

高一数学试卷

2023.1

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

- 已知集合 $A = \{x | -1 < x \leq 2\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{-1, 0, 1, 2\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$
- 设 $p: \exists n \in \mathbb{N}, n^2 > 2n + 5$, 则命题 p 的否定是
 A. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > 2n + 5$ B. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 \leq 2n + 5$
 C. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 \leq 2n + 5$ D. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 = 2n + 5$
- 已知 $\cos \alpha > 0$, $\sin \alpha < 0$, 则角 α 是
 A. 第一象限角 B. 第二象限角 C. 第三象限角 D. 第四象限角
- 下列函数中, 既是奇函数, 又在 $(0, +\infty)$ 上单调递减的是
 A. $y = \frac{1}{x}$ B. $y = \sin x$ C. $y = x^{-2}$ D. $y = e^x + e^{-x}$
- 下列不等式成立的是
 A. 若 $a > b > 0$, 则 $ac^2 > bc^2$ B. 若 $a < b$, 则 $a^3 < b^3$
 C. 若 $a < b < 0$, 则 $a^2 < ab < b^2$ D. 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$
- 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α 以射线 Ox 为始边, 终边与单位圆的交点位于第四象限, 且横坐标为 $\frac{4}{5}$, 则 $\sin(\pi + \alpha)$ 的值为
 A. $\frac{3}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$
- 已知函数 $y = x + \frac{4}{x-2} (x > 2)$, 则此函数的最小值等于
 A. $\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}}$ B. $\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}}$ C. 4 D. 6
- “ x 是第一象限角”是“ $y = \cos x$ 是单调减函数”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 香农定理是通信制式的基本原理. 定理用公式表达为: $C = B \log_2(1 + \frac{S}{N})$, 其中 C 为信道容量 (单位: bps), B 为信道带宽 (单位: Hz), $\frac{S}{N}$ 为信噪比. 通常音频电话连接支持的信道带宽 $B = 3000$, 信噪比 $\frac{S}{N} = 1000$. 在下面四个选项给出的数值中, 与音频电话连接支持的信道容量 C 最接近的值是

- A. 30000 B. 22000 C. 20000 D. 18000

10. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$, 满足 $f(1) = 0$ 且对任意的正数 $a, b (a \neq b)$, 有

$\frac{f(a) - f(b)}{a - b} < 0$, 则不等式 $\frac{f(x - 1)}{x - 1} < 0$ 的解集是

- A. $(-2, 0) \cup (1, +\infty)$ B. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
C. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ D. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 函数 $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x-2}$ 的定义域是_____.

12. 已知扇形的圆心角是 2 弧度, 半径为 1, 则扇形的弧长为_____, 面积为_____.

13. 计算: $\lg 2 + \lg 5 - \log_2 4 - (\frac{16}{9})^{-\frac{1}{2}} =$ _____. (用数字作答)

14. 函数 $y = 2\tan(x - \frac{\pi}{3})$ 的定义域是_____, 最小正周期是_____.

15. 混沌理论在生物学、经济学和社会学领域都有重要作用. 在混沌理论中, 函数的周期点是一个关键概念, 定义如下: 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, 对于 $x_0 \in \mathbf{R}$, 令 $x_n = f(x_{n-1}) (n = 1, 2, 3, \dots)$, 若 $\exists k \in \mathbf{N} (k \geq 2)$ 使得 $x_k = x_0$, 且当 $0 < j < k, j \in \mathbf{N}$ 时, $x_j \neq x_0$, 则称 x_0 是 $f(x)$ 的一个周期为 k 的周期点. 给出下列四个结论:

①若 $f(x) = 2(1 - x)$, 则 $\frac{2}{3}$ 是 $f(x)$ 周期为 2 的周期点;

②若 $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < \frac{1}{2}, \\ 2(1-x), & x \geq \frac{1}{2}. \end{cases}$ 则 $\frac{2}{5}$ 是 $f(x)$ 周期为 2 的周期点;

③若 $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < \frac{1}{2}, \\ 2(1-x), & x \geq \frac{1}{2}. \end{cases}$ 则 $f(x)$ 存在周期为 3 的周期点;

④若 $f(x) = x(1-x)$, 则 $\forall n \in \mathbf{N}^*, \frac{1}{2}$ 都不是 $f(x)$ 的周期为 n 的周期点.

其中所有正确结论的序号是_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16. (本小题满分 15 分)

已知集合 $M = \{x \mid \frac{x}{2} \geq a\}$, $N = \{x \mid -1 \leq x < 4\}$.

(I) 当 $a = 1$ 时，求 $M \cap N$, $M \cup N$;

(II) 当 $a = 0$ 时，求 $M \cap (\complement_{\mathbb{R}} N)$;

(III) 当 $N \subseteq M$ 时，求 a 的取值范围.

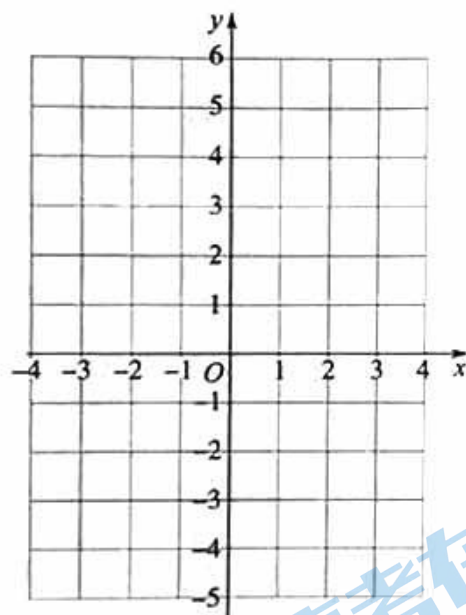
17. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = -x^2 + 4$, $g(x) = |f(x)|$.

(I) 求 $g(-3)$ 和 $g(\frac{1}{2})$ 的值，并画出函数 $g(x)$ 的图象;

(II) 写出函数 $g(x)$ 的单调增区间和值域;

(III) 若方程 $g(x) - a = 0$ 有四个不相等的实数根，写出实数 a 的取值范围.



第 17 题图

18. (本小题满分 14 分)

设函数 $f(x) = ax^2 - 2x - 1$, 关于 x 的不等式 $ax^2 - 2x - 1 \leq 0$ 的解集为 S .

(I) 当 $a = 3$ 时，求函数 $y = f(x)$ 的零点;

(II) 当 $a = 8$ 时，求解集 S ;

(III) 是否存在实数 a , 使得 $S = (-\infty, -2] \cup [-\frac{2}{3}, +\infty)$? 若存在，求出 a 的值; 若

不存在，说明理由.

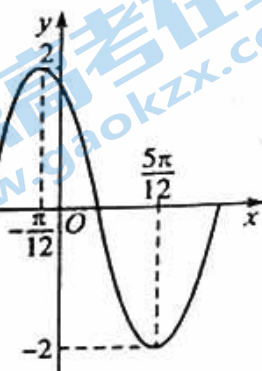
19. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 在一个周期内的图象如图所示.

(I) 求函数 $f(x)$ 的解析式和最小正周期;

(II) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{2\pi}{3}]$ 上的最值及对应的 x 的取值;

(III) 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, 写出函数 $f(x)$ 的单调区间.



第 19 题图

20. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \log_3(9 - x^2)$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的定义域;

(II) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并证明你的结论;

(III) 若 $f(x) \leq \log_3(mx + 10)$ 对于 $x \in (0, 2)$ 恒成立, 求实数 m 的最小值.

21. (本小题满分 14 分)

已知集合 $A \subseteq \mathbb{N}^*$, 规定: 集合 A 中元素的个数为 n , 且 $n \geq 2$. 若 $B = \{x \mid x = x + y, x \in A, y \in A, x \neq y\}$, 则称集合 B 是集合 A 的衍生和集.

(I) 当 $A_1 = \{1, 2, 3, 4\}$, $A_2 = \{1, 2, 4, 7\}$ 时, 分别写出集合 A_1, A_2 的衍生和集;

(II) 当 $n=6$ 时, 求集合 A 的衍生和集 B 的元素个数的最大值和最小值.

(考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上作答无效)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯