

北京市八一学校 2021 届高三年级十月月考试卷

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，共 40 分）

01. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 4\}$, $B = \{-1, 2\}$, 则 $A \cup B =$ 【 】

A. $\{-1\}$

B. $\{-1, 2\}$

C. $\{-1, 0, 1, 2\}$

D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

02. 已知向量 $a = (t, 1)$, $b = (1, 2)$. 若 $a \parallel b$, 则实数 t 的值为 【 】

A. -2

B. 2

C. $-\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

03. 在下列函数中，定义域为实数集的偶函数为 【 】

A. $y = \sin x$

B. $y = \cos x$

C. $y = x|x|$

D. $y = \ln|x|$

04. 设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，则“ $q > 1$ ”是“ $\{a_n\}$ 为递增数列”的 【 】

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

05. 要得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象，只需要将函数 $y = \sin 2x$ 的图象 【 】

A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位

B. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

C. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位

D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

06. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 5$, $\sin A = 2\sin C$, $\cos B = \frac{4}{5}$. 则 $\triangle ABC$ 的面积为 【 】

A. 10

B. 15

C. 20

D. 30

07. 已知函数 $f(x) = x^3 + m \ln x$ 在区间 $[1, 2]$ 上不是单调函数，则 m 的取值范围是 【 】

A. $(-\infty, -3)$

B. $[-24, -3]$

C. $(-24, -3)$

D. $(-24, +\infty)$

08. 已知函数 $f(x) = |x-2| - kx + 1$ 恰有两个零点, 则实数 k 的取值范围是

【 】

A. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

B. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

C. $(1, 2)$

D. $(2, +\infty)$

09. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $BC = 2$, 点 P 在 BC 边上, 且 $\overrightarrow{AP} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = 1$, 则 $|\overrightarrow{AP}|$ 的取值范围是

【 】

A. $\left(\frac{1}{2}, 1\right]$

B. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$

C. $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

D. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$

10. 已知集合 A, B 满足: (i) $A \cup B = Q, A \cap B = \emptyset$;

(ii) $\forall x_1 \in A$, 若 $x_2 \in Q$ 且 $x_2 < x_1$, 则 $x_2 \in A$;

(iii) $\forall y_1 \in B$, 若 $y_2 \in Q$ 且 $y_2 > y_1$, 则 $y_2 \in B$.

给出以下命题:

① 若集合 A 中没有最大数, 则集合 B 中有最小数;

② 若集合 A 中没有最大数, 则集合 B 中可能没有最小数;

③ 若集合 A 中有最大数, 则集合 B 中没有最小数;

④ 若集合 A 中有最大数, 则集合 B 中可能有最小数.

其中, 所有正确结论的序号是

【 】

A. ①③

B. ①④

C. ③④

D. ②③

第二部分 (非选择题共 110 分)

二、填空题 (本大题共 5 小题, 共 25 分)

11. 已知复数 $z = 2 - i$, 则 $|z| =$ _____.

12. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_1 = 3, a_2 + a_5 = 36$, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式为 _____.

13. 已知向量 a, b 的夹角为 60° , $|a|=2, |b|=1$, 则 $|a+2b|=\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} ax^2, & x < a, \\ \frac{x}{e^{x-1}}, & x \geq a \end{cases}$ (a 为常数). 若 $f(-1)=\frac{1}{2}$, 则 $a=\underline{\hspace{2cm}}$; 若函数 $f(x)$ 存在最大值, 则

a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 2019 年 7 月, 中国良渚古城遗址获准列入世界遗产名录, 标志着中华五千年文明史得到国际社会认可。

良渚古城遗址是人类早期城市文明的范例, 实证了中华五千年文明史, 考古科学家在测定遗址年龄的过程中利用了“放射性物质因衰变而减少”这一规律。已知样本中碳 14 的质量 N 随时间 t (单位: 年) 的衰变

规律满足 $N=N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{5730}}$ (N_0 表示碳 14 原有的质量), 则经过 5730 年后, 碳 14 的质量变为原来的 $\underline{\hspace{2cm}}$

经过测定, 良渚古城遗址文物样本中碳 14 的质量是原来的 $\frac{1}{2}$ 至 $\frac{3}{5}$, 据此推测良渚古城存在

的时期距今约在 $\underline{\hspace{2cm}}$ 年到 5730 年之间。(参考数据: $\log_2 3 \approx 1.6, \log_2 5 \approx 2.3$)

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 85 分)

16. (本小题 13 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1=2, S_5=20$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_4+b_4=9$ 且公比为, 从① $q=2$: ② $q=\frac{1}{2}$: ③ $q=-1$.

这三个条件中任选一个作为题目的已知条件, 求数列 $\{a_n-b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

17. (本小题 13 分) 在 $\triangle ABC$ 中 $\cos A = \frac{1}{7}$, $BC=8$, $AC=7$.

(1) 求 B 的大小;

(2) 若 D 是 BC 的中点, 求 AD 的长.

18. (本小题 14 分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x + 2 \cos^2 x + m (m \in \mathbb{R})$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求 $f(x)$ 的单调递增区间;

(3) 对于任意 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 都有 $f(x) < 0$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

19. (本小题满分 15 分) 设函数 $f(x) = x^2 + ax - \ln x (a \in \mathbb{R})$.

(1) 若 $a=1$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 1]$ 上是减函数, 求实数 a 的取值范围;

(3) 过坐标原点 O 作曲线 $y=f(x)$ 的切线, 求证: 切点的横坐标为 1.

20.(本小题满分 15 分) 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x+a} (a > 0)$.

(1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 当 $a=1$ 时, 证明: $f(x) \leq \frac{x-1}{2}$;

(3) 判断 $f(x)$ 在定义域内是否为单调函数, 并说明理由.

21.(本 小 题 满 分 15 分) 已 知 无 穷 数 列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ 满 足 :

$\forall n \in \mathbb{N}^*, a_{n+1} = |b_n| - |c_n|, b_{n+1} = |c_n| - |a_n|, c_{n+1} = |a_n| - |b_n|$, 记 $d_n = \max\{|a_n|, |b_n|, |c_n|\}$ ($\max\{x, y, z\}$ 表示 3 个实数 x, y, z 中的最大值).

(1) 若 $a_1 = 1, b_2 = 2, c_3 = 3$. 求 b_1, c_1 的可能值;

(2) 若 $a_1 = 1, b_1 = 2$, 求满足 $d_2 = d_3$ 的 c_1 的所有值;

(3) 设 a_1, b_1, c_1 是非零整数, 且 $|a_1|, |b_1|, |c_1|$ 互不相等, 证明: 存在正整数 k , 使得数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ 中有且只有一个数列自第 k 项起各项均为 0.

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯（ID: bj-gaokao）
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯](https://www.gaokzx.com) (ID: bj-gaokao)，获取更多试题资料及排名分析信息。