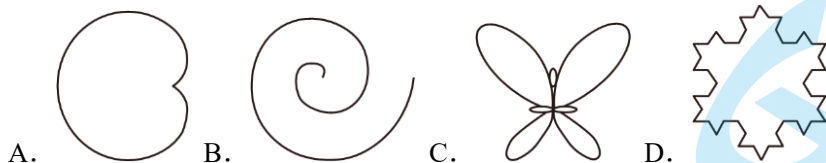


2023 北京西城外国语学校初三（上）期中

数 学

1. 如图图形中，是既是中心对称图形又是轴对称图形的是（ ）



2. 抛物线 $y = -(x+1)^2 + 2$ 的对称轴是（ ）

A. 直线 $x=1$ B. 直线 $x=2$ C. 直线 $x=-1$ D. 直线 $x=-2$

3. 将抛物线 $y = -3x^2$ 平移，得到抛物线 $y = -3(x-1)^2 - 2$ ，下列平移方式中，正确的是（ ）

A. 先向左平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位
B. 先向左平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位
C. 先向右平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位
D. 先向右平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位

4. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(4, 3)$ ，以原点 O 为圆心，5 为半径作 $\odot O$ ，则（ ）

A. 点 A 在 $\odot O$ 上
B. 点 A 在 $\odot O$ 内
C. 点 A 在 $\odot O$ 外
D. 点 A 与 $\odot O$ 的位置关系无法确定

5. 关于二次函数 $y = x^2 - 3x - 1$ 的图象与 x 轴交点个数的情况，下列说法正确的是（ ）

A. 有两个交点 B. 有一个交点
C. 没有交点 D. 无法判断

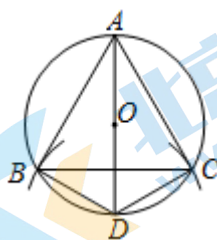
6. 点 $A(0, y_1)$ ， $B(5, y_2)$ 在二次函数 $y = x^2 - 4x + c$ 的图象上， y_1 与 y_2 的大小关系是（ ）

A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 = y_2$ C. $y_1 < y_2$ D. 无法比较

7. 在 $\odot O$ 中按如下步骤作图：

- (1) 作 $\odot O$ 的直径 AD ；
(2) 以点 D 为圆心， DO 长为半径画弧，交 $\odot O$ 于 B, C 两点；
(3) 连接 DB, DC, AB, AC, BC .

根据以上作图过程及所作图形，下列四个结论中错误的是（ ）



A. $\angle ABD = 90^\circ$ B. $\angle BAD = \angle CBD$ C. $AD \perp BC$ D. $AC = 2CD$

8. 如图1, $\odot O$ 过正方形 $ABCD$ 的顶点 A 、 D 且与边 BC 相切于点 E , 分别交 AB 、 DC 于点 M 、 N . 动点 P 在 $\odot O$ 或正方形 $ABCD$ 的边上以每秒一个单位的速度做连续匀速运动. 设运动的时间为 x , 圆心 O 与 P 点的距离为 y , 图2记录了一段时间里 y 与 x 的函数关系, 在这段时间里 P 点的运动路径为 ()

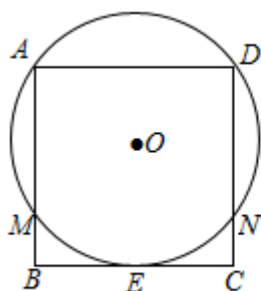


图1

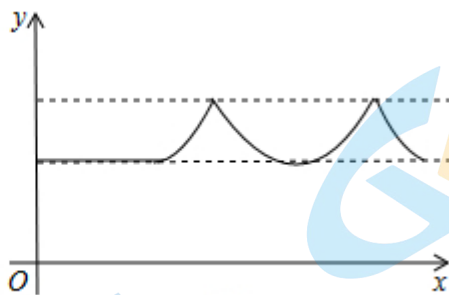
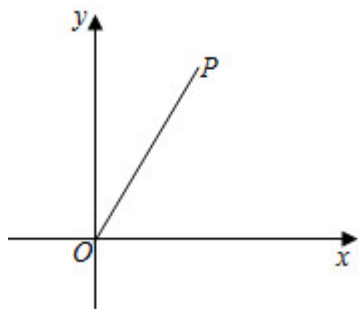


图2

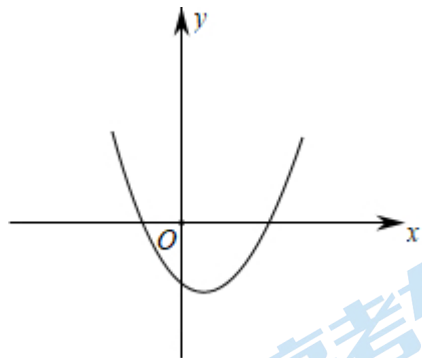
- A. 从 D 点出发, 沿弧 $DA \rightarrow$ 弧 $AM \rightarrow$ 线段 $BM \rightarrow$ 线段 BC
- B. 从 B 点出发, 沿线段 $BC \rightarrow$ 线段 $CN \rightarrow$ 弧 $ND \rightarrow$ 弧 DA
- C. 从 A 点出发, 沿弧 $AM \rightarrow$ 线段 $BM \rightarrow$ 线段 $BC \rightarrow$ 线段 CN
- D. 从 C 点出发, 沿线段 $CN \rightarrow$ 弧 $ND \rightarrow$ 弧 $DA \rightarrow$ 线段 AB

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

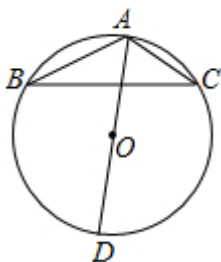
9. (2 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 将点 $P(2, 3)$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到点 P' , 则 P' 的坐标为 _____.



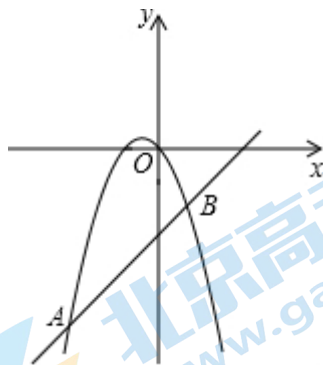
10. (2 分) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 那么 abc _____ 0 (填 “>”, “=”, 或 “<”).



11. (2 分) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - k = 0$ 有两个相等的实数根, 则 $k =$ _____.
12. (2 分) 如图, AD 为 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 的直径, 若 $\angle BAD = 50^\circ$, 则 $\angle ACB =$ _____ $^\circ$.

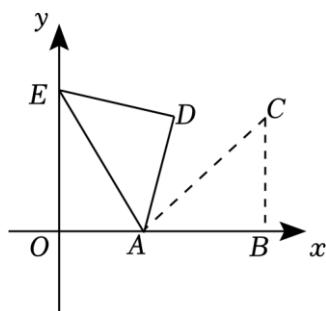


13. (2分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx$ 与直线 $y=mx+n$ 相交于点 $A(-3, -6)$, $B(1, -2)$, 则关于 x 的方程 $ax^2+bx=mx+n$ 的解为_____.

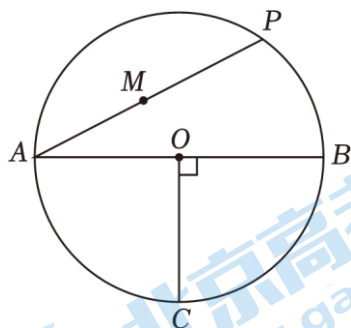


14. (2分) 一条弦恰好等于圆的半径, 则这条弦所对的圆周角为_____.

15. (2分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标为 $A(1, 0)$, 等腰直角三角形 ABC 的边 AB 在 x 轴的正半轴上, $\angle ABC=90^\circ$, 点 B 在点 A 的右侧, 点 C 在第一象限. 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 75° , 如果点 C 的对应点 E 恰好落在 y 轴的正半轴上, 那么边 AB 的长为_____.



16. (2分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $OC \perp AB$ 交 $\odot O$ 于点 C , P 为圆上一动点, M 为 AP 的中点, 连接 CM , 若 $\odot O$ 的半径为 6, 则 CM 长的最大值是_____.



- 三、解答题 (本题共 68 分, 第 17~22 题, 每小题 5 分, 第 23~26 题, 每小题 5 分, 第 27, 28 题, 每小题 5 分)

17. (5分) 已知: 如图, $\triangle ABC$ 为锐角三角形, $AB=AC$, $CD \parallel AB$.

求作：线段 BP ，使得点 P 在直线 CD 上，且 $\angle ABP = \frac{1}{2} \angle BAC$.

作法：①以点 A 为圆心， AC 长为半径画圆，交直线 CD 于 C ， P 两点；

②连接 BP .

线段 BP 就是所求作的线段.

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明.

证明：∵ $CD \parallel AB$,

$$\therefore \angle ABP = \underline{\hspace{2cm}}.$$

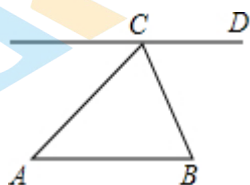
$$\because AB = AC,$$

∴ 点 B 在 $\odot A$ 上.

又∵ 点 C ， P 都在 $\odot A$ 上，

$$\therefore \angle BPC = \frac{1}{2} \angle BAC \quad (\underline{\hspace{2cm}}) \quad (\text{填推理的依据}).$$

$$\therefore \angle ABP = \frac{1}{2} \angle BAC.$$



18. (5分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+3)x + m+2 = 0$.

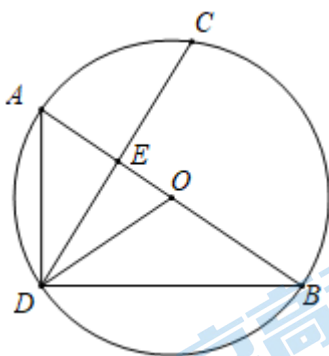
(1) 求证：方程总有两个实数根；

(2) 若方程两个根的绝对值相等，求此时 m 的值.

19. (5分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 CD 与 AB 交于点 E ，且 E 是 CD 的中点.

(1) 求证： $\angle ADC = \angle BDO$ ；

(2) 若 $CD = 4\sqrt{2}$ ， $AE = 2$ ，求 $\odot O$ 的半径.

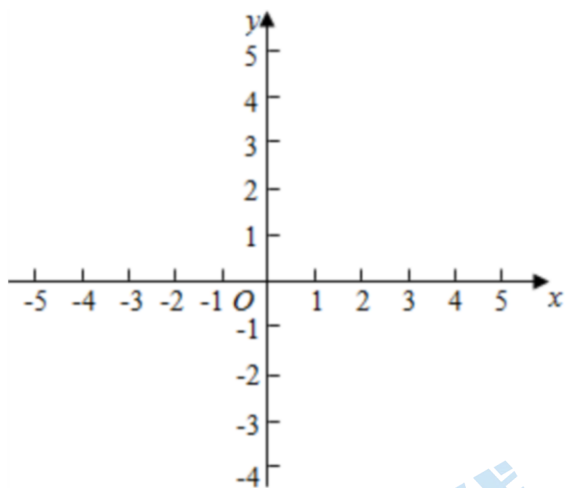


20. (5分) 已知二次函数 $y = -x^2 - 2x + 3$.

(1) 将二次函数化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式；

(2) 在平面直角坐标系中画出 $y = -x^2 - 2x + 3$ 的图象；

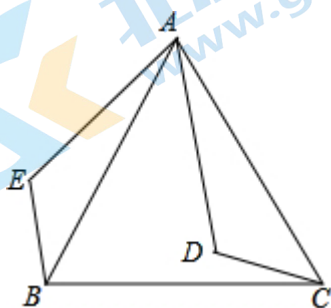
(3) 结合函数图象，直接写出 $-3 \leq x \leq 0$ 时 y 的取值范围.



21. (5分) 如图, D 是等边三角形 ABC 内一点, 将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 60° , 得到线段 AE , 连接 CD , BE .

(1) 求证: $\angle AEB = \angle ADC$;

(2) 连接 DE , 若 $\angle ADC = 105^\circ$, 求 $\angle BED$ 的度数.



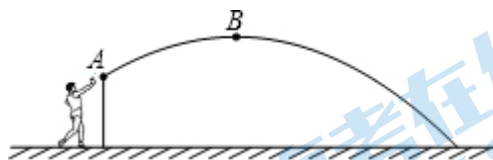
22. (5分) 雅安地震牵动着全国人民的心, 某单位开展了“一方有难, 八方支援”赈灾捐款活动. 第一天收到捐款 10000 元, 第三天收到捐款 12100 元.

(1) 如果第二天、第三天收到捐款的增长率相同, 求捐款增长率;

(2) 按照 (1) 中收到捐款的增长率速度, 第四天该单位能收到多少捐款?

23. (6分) 为了在校运会中取得更好的成绩, 小丁积极训练. 在某次试投中铅球所经过的路线是如图所示的抛物线的一部分. 已知铅球出手处 A 距离地面的高度是 $\frac{8}{5}$ 米, 当铅球运行的水平距离为 3 米时, 达到

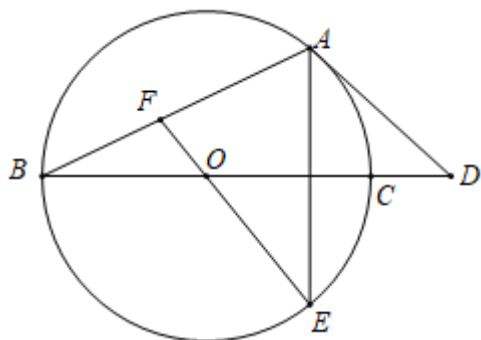
最大高度 $\frac{5}{2}$ 米的 B 处. 小丁此次投掷的成绩是多少米?



24. (6分) 如图, BC 是 $\odot O$ 直径, 点 A 是 $\odot O$ 上一点, $\angle ABC = 22.5^\circ$, 点 D 为 BC 延长线上一点, 且 $AD = OB$.

(1) 求证: DA 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 过点 A 作 $AE \perp BD$ 交 $\odot O$ 于点 E , EO 的延长线交 AB 于点 F , 若 $\odot O$ 的直径为 4, 求线段 EF 的长.



25. (6分) 已知: 二次函数 $y = ax^2 - 2ax + a + 1$.

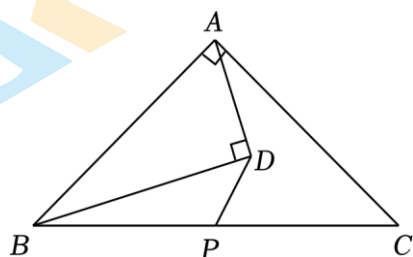
(1) 求这个二次函数图象的对称轴和顶点坐标;

(2) 若点 $A(n+1, y_1)$, $B(n-2, y_2)$ 在抛物线 $y = ax^2 - 2ax + a + 1$ ($a > 0$) 上, 且 $y_1 < y_2$, 求 n 的取值范围.

26. (6分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 2$. 点 D 为 $\triangle ABC$ 内一点, 且有 $\angle BDA = 90^\circ$, 点 P 为 BC 中点, 连接 DP .

(1) 连结 AP 并证明 $\angle BDP = 45^\circ$;

(2) 写出线段 AD , BD , PD 之间的数量关系, 并证明.

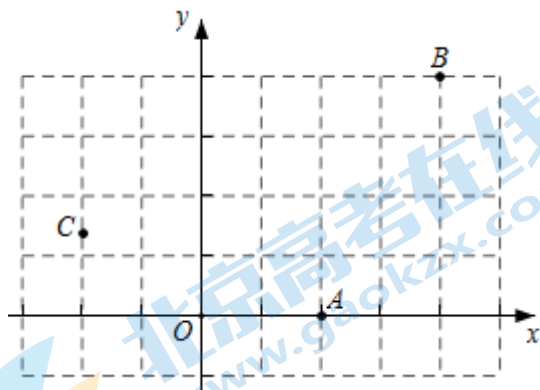


27. (6分) 对于平面直角坐标系: xOy 内任意一点 P . 过 P 点作 $PM \perp x$ 轴于点 M , $PN \perp y$ 轴于点 N , 连接 MN , 则称 MN 的长度为点 P 的垂点距离, 记为 h . 特别地, 点 P 与原点重合时, 垂点距离为 0.

(1) 点 $A(2, 0)$, $B(4, 4)$, $C(-2, \sqrt{2})$ 的垂点距离分别为 _____, _____, _____.

(2) 点 P 在以 $Q(\sqrt{3}, 1)$ 为圆心, 半径为 3 的 $\odot Q$ 上运动, 求出点 P 的垂点距离 h 的取值范围;

(3) 点 T 为直线 $l: y = \sqrt{3}x + 6$ 位于第二象限内的一点, 对于点 T 的垂点距离 h 的每个值有且仅有一个点 T 与之对应, 求点 T 的横坐标 t 的取值范围.



参考答案

1. 【分析】中心对称图形的定义：把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形；轴对称图形的定义：如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形。根据定义即可判断。

【解答】解：A. 该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

B. 该图形既不是中心对称图形，也不是轴对称图形，故此选项不符合题意；

C. 该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

D. 该图形既是轴对称图形又是中心对称图形，故此选项符合题意。

故选：D.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念，正确掌握相关概念是解题关键。

2. 【分析】根据抛物线的顶点式，可以写出该抛物线的对称轴，本题得以解决。

【解答】解： $\because$ 抛物线 $y = -(x+1)^2 + 2$,

$\therefore$ 该抛物线的对称轴是直线 $x = -1$,

故选：C.

【点评】本题考查二次函数的性质，解答本题的关键是由顶点式可以直接写出抛物线的对称轴。

3. 【分析】找到两个抛物线的顶点，根据抛物线的顶点即可判断是如何平移得到。

【解答】解： $\because y = -3x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$, $y = -3(x-1)^2 - 2$ 的顶点坐标为 $(1, -2)$,

$\therefore$ 将抛物线 $y = -3x^2$ 向右平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位，可得到抛物线 $y = -3(x-1)^2 - 2$.

故选：D.

【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换，熟知“上加下减，左加右减”的法则是解答此题的关键。

4. 【分析】先求出点 A 到圆心 O 的距离，再根据点与圆的位置依据判断可得。

【解答】解： $\because$ 点 A $(4, 3)$ 到圆心 O 的距离 $OA = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$,

$\therefore OA = r = 5$,

$\therefore$ 点 A 在 $\odot O$ 上，

故选：A.

【点评】本题考查了对点与圆的位置关系的判断。关键要记住若半径为 r ，点到圆心的距离为 d ，则有：当 $d > r$ 时，点在圆外；当 $d = r$ 时，点在圆上，当 $d < r$ 时，点在圆内。

5. 【分析】令 $y=0$ ，得到关于 x 的一元二次方程，然后由 $\Delta > 0$ 即可判断。

【解答】解：令 $y=0$ ，则 $x^2 - 3x - 1 = 0$,

$\therefore \Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 9 + 4 = 13 > 0$,

$\therefore$ 方程 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，

$\therefore$ 二次函数 $y = x^2 - 3x - 1$ 的图象与 x 轴有两个交点，

故选：A.

【点评】本题主要考查抛物线与 x 轴的交点，二次函数的性质，正确掌握方程的根的情况和抛物线与 x 轴交点的个数间的关系是解题的关键。

6. 【分析】由抛物线的解析式得出对称轴，利用二次函数的图象与性质解答可得。

【解答】解：∵ $y = x^2 - 4x + c$,

∴ 抛物线开口向上，对称轴为 $x = -\frac{-4}{2 \times 1} = 2$,

∵ 点 $A(0, y_1)$, $B(5, y_2)$ 在二次函数 $y = x^2 - 4x + c$ 的图象上，且点 B 离对称轴较远，

∴ $y_1 < y_2$.

故选：C.

【点评】本题主要考查二次函数图象上点的坐标特征，根据二次函数的性质得出抛物线上离对称轴水平距离越大，函数值越大是解题的关键。

7. 【分析】根据作图过程可知： AD 是 $\odot O$ 的直径， $\widehat{BD} = \widehat{CD}$ ，根据垂径定理即可判断 A 、 B 、 C 正确，再根据 $DC = OD$ ，可得 $AD = 2CD$ ，进而可判断 D 选项。

【解答】解：根据作图过程可知：

AD 是 $\odot O$ 的直径，

∴ $\angle ABD = 90^\circ$,

∴ A 选项正确；

∵ $BD = CD$,

∴ $\widehat{BD} = \widehat{CD}$,

∴ $\angle BAD = \angle CBD$,

∴ B 选项正确；

根据垂径定理，得

$AD \perp BC$,

∴ C 选项正确；

∵ $DC = OD$,

∴ $AD = 2CD$,

∴ D 选项错误。

故选：D.

【点评】本题考查了作图 - 复杂作图、含 30° 角的直角三角形、垂径定理、圆周角定理，解决本题的关键是综合应用以上知识。

8. 【分析】结合图 1 分别画出 A 、 B 、 C 、 D 四种函数图象，即可判断。

【解答】解：根据画出的函数的图象， C 符合，

故选：C.

【点评】本题考查了动点问题的函数图象，根据题意，分别画出函数的图象是解题的关键。

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 【分析】如图，过 P 、 P' 两点分别作 x 轴， y 轴的垂线，垂足为 A 、 B ，由旋转 90° 可知， $\triangle OPA \cong \triangle OP'B$ ，则 $P'B = PA = 3$ ， $BO = OA = 2$ ，由此确定点 P' 的坐标.

【解答】解：如图，过 P 、 P' 两点分别作 x 轴， y 轴的垂线，垂足为 A 、 B ，

$\because$ 线段 OP 绕点 O 顺时针旋转 90° ，

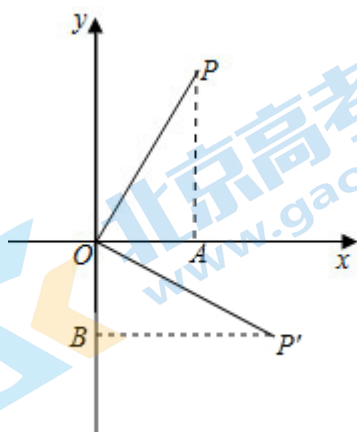
$\therefore \angle POP' = \angle AOB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AOP = \angle P'OB$ ，且 $OP = OP'$ ， $\angle PAO = \angle P'BO = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle OAP \cong \triangle OP'B$ (AAS)，即 $P'B = PA = 3$ ， $BO = OA = 2$ ，

$\therefore P' (3, -2)$.

故答案为：(3, -2).



【点评】本题考查了点的坐标与旋转变换的关系. 关键是根据旋转的条件，确定全等三角形.

10. 【分析】根据抛物线开口方向、对称轴及抛物线与 y 轴交点的位置即可得到 a 、 b 、 c 符号，从而可得答案.

【解答】解：抛物线开口向上，

$\therefore a > 0$ ，

对称轴直线在 y 轴右侧，

$\therefore -\frac{b}{2a} > 0$ ，

$\therefore b < 0$ ，

而抛物线与 y 轴交点在负半轴，

$\therefore c < 0$ ，

$\therefore abc > 0$ ，

故答案为：>.

【点评】本题考查二次函数图象与系数的关系，解题的关键是掌握 a 、 b 、 c 符号的判定方法.

11. 【分析】根据判别式的意义得到 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-k) = 0$ ，然后解一次方程即可.

【解答】解：根据题意得 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-k) = 0$ ，

解得 $k = -1$.

故答案为：-1.

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$: 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根.

12. 【分析】连接 BD , 如图, 根据圆周角定理得到 $\angle ABD = 90^\circ$, 则利用互余计算出 $\angle D = 40^\circ$, 然后再利用圆周角定理得到 $\angle ACB$ 的度数.

【解答】解: 连接 BD , 如图,

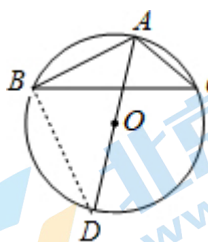
$\because AD$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ABD = 90^\circ$,

$\therefore \angle D = 90^\circ - \angle BAD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$,

$\therefore \angle ACB = \angle D = 40^\circ$.

故答案为 40 .



【点评】本题考查了圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

13. 【分析】关于 x 的方程 $ax^2+bx=mx+n$ 的解为抛物线 $y=ax^2+bx$ 与直线 $y=mx+n$ 交点的横坐标.

【解答】解: $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx$ 与直线 $y=mx+n$ 相交于点 $A(-3, -6)$, $B(1, -2)$,

$\therefore$ 关于 x 的方程 $ax^2+bx=mx+n$ 的解为 $x_1 = -3$, $x_2 = 1$.

故答案为 $x_1 = -3$, $x_2 = 1$.

【点评】本题考查了抛物线与 x 轴的交点: 把求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标问题转化解关于 x 的一元二次方程即可求得交点横坐标. 也考查了二次函数的性质.

14. 【分析】根据 $\odot O$ 的一条弦长恰好等于半径知: 这条弦和两条半径组成了等边三角形. 所以这条弦所对的圆心角是 60° , 再根据弦所对的圆周角有两种情况讨论求解.

【解答】解: 根据题意, 弦所对的圆心角是 60° ,

①当圆周角的顶点在优弧上时, 则圆周角 $= \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$;

②当圆周角的顶点在劣弧上时, 则根据圆内接四边形的性质, 和第一种情况的圆周角是互补, 等于 150° .

故答案为: 30° 或 150° .

【点评】本题考查圆周角定理, 等边三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是注意一题多解.

15. 【分析】依据旋转的性质, 即可得到 $\angle OAE = 60^\circ$, 再根据 $OA = 1$, $\angle EOA = 90^\circ$, $\angle OAE = 60^\circ$, 即可得出 $AE = 2$, $AC = 2$. 最后在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 可得到 $AB = BC = \sqrt{2}$.

【解答】解: 依题可知, $\angle BAC = 45^\circ$, $\angle CAE = 75^\circ$, $AC = AE$, $\angle OAE = 60^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle AOE$ 中, $OA = 1$, $\angle EOA = 90^\circ$, $\angle OAE = 60^\circ$,

$$\therefore AE=2,$$

$$\therefore AC=2.$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } AB=BC=\sqrt{2}.$$

故答案为: $\sqrt{2}$.

【点评】本题主要考查了坐标与图形变化, 等腰直角三角形的性质的综合运用, 图形或点旋转之后要结合旋转的角度和图形的特殊性质来求出旋转后的点的坐标.

16. 【分析】根据题意得出点 M 的移动轨迹, 再根据圆外一点到圆上一点最大距离进行计算即可.

【解答】解: 如图, 当点 P 在 $\odot O$ 上移动时, AP 的中点 M 的轨迹是以 OA 为直径的 $\odot O'$, 因此 CO' 交 $\odot O'$ 于点 M , 此时 CM 的值最大,

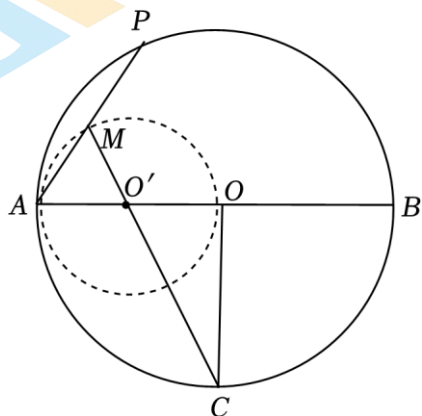
$$\text{由题意得, } OA=OB=OC=6, OO'=\frac{1}{2}OA=3=O'M,$$

$$\text{在 Rt}\triangle O'OC \text{ 中, } OC=6, OO'=3,$$

$$\therefore O'C=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5},$$

$$\therefore CM=CO'+O'M=3\sqrt{5}+3,$$

故答案为: $3\sqrt{5}+3$.



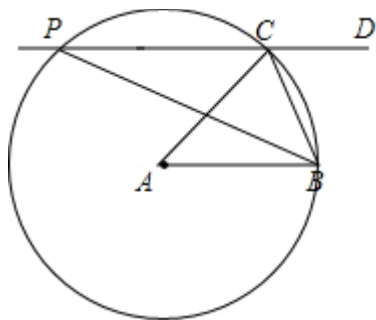
【点评】本题考查点与圆的位置关系, 勾股定理, 理解“圆外一点到圆上任意一点的最大距离”的计算方法是解决问题的关键.

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17~22 题, 每小题 5 分, 第 23~26 题, 每小题 5 分, 第 27, 28 题, 每小题 5 分)

17. 【分析】(1) 根据作法即可补全图形;

(2) 根据等腰三角形的性质和同弧所对圆周角等于该弧所对的圆心角的一半即可完成下面的证明.

【解答】解: (1) 如图, 即为补全的图形;



(2) 证明: $\because CD \parallel AB$,

$$\therefore \angle ABP = \angle BPC.$$

$$\because AB = AC,$$

$\therefore$ 点 B 在 $\odot A$ 上.

又 $\because$ 点 C, P 都在 $\odot A$ 上,

$$\therefore \angle BPC = \frac{1}{2} \angle BAC \text{ (同弧所对的圆周角等于该弧所对的圆心角的一半)},$$

$$\therefore \angle ABP = \frac{1}{2} \angle BAC.$$

故答案为: $\angle BPC$, 同弧所对的圆周角等于该弧所对的圆心角的一半.

【点评】本题考查了作图 - 复杂作图、等腰三角形的性质、圆周角定理, 解决本题的关键是综合运用以上知识.

18. 【分析】(1) 先根据题意求出 Δ 的值, 再根据一元二次方程根的情况与根的判别式 Δ 的关系即可得出结论;

(2) 利用因式分解法求得方程的解, 然后根据题意列出关于 m 的方程, 解方程即可得到结论.

$$\text{【解答】(1) 证明: } \because \Delta = (m+3)^2 - 4(m+2) = (m+1)^2 \geq 0,$$

$\therefore$ 方程总有两个实数根;

$$(2) \text{ 解: } \because x^2 - (m+3)x + m+2 = 0,$$

$$\therefore (x - m - 2)(x - 1) = 0,$$

$$\therefore x_1 = m+2, x_2 = 1.$$

$\because$ 方程两个根的绝对值相等,

$$\therefore m+2 = \pm 1.$$

$$\therefore m = -3 \text{ 或 } -1.$$

【点评】本题考查了根的判别式, 一元二次方程的解法, 掌握判别式 Δ 与 0 的关系判定方程根的情况是解决本题的关键.

19. 【分析】(1) 由垂径定理和圆周角定理即可证得: $\angle ADC = \angle BDO$;

(2) 设 OO 半径为 r , 在 $Rt\triangle OED$ 中用勾股定理即可求得 $\odot O$ 的半径.

【解答】(1) 证明: 连接 OC ,

$$\because OD = OC, E \text{ 是 } CD \text{ 的中点},$$

$$\therefore OE \perp CD,$$

∴ 弧 AD = 弧 AC ,

∴ $\angle ADC = \angle ABD$,

∵ $OD = OB$,

∴ $\angle BDO = \angle ABD$,

∴ $\angle ADC = \angle BDO$;

(2) 解: 设 OO 半径为 r ,

∴ $OC = OD = OA = r$,

∵ $AE = 2$,

∴ $OE = OA - AE = r - 2$,

∵ $CD = 4\sqrt{2}$, E 点是 CD 的中点,

∴ $DE = \frac{1}{2}CD = 2\sqrt{2}$.

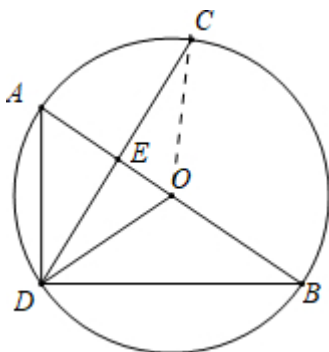
由 (1) 知, $OE \perp CD$,

∴ $\angle OED = 90^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle OED$ 中, $OE^2 + DE^2 = OD^2$,

∴ $(r - 2)^2 + (2\sqrt{2})^2 = r^2$, 解得 $r = 3$,

∴ OO 半径为 3.



【点评】本题主要考查了圆周角定理、垂径定理, 连接 OC 构造垂径定理是解决此题的关键.

20. 【分析】(1) 利用配方法可把抛物线解析式化顶点式;

(2) 先解方程 $-x^2 - 2x + 3 = 0$ 得抛物线与 x 轴的交点坐标为 $(-3, 0)$, $(1, 0)$, 再确定抛物线的顶点坐标和与 y 轴的交点坐标, 然后利用描点法画二次函数图象;

(3) 结合函数图象, 写出抛物线在 x 轴上方所对应的自变量的范围即可.

【解答】解: (1) $y = -x^2 - 2x + 3$

$= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 3$,

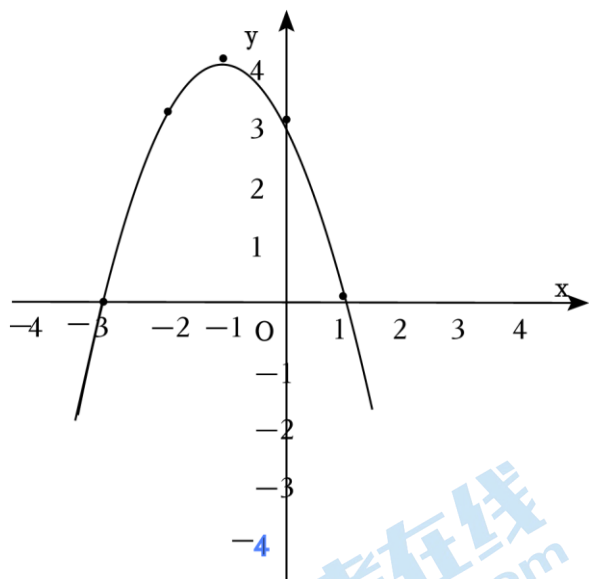
$= -(x + 1)^2 + 4$;

(2) 抛物线的顶点坐标为 $(-1, 4)$,

当 $x = 0$ 时, $y = -x^2 - 2x + 3 = 3$, 则抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0, 3)$;

当 $y = 0$ 时, $-x^2 - 2x + 3 = 0$, 解得 $x_1 = 1$, $x_2 = -3$, 则抛物线与 x 轴的交点坐标为 $(-3, 0)$, $(1, 0)$;

如图,



(3) 由图象可得, 当 $-3 \leq x \leq 0$ 时, $0 \leq y \leq 4$.

【点评】本题考查了抛物线与 x 轴的交点: 把求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标问题转化为解关于 x 的一元二次方程. 也考查了二次函数的性质.

21. 【分析】(1) 根据等边三角形的性质得出 $\angle BAC=60^\circ$, $AB=AC$, 根据旋转的性质得出 $\angle DAE=60^\circ$, $AE=AD$. 求出 $\angle EAB=\angle DAC$, 证 $\triangle EAB \cong \triangle DAC$ 即可;

(2) 求出 $\angle AEB=105^\circ$, 求出 $\angle AED$, 即可得出答案.

【解答】解: (1) $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle BAC=60^\circ$, $AB=AC$,

$\because$ 线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 60° , 得到线段 AE ,

$\therefore \angle DAE=60^\circ$, $AE=AD$.

$\therefore \angle BAD + \angle EAB = \angle BAD + \angle DAC$.

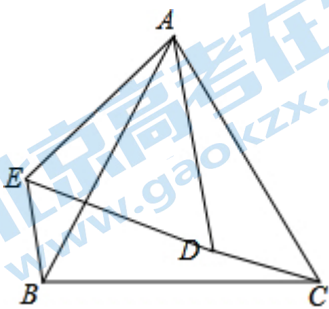
$\therefore \angle EAB = \angle DAC$.

在 $\triangle EAB$ 和 $\triangle DAC$ 中,

$$\because \begin{cases} AB=AC \\ \angle EAB=\angle DAC, \\ AE=AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle EAB \cong \triangle DAC$,

$\therefore \angle AEB = \angle ADC$;



(2) 如图,

$\because \angle DAE=60^\circ$, $AE=AD$,

$\therefore \triangle EAD$ 为等边三角形,

$\therefore \angle AED = 60^\circ$,

又 $\because \angle AEB = \angle ADC = 105^\circ$,

$\therefore \angle BED = 105^\circ - 60^\circ = 45^\circ$.

【点评】本题考查了全等三角形的性质、旋转的性质和等边三角形的性质等知识点,能灵活运用性质定理进行推理是解此题的关键.

22. 【分析】(1) 解答此题利用的数量关系是: 第一天收到捐款钱数 $\times (1 + \text{每次增长的百分率})^2 =$ 第三天收到捐款钱数, 设出未知数, 列方程解答即可;

(2) 第三天收到捐款钱数 $\times (1 + \text{每次增长的百分率}) =$ 第四天收到捐款钱数, 依此列式子解答即可.

【解答】解: (1) 设捐款增长率为 x , 根据题意列方程得,

$$10000 \times (1+x)^2 = 12100,$$

解得 $x_1 = 0.1$, $x_2 = -2.1$ (不合题意, 舍去);

答: 捐款增长率为 10%.

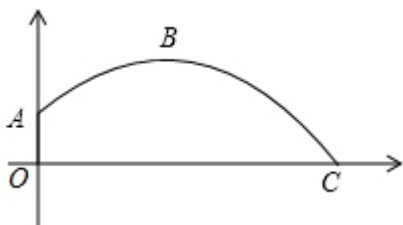
(2) $12100 \times (1 + 10\%) = 13310$ 元.

答: 第四天该单位能收到 13310 元捐款.

【点评】本题考查了一元二次方程的应用, 列方程的依据是: 第一天收到捐款钱数 $\times (1 + \text{每次降价的百分率})^2 =$ 第三天收到捐款钱数.

23. 【分析】由点 A 、 B 的坐标求出函数表达式 $y = -\frac{1}{10}(x-3)^2 + \frac{5}{2}$, 令 $y=0$, 即可求解.

【解答】解: 建立平面直角坐标系如图所示.



则点 A 的坐标为 $(0, \frac{8}{5})$, 顶点为 $B(3, \frac{5}{2})$.

设抛物线的表达式为 $y = a(x-3)^2 + \frac{5}{2}$,

$\because$ 点 $A(0, \frac{8}{5})$ 在抛物线上,

$$\therefore a(0-3)^2 + \frac{5}{2} = \frac{8}{5},$$

解得 $a = -\frac{1}{10}$.

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y = -\frac{1}{10}(x-3)^2 + \frac{5}{2}$

$$\text{令 } y=0, \text{ 则 } -\frac{1}{10}(x-3)^2 + \frac{5}{2} = 0,$$

解得 $x=8$ 或 $x=-2$ (不合实际, 舍去).

即 $OC=8$.

答: 小丁此次投掷的成绩是 8 米.

【点评】本题考查的是二次函数的应用, 通过建立坐标系, 确定相应点的坐标即可求解.

24. 【分析】(1) 连接 AO , 由 $\angle ABC=22.5^\circ$ 求出 $\angle AOD=45^\circ$, 再由 $AD=OB$ 、 $OA=OB$ 得到 $\angle AOD=\angle D=45^\circ$, 从而得到 $\angle OAD=90^\circ$, 得证 DA 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 由 $AE \perp BD$ 和直径为 4 结合垂径定理求得 $\angle OAE$ 、 $\angle E$ 和 AE 的长度, 再结合 $\angle ABC$ 的度数求出 $\angle AFE$ 和 $\angle FAE$ 的大小, 从而求出线段 EF 的长.

【解答】(1) 证明: 连接 OA ,

$$\because \angle ABC=22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD=2\angle ABC=45^\circ,$$

$$\because OA=OB, AD=OB,$$

$$\therefore OA=AD,$$

$$\therefore \angle AOD=\angle D=45^\circ,$$

$$\therefore \angle OAD=90^\circ,$$

$\therefore DA$ 是 $\odot O$ 的切线.

$$(2) \text{ 解: } \because AE \perp BD, \angle AOD=45^\circ,$$

$$\therefore \angle OAE=\angle E=45^\circ, \angle AOE=90^\circ,$$

$$\because \text{直径为 } 4,$$

$$\therefore OA=OE=2,$$

$$\therefore AE=2\sqrt{2},$$

$$\because OA=OB, \angle ABC=22.5^\circ,$$

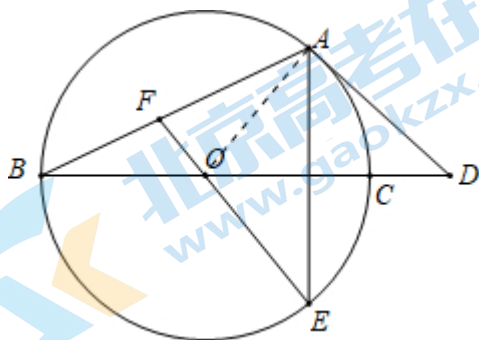
$$\therefore \angle OAB=\angle ABC=22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle FAE=\angle OAB+\angle OAE=22.5^\circ+45^\circ=67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE=180^\circ-\angle FAE-\angle E=180^\circ-67.5^\circ-45^\circ=67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE=\angle FAE,$$

$$\therefore EF=AE=2\sqrt{2}.$$



【点评】本题考查了切线的定义、圆周角定理、垂径定理、等腰直角三角形的三边关系和等腰三角形的判定与性质，第一问解题的关键是利用圆周角定理求出 $\angle AOD$ 的度数和利用等边对等角求出 $\angle D$ 的大小，第二问解题的关键是通过垂径定理判断出 $\angle AFE = \angle FAE$ ，然后利用等角对等边求出线段 EF 的长度。

25. 【分析】(1) 先配成顶点式，求出二次函数图象的对称轴及顶点坐标；

(2) 分两种情况，①若 $A(n+1, y_1)$ 在直线 $x=1$ 的右边， $B(n-2, y_2)$ 在直线 $x=1$ 的左边，列不等式求出解集，②若 $A(n+1, y_1)$ 在直线 $x=1$ 的左边， $B(n-2, y_2)$ 在直线 $x=1$ 的左边，列不等式求出解集。

【解答】解：(1) $\because y = ax^2 - 2ax + a + 1$.

$$= a(x^2 - 2x + 1) + 1$$

$$= a(x-1)^2 + 1,$$

$\therefore$ 这个二次函数图象的对称轴是直线： $x=1$ ，顶点坐标 $(1, 1)$ ；

(2) $\because a > 0$,

$\therefore$ 二次函数图象开口向上，

①若 $A(n+1, y_1)$ 在直线 $x=1$ 的右边， $B(n-2, y_2)$ 在直线 $x=1$ 的左边，

$$\text{由题意可得} \begin{cases} n+1 > 1 \\ n-2 < 1 \end{cases},$$

$$1 - (n-2) > (n+1) - 1,$$

$$\therefore 0 < n < \frac{3}{2},$$

②若 $A(n+1, y_1)$ 在直线 $x=1$ 的左边， $B(n-2, y_2)$ 在直线 $x=1$ 的左边，

由题意可得， $n+1 \leq 1$,

$$\therefore n \leq 0,$$

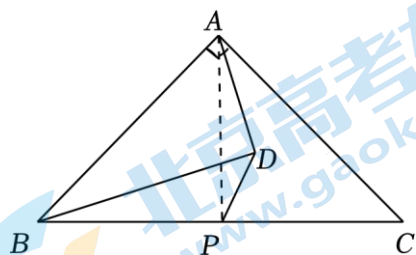
综上所述： $n < \frac{3}{2}$.

【点评】本题考查二次函数的性质、二次函数图象上点的坐标特征，掌握这两个知识的综合应用是解题关键。

26. 【分析】(1) 通过证明点 A ，点 B ，点 P ，点 D 四点共圆，可得 $\angle BAP = \angle BDP = 45^\circ$ ；

(2) 由“SAS”可证 $\triangle APD \cong \triangle BPH$ ，可得 $BH = AD$ ，即可求解。

【解答】(1) 证明：如图，连接 AP ，



$\because \triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $\angle BAC = 90^\circ$ ，点 P 是 BC 的中点，

$\therefore AP = BP = CP$ ， $AP \perp BP$ ， $\angle BAP = \angle ABC = 45^\circ$ ，

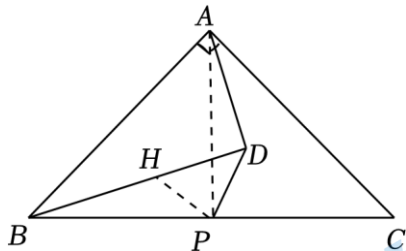
$$\therefore \angle APB = \angle ADB = 90^\circ,$$

$\therefore$ 点 A , 点 B , 点 P , 点 D 四点共圆,

$$\therefore \angle BAP = \angle BDP = 45^\circ;$$

(2) 解: $BD = AD + \sqrt{2}PD$, 理由如下:

如图, 过点 P 作 $PH \perp PD$, 交 BD 于 H ,



$$\because PH \perp PD, \angle BDP = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DPH = \angle APB = 90^\circ, \angle BDP = \angle DHP = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BPH = \angle APD, PD = PH,$$

$$\text{又} \because BP = AP,$$

$$\therefore \triangle APD \cong \triangle BPH \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BH = AD,$$

$$\because PD = PH, \angle DPH = 90^\circ,$$

$$\therefore HD = \sqrt{2}PD,$$

$$\therefore BD = BH + HD = AD + \sqrt{2}PD.$$

【点评】本题考查了全等三角形的判定和性质, 等腰直角三角形的性质, 圆的有关知识, 灵活运用这些性质解决问题是解题的关键.

27. 【分析】(1) 先判断出 $MN = OB$, 即可用两点间的距离公式求解;

(2) 先判断出 $h = OP$, 再判断出 $PQ - OQ \leq OP \leq OQ + PQ$, 即可得出结论;

(3) 先求出点 A, B 坐标, 进而求出 OA, OB , 再找出分界点, 利用锐角三角函数求解即可得出结论.

【解答】解: (1) 如图 1, 点 $A(2, 0)$ 的垂点距离为 $OA = 2$,

连接 OB , 过点 B 作 $BM \perp x$ 轴于 M , 作 $BN \perp y$ 轴于 N ,

$$\therefore \angle BNO = \angle BMO = 90^\circ,$$

$$\because \angle MON = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MON = \angle BMN = \angle BNO = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $OMBN$ 是矩形,

$$\therefore MN = OB,$$

$$\therefore \text{点 } B(4, 4) \text{ 的垂点距离为 } MN = OB = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\text{同理: 点 } C \text{ 的垂点距离为 } \sqrt{(-2)^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6},$$

故答案为: $2, 4\sqrt{2}, \sqrt{6}$;

(2) 如图 2,

过点 P 作 $PM \perp x$ 轴于 M , $PN \perp y$ 轴于 N , 连接 OP ,

由 (1) 知, 点 P 的垂点距离 $h = OP$,

$\because$ 点 Q 的坐标为 $(\sqrt{3}, 1)$,

$$\therefore OQ = 2,$$

$$\because PQ - OQ \leq OP \leq OQ + PQ,$$

$$\therefore 3 - 2 \leq OP \leq 3 + 2,$$

$$\therefore 1 \leq OP \leq 5,$$

$$\therefore 1 \leq h \leq 5;$$

(3) 如图 3, 设直线 l 与 x 轴, y 轴的交点为 A, B ,

针对于直线 $y = \sqrt{3}x + 6$,

令 $x = 0$, 则 $y = 6$,

$$\therefore B(0, 6),$$

$$\therefore OB = 6,$$

令 $y = 0$, 则 $\sqrt{3}x + 6 = 0$,

$$\therefore x = -2\sqrt{3},$$

$$\therefore A(-2\sqrt{3}, 0),$$

$$\therefore OA = 2\sqrt{3},$$

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $\tan \angle OAB = \frac{OB}{OA} = \sqrt{3}$,

$$\therefore \angle OAB = 60^\circ,$$

过点 O 作 $OM \perp l$ 于 M ,

$$\therefore AM = OA \cdot \cos \angle OAB = 2\sqrt{3} \cdot \cos 60^\circ = \sqrt{3},$$

过点 M, N 分别作 x 轴的垂线, 垂足分别为 C, D ,

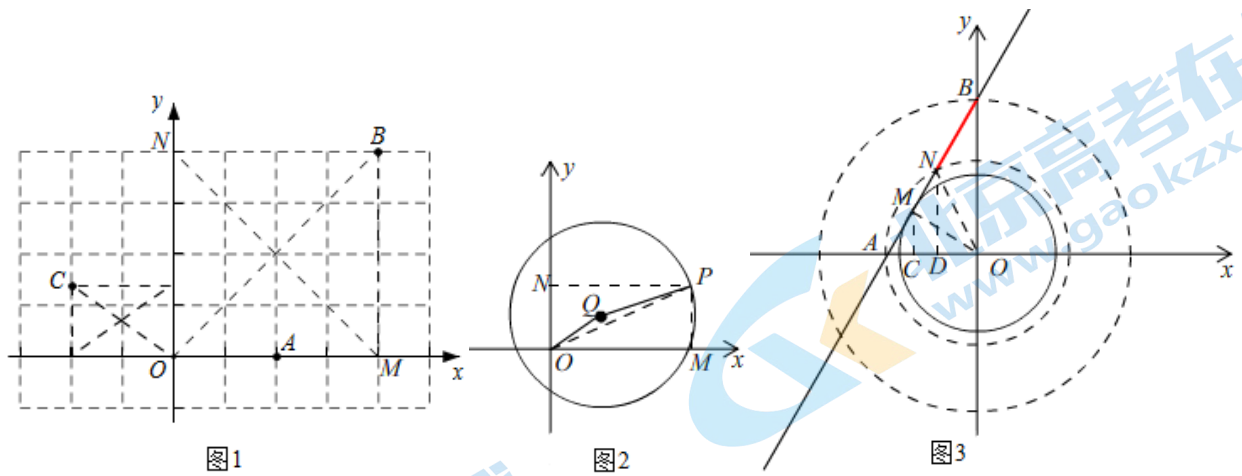
$$\text{同理: } AC = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 即 } OC = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\because OA = ON, \angle BAO = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle AON$ 是等边三角形,

$$\therefore OD = \frac{1}{2}OA = \sqrt{3},$$

$$\therefore t = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ 或 } -\sqrt{3} \leq t < 0.$$



【点评】此题是圆的综合题，主要考查了矩形的判定和性质，三角形的三边关系，等边三角形的判定和性质，锐角三角函数，找出分界点是解本题的关键.

北京初三高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题 &答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

