0, \pi]$ 上的最大值为_____.

14. 若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_7 > 0, a_7 + a_8 < 0$ ，则使得数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和最大的 n 的值为_____.

15. 汽车在行驶过程中，由于惯性作用，刹车后还要继续滑行一段距离才能停住，我们称这段距离为“刹车距离”. 刹车距离是分析事故的一个主要因素. 在一个限速为 40km/h 的弯道上，甲、乙两车相向而行，发现情况不对同时刹车，但还是相撞了. 事后现场测得甲车的刹车距离略超过 12m，乙车的刹车距离略超 10m. 已知甲、乙两种车型的刹车距离 $s(m)$ 与车速 $x(km/h)$ 之间分别有如下关系：

$$s_{\text{甲}} = 0.1x + 0.01x^2, s_{\text{乙}} = 0.05x + 0.005x^2.$$

则交通事故的主要责任方是_____（填“甲”或“乙”）.

16. 三个同学对问题“关于 x 的不等式 $e^{2x} + 25 \geq ae^x$ 在 \mathbf{R} 上恒成立, 求实数 a 的取值范围”提出各自的解题思路.

甲说: “只需不等式左边的最小值不小于右边的最大值.”

乙说: “不等式两边同时除以 e^x , 把不等式左边看成关于 x 的函数, 右边仅含常数 a , 求左边函数的最值.”

丙说: “把不等式两边分别看成关于 x 的函数, 作出函数图象.”

分析上述解题思路, 按照你认为正确的解题思路解得 a 的取值范围是

_____.

三、解答题共 4 个小题, 共 36 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

17. (本小题 8 分)

在等差数列 $\{a_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$ 中, 已知 $a_1 = 2$, $a_5 = 6$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的公差 d 及通项 a_n ;

(II) 记 $b_n = 2^{a_n} + n (n \in \mathbf{N}^*)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (本小题 9 分)

已知函数 $f(x) = x^2 - ax (a \in \mathbf{R})$.

(I) 当 $a = 2$ 时, 求满足 $f(x) < 0$ 的 x 的取值范围;

(II) 解关于 x 的不等式 $f(x) > 2a^2$.

19. (本小题 9 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + kx$, 且 $f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线斜率为 -3 .

(I) 求 k ;

(II) 求 $f(x)$ 的单调区间.

20. (本小题 10 分)

数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n = 2a_n - a_1$, 且 $a_1, a_2 + 1, a_3$ 成等差数列.

(I) 证明数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $b_n = \log_2 a_n$, 记数列 $\{\frac{1}{b_n \cdot b_{n+1}}\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求使得 $T_n \leq \frac{9}{10}$ 成立的 n 的最大值.

(考生务必将答案写在答题卡上, 在试卷上做答无效)